

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по ОД



Е.В. Луков

20 25 г.

Рабочая программа дисциплины

Аналитическая геометрия

по направлению подготовки

10.03.01 Информационная безопасность

Направленность (профиль) подготовки:

Безопасность компьютерных систем

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2026

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

В.Н. Тренькаев

Председатель УМК

С.П. Сущенко

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Любой бизнес-процесс сегодня связан с обменом информацией, поэтому организация быстрой и эффективной обработки и защищенной передачи данных, визуализации и интерпретации результатов обработки информации для принятия решения является одним из главных показателей конкурентоспособности. Кроме того, все больше отраслей экономики становятся наукоемкими и развивают сложные технологии, в т.ч. цифровые технологии.

Все это определяет актуальность применения математического аппарата для формализации задачи предметной области, построения математической модели и разработки на ее основе программного обеспечения для решения задачи оптимальным образом. В частности аппарат аналитической геометрии используется для таких сквозных технологий цифровой экономики, как:

- Большие данные (анализ данных с помощью Spatial analysis (например, для данных ГИС); разработка приложений/инструментов для визуализации данных);
- Нейротехнологии и искусственный интеллект (компьютерное зрение для видеоаналитики);
- Новые производственные технологии (моделирование и визуализация объектов для аддитивных технологий; проектирование манипуляторов и процесса манипулирования);
- Компоненты робототехники и сенсорики (технологии сенсорно-моторной координации и пространственного позиционирования; сенсоры и цифровые компоненты робототехнических комплексов для человекомашинного взаимодействия);
- Технологии виртуальной и дополненной реальностей (визуализация и графический вывод объектов и процессов).

Выпускник программы «Безопасность компьютерных систем» должен владеть широким математическим инструментарием, в т.ч. аппаратом аналитической геометрии, знать область применения полученных знаний для решения задач цифровой экономики.

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-3. Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин, которые обеспечивают возможность решения задач профессиональной деятельности.

ИОПК-3.2. Осуществляет применение основных понятий, фактов, концепций, принципов математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности.

ИОПК-3.3. Выявляет научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применяет соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.

2. Задачи освоения дисциплины

2.1. Освоить базовый математический аппарат аналитической геометрии:

- а) основные понятия векторной алгебры и возможности векторной алгебры как инструмента решения типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин (в т.ч. аналитической геометрии), и задач профессиональной деятельности;
- б) типы алгебраических линий и поверхностей первого и второго порядков;
- в) уравнения (и их классификация), задающие алгебраические линии и поверхности первого и второго порядков;
- г) методы исследования уравнений, задающих алгебраические линии и поверхности первого и второго порядков, а также методы перехода от одного вида

уравнения к другому для заданных алгебраических линий и поверхностей первого и второго порядков.

2.2. Познакомиться с областью применимости аппарата аналитической геометрии для решения профессиональных задач (в т.ч. относительно сквозных технологий цифровой экономики).

2.3. Научиться применять понятийный аппарат, факты, концепции, принципы, методы аналитической геометрии (см. п. 2.1) и цифровые инструменты для решения практических типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин (в т.ч. аналитической геометрии), и задач профессиональной деятельности.

2.4. Научиться выявлять научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применять соответствующий математический аппарат и цифровые инструменты для их формализации, анализа и выработки решения.

Знать – 2.1, 2.2; уметь – 2.3, владеть – 2.4.

Для достижения поставленной цели и решения заявленных задач используются традиционное обучение и современные образовательные технологии: ИКТ (в т.ч. LMS iDo, цифровые инструменты из п. 13), групповая работа, игровые методы обучения, технология развития критического мышления, развивающее обучение, разноуровневое обучение.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Дисциплина входит в модуль «Математика». Знания, полученные при изучении данного курса, используются в научно-исследовательской деятельности студентов, а также будут полезными для тех, кто осваивает компьютерную графику, компьютерную геометрию, 3D-моделирование и иные задачи сквозных технологий из п. 1.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Первый семестр, экзамен.

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Основы программирования».

6. Язык реализации

Русский.

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

– лекции: 32 ч.

– практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

На каждую тему отводится 4 часа аудиторной работы: лекционное занятие (2 часа) и практическое занятие (2 часа). Типовые задачи по каждому из разделов курса, рассматриваемые на практических занятиях, приведены в п. 10. Нетиповые задания приведены в описании темы соответствующего раздела курса.

