

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физико-технический факультет



Ю.Н. Рыжих

« 28 » 06 20 23 г.

Фонд оценочных средств по дисциплине

Математический анализ

Направление подготовки (специальность)

15.03.03 Прикладная механика

15.03.06 Мехатроника и робототехника

16.03.01 Техническая физика

24.03.03 Баллистика и гидроаэродинамика

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОПОП

Э.Р. Шрагер

Руководитель ОПОП

Ю.Н. Рыжих

Председатель УМК

В.А. Скрипняк

ФОС составил(и):

Автор: доцент каф. общей матем., к.ф.-м.н. Галанова Н.Ю.

Рецензент : доцент каф. общей математики, к.ф.-м.н. Пулятина Е.Н.

1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины/модуля/практики

Компетенция	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
ОПК-2 Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии.	РООПК-2.1 Знает методику выявления естественнонаучной сущности проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и методику привлечения физико-математического аппарата и современные компьютерные технологии для их решения	студент не осуществляет рефлексию в процессе решения задач	студент испытывает трудности с оцениванием результатов решения задач.	студент осуществляет рефлексию в процессе решения задач, но не корректирует полученные результаты.	студент уверенно осуществляет рефлексию в процессе решения задач, корректирует полученные результаты.
	РООПК-2.2 Умеет выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности и привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии	студент не использует базовые знания математического анализа для решения задач профессиональной деятельности.	студент испытывает трудности с решениями задач профессиональной деятельности	студент в целом хорошо решает задачи профессиональной деятельности	студент уверенно решает задачи профессиональной деятельности

2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

2.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине (примеры индивидуальных задач для текущего контроля СРС).

2.2.

Примеры вопросов к коллоквиуму по математическому анализу

- 1) Теорема Дедекинда о полноте.
- 2) Первый замечательный предел для последовательностей.

Примеры вариантов контрольных работ.

Контрольная работа «Предел и непрерывность функции»

ВАРИАНТ 1

1. Доказать по определению: $\lim_{x \rightarrow \pi} \sin x = 0$

2. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{\ln(1+x)}$; $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x^2 - 4}}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg(1 + \sin x)}{2^{x+x^2} - 1}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-3} \right)^{2x}$

3. Доказать: $(1+x)^n = 1 + nx + o(x)$, $x \rightarrow 0$.

4. Точки разрыва, их род: $f(x) = \ln(x-1)$

Контрольная работа «Неопределенный интеграл»

ВАРИАНТ 1. Вычислить неопределённые интегралы:

1. $\int \frac{\arctg \sqrt{x} dx}{(1+x)\sqrt{x}}$, 2. $\int \frac{x^5 dx}{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}$, 3. $\int \frac{x^6 dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$, 4. $\int \frac{dx}{\sqrt{2x-1} - \sqrt[4]{2x-1}}$, 5. $\int \operatorname{tg}^5 x dx$,

6. $\int \frac{1 + \sin x}{\sin 2x + 2 \sin x} dx$, 7. $\int \sin x \cdot \operatorname{ch} x dx$.

Контрольная работа «Функции нескольких переменных»

ВАРИАНТ 1.

1. Пусть $f = f(x, y, z)$; $x = t^2$; $y = \ln(t+1)$; $z = \sin t$. Найти $df|_{t_0=0}$.

2. $u^3 + 3xuy + 1 = 0$; $x_0 = 0$; $y_0 = 1$. Найти $u_0(x_0, y_0)$; $du(x_0, y_0)$.

3. $f = \frac{\cos x}{\cos y}$; $x_0 = 0$; $y_0 = 0$. Разложить f по формуле Тейлора до второго порядка включительно.

4. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + y^2 - xy - x$.

Контрольная работа «Числовые, функциональные и степенные ряды»

ВАРИАНТ 1

1. Исследовать на абсолютную и условную сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{3n+2}{4n+1} \right)^n$.

2. Разложить $f(x)$ в ряд Маклорена. Найти радиус сходимости этого ряда, если $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

Контрольная работа «Двойные и криволинейные интегралы, формула Грина»

ВАРИАНТ 1

1. Найти $\int_{\Gamma} x dy$, Γ – верхняя полуокружность $x^2 + y^2 = a^2$ от т. $A(-a, 0)$ до т. $B(a, 0)$.

2. Найти $\int_{(0,0)}^{(2,4)} -3x^2 dx + y^3 dy$ (проверить независимость от пути интегрирования).

3. Найти объем, ограниченный поверхностями: $z = x+y$, $z = xy$, $x+y=1$, $x=0$, $y=0$.

4. Найти $\iint_D \frac{x}{y} dx dy$, множество D ограничено кривыми: $y = x^2, 8y = x^2, x = y^2, 8x = y^2$.

Контрольная работа «Тройные и поверхностные интегралы, формулы Гаусса-Остроградского и Стокса»

ВАРИАНТ 1

1. Вычислить $\iint_S z^2 dS$, если $S = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2, x = y\}$.