Самостоятельная работа обучающихся является наиболее продуктивной формой образовательной и познавательной деятельности; направлена на углубление и закрепление

знаний, развитие практических умений и включает в себя работу с лекционным материалом, выполнение домашних заданий, подготовку к текущей и промежуточной аттестации.

Раздел 1. Векторная алгебра

Тема 1. Векторы и линейные операции над векторами.

Дается определение вектора, его обозначение, взаимное расположение векторов (равенство, ориентация друг относительно друга, коллинеарность, компланарность, ортогональность). Вводятся операции над векторами: сложение векторов (в т.ч. правило треугольника и правило параллелограмма) и умножение вектора на число; приводятся свойства линейных операций над векторами. На лекции рассматривается вопрос применения векторной алгебры для решения задач сквозных технологий цифровой экономики (*определение сквозной технологии цифровой экономики; классификация сквозных технологий; влияние сквозных технологий на технологические изменения; примеры использования аппарата векторной алгебры для решения задач сквозных технологий*).

Самостоятельная работа – изучить лекции 1–4 п. 12в); подготовить материал к дискуссии на практическом занятии на тему «Информационная безопасность и сквозные технологии цифровой экономики».

На практическом занятии – дискуссия на тему «Информационная безопасность и сквозные технологии цифровой экономики».

Тема 2. Базис и координаты вектора.

В рамках темы раскрываются: линейная зависимость векторов; признаки линейной зависимости векторов; понятие векторного пространства; размерность и базис векторного пространства; координаты вектора; условие коллинеарности двух векторов; аффинные и декартовы координаты точки; ориентация тройки векторов на плоскости и в пространстве.

Тема 3. Система координат и ортогональная проекция вектора.

Даются определения ортогональной проекции точки и ортогональной проекции вектора на прямую (плоскость); определение ортогональной проекции вектора на ось и свойства ортогональной проекции вектора на ось (проекция суммы векторов, проекция вектора, умноженного на число). Формулируется и доказывается теорема о координатах вектора относительно декартова базиса через ортогональные проекции. На лекции рассматривается вопрос применения проективной геометрии для решения задач сквозной технологии «Нейротехнологии и искусственный интеллект» (на примере задач компьютерного зрения для видеоаналитики).

Самостоятельная работа – изучить лекцию 5 п. 12в), источник 6 п. 12б).

На практическом занятии – решение задачи: «Спроектировать на камеру, установленную на высоте 1 м от поверхности земли и ориентированную так, что ось OY перпендикулярна поверхности, а OX параллельна горизонту с углом $\angle x \bullet Oy \bullet 60^\circ$ и размером матрицы 600×60 пикс., точку, лежащую на поверхности земли влево от 0 камеры на 1 м и впереди камеры на расстоянии 6 м».

Тема 4. Скалярное, векторное, смешанное и двойное векторного произведения векторов.

Определяются заявленные произведения векторов (в векторной и в координатной формах), приводятся свойства произведений (ассоциативность, дистрибутивность, коммутативность и т.д.). Формулируется условие перпендикулярности и коллинеарности двух векторов, компланарности трех векторов; дается определение длины вектора, угла между векторами. Приводится геометрическая интерпретация векторного и смешанного произведений.

Тема 5. Преобразование базиса и системы координат на плоскости и в пространстве.

В данной теме рассматриваются: преобразование базиса на плоскости и в пространстве (выводятся формулы перехода от одного базиса к другому); преобразование системы координат на плоскости и в пространстве (выводятся формулы параллельного переноса и формулы поворота координатных осей). На лекции рассматривается вопрос применения преобразования системы координат и определения новых координат точки для решения задач сквозной технологии «Компоненты робототехники и сенсорики» (на примере задач сенсорно-моторной координации и пространственного позиционирования в части распознавания объектов).

Самостоятельная работа – изучить лекцию 6 п. 12в), источник 7 п. 12б) (рассмотреть метод геометрического хеширования для распознавания объектов).

На практическом занятии – решение задачи: «Имеется большой набор моделей и некоторый объект с набором выделенных характерных признаков. Считается, что этот объект может быть найден среди моделей путем аффинного преобразования одной из них. Поэтому решение задачи поиска – найти параметры аффинного преобразования, совмещающего модель с объектом на изображении. Пусть задана модель M в виде упорядоченного множества признаковых точек, координаты которых известны. Найти в этом множестве три неколлинеарные точки A_0, A_1, A_2 , которые будут определять аффинный базис модели M , а следовательно, и систему координат. Известны также аффинные координаты этих точек преобразованного объекта. Найти аффинное преобразование, а затем найти аффинные координаты заданной точки A_3 ».

Раздел 2. Линейные образы на плоскости и в пространстве

Тема 1. Введение. Алгебраические линии и поверхности произвольного порядка. Цилиндрические и конические поверхности.

Дается определение алгебраической и трансцендентной линии на плоскости и поверхности в пространстве, задается определение порядка алгебраических линии и поверхности. Формулируются и доказываются теоремы об инвариантности порядка алгебраических линии и поверхности. Дается определение цилиндрической (конической) поверхности, ее направляющей и образующей. Формулируется и доказывается теорема о цилиндрической (конической) поверхности. На практическом занятии рассматривается вопрос применения сквозной технологии «Технологии виртуальной и дополненной реальности» (на примере визуализации и графического вывода объектов и процессов): обучающиеся знакомятся с цифровыми инструментами интерактивной геометрии из п. 13а), для всех практических задач разделов 2-4 в обязательном порядке делают чертеж и анализ геометрического объекта с помощью данных инструментов.

Тема 2. Общие и нормальные уравнения плоскости, прямой на плоскости и прямой в пространстве. Расстояние от точки до плоскости и от точки до прямой на плоскости.

Даются общие и нормальные уравнения плоскости, прямой на плоскости и прямой в пространстве в векторной и координатной формах. Вводятся понятия нормального вектора прямой и плоскости. Дается алгоритм приведения общих уравнений плоскости и прямой на плоскости к нормальному виду. Определяется расстояние и отклонение от точки до плоскости и от точки до прямой на плоскости. Задаются признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей (прямых на плоскости).

Неполные уравнения плоскости и прямой на плоскости. Уравнение плоскости и прямой на плоскости в отрезках (самостоятельное изучение).

Тема 3. Параметрические уравнения плоскости, прямой на плоскости и прямой в пространстве. Каноническое уравнение прямой.

Вводятся понятия направляющего вектора (для прямой), направляющих векторов (для плоскости). Задаются параметрические уравнения плоскости, прямой на плоскости и

прямой в пространстве в векторной и координатной формах. Выводится уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки, а также каноническое уравнение прямой.

Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой с угловым коэффициентом (самостоятельное изучение).

Тема 4. Взаимное расположение прямых, плоскостей.

В рамках данной темы рассматриваются следующие микротемы: «Угол между прямыми в пространстве», «Условия параллельности и перпендикулярности прямых», «Угол между прямой и плоскостью», «Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости», «Условия принадлежности прямой к плоскости», «Условия принадлежности двух прямых к одной плоскости», «Приведение общего уравнения прямой к каноническому виду», «Пучок и связка прямых», «Пучок и связка плоскостей».

Раздел 3. Линии второго порядка

Тема 1. Эллипс.

Определение эллипса. Каноническое уравнение эллипса и исследование формы эллипса по его каноническому уравнению. Теорема (второе определение эллипса). Основные понятия: фокусы, фокальные радиусы, большая и малая полуоси, вершины, центр эллипса, центр симметрии и оси симметрии, эксцентриситет, директрисы эллипса.

Тема 2. Гипербола. Парабола.

Определение гиперболы. Каноническое уравнение гиперболы и исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению. Теорема (второе определение гиперболы). Основные понятия: фокусы, фокальные радиусы, действительная и мнимая полуоси, вершины, центр гиперболы, центр симметрии и оси симметрии, правая и левая ветви гиперболы, эксцентриситет, директрисы гиперболы, асимптоты гиперболы.

Определение параболы. Каноническое уравнение параболы и исследование формы параболы по ее каноническому уравнению.

Основные понятия: фокус, фокальный радиус, параметр параболы, вершина, ось симметрии, эксцентриситет, директриса параболы.

Уравнения линий второго порядка в полярных координатах (самостоятельное изучение).

Тема 3 Касательные к эллипсу, гиперболе, параболе.

Выводятся уравнения касательных к эллипсу, гиперболе, параболе, заданных своими каноническими уравнениями.

Тема 4. Приведение линии второго порядка к каноническому виду. Инварианты линии второго порядка. Определение типа линии второго порядка по ее инвариантам.

Рассматривается способ приведения общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду, основанный на переходе к новой системе координат (для нахождения элементов матрицы поворота составляется и решается характеристическое уравнение). Дается определение инвариантов линии второго порядка, алгоритм определения типа линии второго порядка по ее инвариантам и приведения линии второго порядка к каноническому виду с помощью инвариантов.

Раздел 4. Поверхности второго порядка

Тема 1. Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды.

Поверхности второго порядка (эллипсоид, сфера, однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид) определяются и задаются своими каноническими уравнениями, а затем исследуются с помощью сечений данных поверхностей координатными плоскостями или плоскостями,

параллельными плоскостям симметрии. *Цилиндры второго порядка. Конус второго порядка (самостоятельное изучение).*

В рамках самостоятельной работы рассматривается вопрос применения сквозной технологии «Технологии виртуальной и дополненной реальностей» (на примере визуализации и графического вывода объектов и процессов) и решается кейс в мини-группах: «Ознакомиться с видами AR и VR (например, по материалу 7 из п. 12в)), подготовить конспект лекции по типам поверхностей второго порядка, сопроводить конспект собственными фото-примерами на заданную тему (например, «поверхности второго порядка в архитектуре»); включить фото-примеры в конспект с использованием дополненной реальности».

Тема 2. Поверхности вращения. Прямолинейные образующие однополостного гиперboloида и гиперболического параболоида.

Дается определение поверхности вращения. Анализируется, какие из рассмотренных ранее поверхностей второго порядка являются поверхностями вращения. Дается определение линейчатой поверхности. Выводятся уравнения прямолинейных образующих однополостного гиперboloида и гиперболического параболоида, являющихся линейчатыми поверхностями.

Тема 3. Касательные к поверхностям второго порядка. Касательная плоскость.

На основе общего уравнения поверхности второго порядка и параметрического уравнения прямой рассматриваются возможные варианты и условия их взаимного расположения. Отдельно выводится уравнение касательной линии и нормали к поверхности второго порядка; уравнение касательной плоскости.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен во втором семестре проводится в письменной форме. Экзаменационное задание состоит из двух частей: одного теоретического вопроса и одной задачи. В рамках перечня теоретических вопросов и набора каждого из типов задач задания сопоставимы по сложности и затратам времени на выполнение. Поэтому данные задания не сведены в один экзаменационный билет, а выбираются студентом в случайном порядке по каждой позиции экзаменационного задания. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первая часть экзаменационного задания содержит теоретический вопрос, проверяющий ИОПК-3.1, ИОПК-3.3. Ответ на вопрос дается в развернутой форме.

Вторая часть проверяет ИОПК-3.2 и оформлена в виде практической задачи. Ответы на вопросы второй части предполагают решение задачи и краткую интерпретацию полученных результатов.

Перечень теоретических вопросов:

1. Векторы и линейные операции над ними. Свойства операций над векторами (векторная и координатная формы).

2. Условия линейной зависимости векторов (определения и теоремы). Условие коллинеарности двух векторов, условие компланарности трех векторов, условие ортогональности двух векторов.

3. Понятие векторного пространства; размерность и базис векторного пространства; координаты вектора. Аффинные и декартовы координаты точки; ориентация тройки векторов на плоскости и в пространстве.

4. Ортогональная проекция точки и ортогональная проекция вектора на прямую (плоскость); ортогональная проекция вектора на ось и свойства ортогональной проекции вектора на ось (проекция суммы векторов, проекция вектора, умноженного на число). Теорема о координатах вектора относительно декартова базиса через ортогональные проекции.

5. Скалярное произведение векторов в векторной и в координатной формах. Геометрические и алгебраические свойства скалярного произведения векторов. Длина вектора, угол между векторами.

6. Векторное произведение векторов в векторной и в координатной формах. Геометрические и алгебраические свойства векторного произведения векторов. Построение ориентированной тройки векторов.

7. Смешанное произведение векторов в векторной и в координатной формах. Геометрические и алгебраические свойства смешанного произведения векторов. Двойное векторное произведение векторов.

8. Преобразование базиса на плоскости и в пространстве (вывод формул перехода от одного базиса к другому).

9. Преобразование системы координат на плоскости (вывод формул параллельного переноса и формулы поворота координатных осей).

10. Преобразование системы координат в пространстве (вывод формул параллельного переноса и формулы поворота координатных осей).

11. Алгебраическая и трансцендентная линия на плоскости, порядок алгебраической линии. Теорема об инвариантности порядка алгебраической линии.

12. Алгебраическая и трансцендентная поверхность в пространстве, порядок алгебраической поверхности. Теорема об инвариантности порядка алгебраической поверхности.

13. Цилиндрическая и коническая поверхности, их направляющие и образующие. Теорема о цилиндрической и конической поверхностях. Типы цилиндров второго порядка, их канонические уравнения. Каноническое уравнение конуса второго порядка.

14. Общее уравнение прямой на плоскости. Неполные уравнения прямой на плоскости. Уравнение прямой на плоскости в отрезках. (В векторной и координатной формах). Признаки параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.

15. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. (В векторной и координатной формах). Признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей.

16. Нормальные уравнения плоскости и прямой на плоскости в векторной и координатной формах. Приведение общих уравнений плоскости и прямой на плоскости к нормальному виду. Расстояние и отклонение от точки до плоскости и от точки до прямой на плоскости.

17. Параметрические уравнения плоскости и прямой на плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.

18. Общее, каноническое и параметрические уравнения прямой в пространстве в векторной и координатной формах. Приведение общего уравнения прямой к каноническому виду.

19. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

20. Условия принадлежности прямой к плоскости. Условия принадлежности двух прямых к одной плоскости. Пучок и связка прямых. Пучок и связка плоскостей.

21. Эллипс (определение). Каноническое уравнение эллипса и исследование формы эллипса по его каноническому уравнению. Теорема (второе определение эллипса). Основные понятия: фокусы, фокальные радиусы, большая и малая полуоси, вершины, центр эллипса, центр симметрии и оси симметрии, эксцентриситет, директрисы эллипса.

22. Гипербола (определение). Каноническое уравнение гиперболы и исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению. Теорема (второе определение гиперболы). Основные понятия: фокусы, фокальные радиусы, действительная и мнимая полуоси, вершины, центр гиперболы, центр симметрии и оси симметрии, правая и левая ветви гиперболы, эксцентриситет, директрисы гиперболы, асимптоты гиперболы.

23. Парабола (определение). Каноническое уравнение параболы и исследование формы параболы по ее каноническому уравнению. Основные понятия: фокус, фокальный радиус, параметр параболы, вершина, ось симметрии, эксцентриситет, директриса параболы.

24. Касательные к эллипсу, гиперболе, заданных каноническим уравнением.

25. Касательная к параболе, заданной каноническим уравнением.

26. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду, основанное на переходе к новой системе координат и решении характеристического уравнения.

27. Инварианты линии второго порядка, определение типа линии второго порядка по ее инвариантам и приведение линии второго порядка к каноническому виду с помощью инвариантов.

28. Эллипсоид, сфера и их канонические уравнения. Исследование эллипсоида, сферы с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

29. Однополостный гиперболоид и его каноническое уравнение. Исследование однополостного гиперболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

30. Двуполостный гиперболоид и его каноническое уравнение. Исследование однополостного гиперболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

31. Эллиптический параболоид и его каноническое уравнение. Исследование эллиптического параболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

32. Гиперболический параболоид и его каноническое уравнение. Исследование гиперболического параболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

33. Поверхности вращения, линейчатые поверхности. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида.

34. Взаимное расположение поверхности второго порядка и прямой (возможные варианты и условия). Уравнение касательной линии и нормали к поверхности второго порядка; уравнение касательной плоскости (запись и вывод уравнения).

Примеры задачи по каждому из разделов курса:

1. Векторная алгебра

Найти проекцию вектора $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n} - \mathbf{p}$ на ось абсцисс и компоненту этого же вектора по оси ординат, если $\mathbf{m} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$, $\mathbf{n} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$ и $\mathbf{p} = 5\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$.

2. Линейные образы на плоскости и в пространстве

На оси z найти точку, равноудаленную от двух плоскостей $x + 4y - 3z - 2 = 0$ и $5x + z + 8 = 0$.

3. Линии второго порядка

Даны два фокуса кривой $F_1(1;1)$, $F_2(2;2)$ и одна из ее директрис: $x - y + 1 = 0$.
Найдите уравнение этой кривой.

4. Поверхности второго порядка

К однополостному гиперболоиду $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$ проведите касательную плоскость через прямую $\frac{x}{3} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}$.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Ответ на каждую часть экзаменационного задания оценивается по системе от 0 до 3 баллов. Экзамен считается состоявшимся, если в ходе экзамена студент набрал от 3 до 6 баллов. Экзаменационная оценка определяется суммой баллов, набранных студентом в течение семестра и в ходе экзамена.

Критерии оценки ответа на теоретический вопрос:

3 балла: полно раскрыто содержание материала вопроса; материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности; специальные термины используются правильно; определения и формулы приведены верно; допущены одна–две неточности при освещении вопросов, которые исправляются по замечанию преподавателя.

2 балла: вопрос изложен систематизировано и последовательно; формулы приведены верно; продемонстрировано умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер; в изложении допущены небольшие пробелы, не искажившие содержание ответа, или допущены один–два недочета при освещении содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя.

1 балл: неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; допущены ошибки в определении понятий и легко устранимые недочеты в записи формул, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов.

0 баллов: полностью отсутствует ответ; не раскрыто основное содержание вопроса; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части вопроса; допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии и записи формул, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.

Критерии оценки решения задачи:

3 балла: верно указан и использован метод решения задачи; получен полный и правильный ответ; при записи ответа допущена неточность, которая исправляется по замечанию преподавателя.

2 балла: верно указан и использован метод решения задачи; большая часть задачи решена; не рассмотрены все возможные решения; ответ записан правильно, но не является полным; при записи ответа допущена неточность, которая исправляется по замечанию преподавателя.

1 балл: допущены ошибки при использовании выбранного метода решения задачи; ответ не получен или получен неверный.

0 баллов: ответ отсутствует полностью; допущены ошибки при использовании выбранного метода решения задачи; ответ не получен или получен неверный.

Оцениваемая работа обучающегося по курсу разделена на четыре блока: 1) комплексная контрольная точка в середине семестра; 2) контрольная работа в конце семестра; 3) выполнение домашних работ в течение семестра; 4) экзаменационное задание.

Баллы по Блоку 1 формируются суммированием баллов за каждую из трех активностей в рамках комплексной контрольной точки: 1) ответ на теоретический вопрос (критерии оценивания ответа на теоретический вопрос приведены выше); 2) решение практической задачи (критерии оценивания решения задачи приведены выше); 3) групповая работа (групповая работа оценивается по системе от 0 до 3, критерии оценивания групповой работы доводятся до обучающихся в момент выдачи задания).

Баллы по Блоку 2 формируются суммированием баллов за каждую из 8 задач, 3 из которых – необязательные (критерии оценивания решения задачи приведены выше).

Баллы по Блоку 3 выставляются в соответствии количеством (в %) решенных на 3 балла домашних задач (критерии оценивания решения задачи приведены выше): 80-100% = 3 балла; 60-79% = 2 балла; 40-59% = 1 балл; менее 40% = 0 баллов. При этом количество попыток решить домашнюю задачу на 3 балла не ограничено.

Баллы по блоку 4 формируются суммированием баллов за каждое экзаменационное задание (критерии оценивания ответа на теоретический вопрос и критерии оценивания решения задачи приведены выше).

В таблице 1 приведена шкала оценивания каждого блока, а в таблице 2 – шкала формирования оценки за курс.

Таблица 1 – Оценивание каждого из четырех блоков работы обучающегося по курсу

Оценка за блок	Количество баллов			
	Блок 1	Блок 2	Блок 3	Блок 4
«отлично»	7–9	15–24	3	5–6
«хорошо»	6	12	2	4
«удовлетворительно»	4–5	6–9	1	3
«неудовлетворительно»	0–3	0–3	0	0–2

Таблица 2 – Условия формирования оценки за курс

Оценка за курс	Условие формирования оценки за курс
«отлично»	Блок 1 = «отлично» Блок 2 = «хорошо» или «отлично» Блок 3 = «хорошо» или «отлично» Блок 4 = «отлично»
	Блок 1 = «отлично» Блок 2 = «отлично» Блок 3 = «удовлетворительно» Блок 4 = «отлично»
	Блок 1 = «хорошо» Блок 2 = «отлично» Блок 3 = «отлично» Блок 4 = «отлично»
	Блок 1 = «отлично» Блок 2 = «отлично» Блок 3 = «отлично» Блок 4 = «хорошо»
	Блок 1 = «хорошо» Блок 2 = «хорошо» или «отлично» Блок 3 = «хорошо» или «отлично» Блок 4 = «хорошо»

	Блок 1 = «отлично» или «хорошо» Блок 2 = «удовлетворительно» Блок 3 = «отлично» или «хорошо» Блок 4 = «отлично» или «хорошо»
	Блок 1 = «отлично» Блок 2 = «удовлетворительно» Блок 3 = «удовлетворительно» Блок 4 = «отлично»
	Блок 1 = «отлично» Блок 2 = «отлично» или «хорошо» Блок 3 = «неудовлетворительно» Блок 4 = «отлично»
«удовлетворительно»	Все случаи, за исключением случаев, определяющих оценку за курс как «отлично», «хорошо», «неудовлетворительно»
«неудовлетворительно»	Как минимум, за Блок 1 и Блок 4 = «неудовлетворительно». По Блокам 2 и 3 = «отлично» или «хорошо», или «удовлетворительно», или «неудовлетворительно»

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

11. Учебно-методическое обеспечение

- а) Электронный учебный курс по дисциплине в среде электронного обучения iDo;
- б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

- а) Основная литература:
 - Лившиц К.И. Курс линейной алгебры и аналитической геометрии: учебник для вузов / К.И. Лившиц. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 508 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/163398>.
 - Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии: учебное пособие / О.Н. Цубербиллер. – 34-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 336 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210389>.
 - Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие для вузов / Д.В. Клетеник; Под редакцией Н.В. Ефимова. – 17-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 224 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/187823>.
 - Цифровая экономика и сквозные технологии: теория и практика / под ред. д-ра экон. наук, проф. А. В. Бабкина. – СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2019. – 623 с.
 - Минзов А.С., Невский А.Ю., Баронов О.Ю. Информационная безопасность в цифровой экономике // ИТНОУ: Информационные технологии в науке, образовании и управлении. 2018. – № 3(7). – С. 52-59.
 - Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие для вузов / И.В. Проскуряков. – 16-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 476 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/183752>.
 - Привалов И.И. Аналитическая геометрия: учебное пособие / И.И. Привалов. – 38-е изд. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 304 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210353>.

- Постников М.М. Аналитическая геометрия: учебное пособие / М.М. Постников. – 3-е изд., испр. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 416 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210347>.
- Минеева Н.В. Аналитическая Геометрия. Практикум / Н.В. Минеева. – Комсомольский-на-Амуре государственный университет, 2017.
- Коваленко А.А. Аналитическая Геометрия. Задачник / А.А. Коваленко. – Алтайский государственный педагогический университет, 2015.
- Вахитов А. Введение в компьютерное зрение. – URL: <https://oops.math.spbu.ru/SE/Members/avakhitov/vvedenie-2015-2016>.
- Селянкин В.В. Решение задач компьютерного зрения : учебное пособие / В.В. Селянкин; Южный федеральный университет. – Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2016. – 92 с.

б) Ресурсы сети Интернет:

- Сквозные технологии цифровой экономики [Электронный ресурс] / Tadviser. – Электронный журнал – 2022. – URL: https://www.tadviser.ru/index.php/Статья:Сквозные_технологии_цифровой_экономики.
- Юсуфов Р. Сквозные технологии в современном мире. – АНО ВО «Университет Иннополис». – URL: <https://youtu.be/BrUjV5k5uxM>
- Мильке В. Машинное обучение и искусственный интеллект для анализа больших данных. – АНО ВО «Университет Иннополис». – URL: https://www.youtube.com/watch?v=iqD7zlwAv_M
- Протасов С. Прикладной ИИ. Машинное обучение и его инфраструктура. – АНО ВО «Университет Иннополис». – URL: <https://youtu.be/cbUETRYbs1A>
- Протасов С. Прикладной ИИ. Компьютерное зрение. – АНО ВО «Университет Иннополис». – URL: <https://youtu.be/Z59Kqxt3dhM>
- Протасов С. Прикладной ИИ. Обработка естественного языка. – АНО ВО «Университет Иннополис». – URL: <https://youtu.be/3ky29e8zVx0>
- Кунгуров М. Гайд по виртуальным мирам: AR и VR. – URL: <https://proglib.io/p/gayd-po-virtualnym-miram-ar-i-vr-2020-04-02>
- Plario: онлайн-система адаптивного обучения математике. – URL: <https://login.plario.ru>.
- Интернет-проект «Математические этюды». – URL: <http://etudes.ru>.
- Интернет-проект «Задачи». – URL: <http://problems.ru>.
- Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебно-методический комплекс / Е.Е. Корякина. – Том. гос. ун-т, Ин-т дистанционного образования. – URL: <https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&AuthType=ip,sso&db=cat09180a&AN=tsu.oai.libtsu.280251&lang=ru&site=eds-live>.

13. Перечень информационных технологий

- а) Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:
 - Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
 - Публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).
 - MathCad, Matlab, Python, C#, C++.
 - «Mindomo» – URL: <https://www.mindomo.com>.
 - Приложение интерактивной геометрии «Geogebra Classic». – URL: <http://www.geogebra.org>.
 - Приложение интерактивной геометрии «Octave Online» – URL: <https://octave-online.net>.

– Приложение интерактивной геометрии «C.a.R». – URL: <http://car.rene-grothmann.de>.

б) Информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
 – Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
 – ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
 – ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
 – Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
 – ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
 – ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>
 – Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система. <http://www.consultant.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения практических занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Наименование оборудованных учебных кабинетов, объектов для проведения практических занятий, объектов физической культуры и спорта с перечнем основного оборудования	Адрес (местоположение) учебных кабинетов, объектов для проведения практических занятий, объектов физической культуры и спорта (с указанием площади и номера помещения в соответствии с документами бюро технической инвентаризации)
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Аудитория № 104 Учебная мебель, оборудование, программное обеспечение: 50 столов; 100 стульев; 2 интерактивных доски, акустическая система; Microsoft Windows 10, Microsoft Office 2010. (Лицензия №47729022 от 26.11.2010)	634050, Томская область, г. Томск, пр-т Ленина, 36, стр.7 (12 по паспорту БТИ) Площадь 85,4 м².
Учебная аудитория для проведения практических занятий и занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Аудитория № 115 Учебная мебель, оборудование, программное обеспечение: 13 столов по 2 места; 26 стульев; 1 меловая доска; 1 интерактивная доска; 1 проектор; 1 системный блок (Intel Core i7-12700K, AsusTek B660M-K D4, 16Гб DDR4); 1 монитор; Microsoft Windows 10 Professional x64, Microsoft Office 2010 Standart,	634050, Томская область, г. Томск, пр-т Ленина, 36, стр.7 (29 по паспорту БТИ) Площадь 40,9 м².

Dr.Web Desktop Security Suite, Aktru recorder, Aktru Meet, WinRAR. (Лицензия №47729022 от 26.11.2010, договор №7193 от 14.10.2015, договор № 2016 от 16.04.2018)	
Учебная аудитория для самостоятельной работы Аудитория № 103А Учебная мебель, оборудование, программное обеспечение: 13 столов по 1 месту; 13 стульев; 1 меловая доска; 1 интерактивная доска; 1 проектор; 13 системных блоков (Intel Core i7-4790/Ga H97 HD 3/2x 8Gb DDR 3); 13 мониторов; Microsoft Windows 10 Professional x64, Microsoft Office 2010 Standart, Microsoft Office 2003 Professional (only for MS Access), Microsoft Visual Studio 2022 Community, Visual Studio Code, Dr.Web Desktop Security Suite, 1С:Предприятие учебная версия, 7-Zip, Adobe Reader, Android Studio, Far Manager, FreeCommander, Google Chrome, Яндекс Браузер, GPL Ghostscript, Gsview, IntelliJ IDEA Community Edition, Java SDK, Lazarus, Mathsoft Mathcad 13, 15, Mathsoft Prime 3.1, StatSoft Statistica 13, FreeMat, Scilab, NetBeans IDE 22, Eclipse IDE 2024, PyCharm Community 2024, R Project, RapidMiner Studio, Rstudio, Anaconda, JASP (Лицензия №47729022 от 26.11.2010, договор №7193 от 14.10.2015, договор № 2016 от 16.04.2018)	634050, Томская область, г. Томск, пр-т Ленина, 36, стр.7 (72 по паспорту БТИ) Площадь 43 м².

15. Информация о разработчиках

Данилюк Елена Юрьевна, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики НИ ТГУ.