2. Доказать, что $\int_C \frac{dx + dy + dz}{x + y + z} = 0$ по любому замкнутому контуру C , не пересекающему плоскость $x + y + z = 0$.

3. Найти поток поля $\vec{F} = (x^2 z^2 - x^2 y^2)\vec{i} + (3xy^2 z^2 - 2xyz^2)\vec{j} + (2xy^2 z - 2xyz^3)\vec{k}$ через внешнюю сторону поверхности $S = (x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 4$.

4. Вычислить $\iiint_G \frac{dx dy dz}{1 + (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$, если $G = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0\}$.

2.3. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине (вопросы к экзамену, задачи).

Примерный перечень теоретических вопросов на экзамен в 1 семестре:

1. Понятие множества. Операции со множествами.
2. Рациональные и иррациональные числа. Понятие сечения. Определение вещественного числа как результат сечения.
3. Определение предела функции (в терминах последовательности и в терминах ε - δ)
4. Первый замечательный предел
5. Теоремы о пределах функции
6. Теоремы о сравнении пределов функций
7. Монотонные функции. Определение монотонной функции. Существование предела монотонной функции
8. Определение дифференциала функции и дифференциала независимой переменной. Геометрический смысл дифференциала функций.
9. Производные и дифференциалы высших порядков. Правила вычисления старших производных и дифференциалов. Формула Лейбница.
10. Теоремы о дифференцируемых функциях: Теорема Ферма. Теорема Ролля.
11. Теоремы о дифференцируемых функциях: Теорема Лагранжа. Теорема Коши.
12. Формула Тейлора.
13. Возрастание и убывание функции. Связь со знаком производной. Понятие экстремума функции.
14. Необходимый признак экстремума функции
15. Достаточные признаки существования экстремума функции.
16. Выпуклость, вогнутость и точки перегиба графика функции.
17. Понятие многомерного пространства Граница пространства. Понятие функции многих переменных.
18. Предел функции многих переменных
19. Экстремум функции многих переменных. Необходимое условие экстремума функции многих переменных.
20. Достаточное условие экстремума функции многих переменных.
21. Понятие неявной функции. Теоремы существования неявных функций, определяемых

одним уравнением и системой уравнений.

22. Условный экстремум функции многих переменных.

Примерный перечень теоретических вопросов на экзамен во 2 семестре

1. Понятие степенного ряда
2. Интегрирование рациональных выражений.
3. Определение криволинейных интегралов 1 и 2 типа
4. Понятие определенного интеграла
5. Понятие кратных интегралов
6. Признаки сходимости ряда
7. Ряды Фурье
8. Площадь поверхности. Длина дуги.

Экзаменационные вопросы предполагают развернутые ответы и проверяют усвоение студентами компетенций ОПК -2

Примеры экзаменационных билетов.

(1 семестр)

Билет №1.

1.1. Верхняя, нижняя границы числового множества. Супремум, инфимум. Теорема Больцано о супремуме и инфимуме. (Доказать, что из ограниченности сверху следует существование супремума.)

1.2. Доказать, что из дифференцируемости следует непрерывность. Будет ли функция $y = |x|$ непрерывной и дифференцируемой в нуле?

1.3. Провести полное исследование функции и построить график

$$y = 5 \cdot \frac{x + 1}{x^2}.$$

2 семестр)

Билет №1.

1.1. Доказать лемму о множестве первообразных. Перечислить свойства неопределённого интеграла. Являются ли функции $\operatorname{tg} x - \frac{1}{\cos x}$ и $\frac{-2}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1}$ первообразными для функции $\frac{1}{1 + \sin x}$ на интервале $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$?

1.2. Повторные пределы. Доказать теорему о повторных пределах. Найти предел или доказать, что он не существует $\lim_{(x,y) \rightarrow 0} \frac{xy}{x^2 + y^2}$.

1.3. Доказать необходимый признак сходимости числового ряда. Следствие о расходимости. Выполнен ли необходимый признак сходимости, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi}{2n+1}}{2n+1}$?

(3 семестр)

БИЛЕТ №1.

1.1. Дать определение криволинейного интеграла первого рода. Вывести формулу для вычисления криволинейного интеграла первого рода для гладкой кривой, заданной параметрически, записать формулы для других способов задания кривой.

1.2. Найти поток векторного поля \mathbf{a} через часть поверхности S , вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}. \quad S: x^2 + y^2 = 1, P_1: z = 0, P_2: z = 2.$$

1.3. Дать определение двойного интеграла. Изменить порядок интегрирования.

Сделать чертёж.
$$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} dy \int_0^{\arcsin y} f(x, y) dx + \int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^1 dy \int_0^{\arccos y} f(x, y) dx = ?$$

2.4. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине (примеры тестовых заданий технологии STACK (Moodle)).

Вопрос 1
Пока нет ответа
Балл: 1,00

Дано отображение $f: [-6; -2] \rightarrow \mathbb{R}, y = f(x) = (x+4)^2 - 6$.

Это отображение является инъекцией?

(No answer given) ▾

Если нет - укажите хотя бы два разных значения $x_1, x_2 \in [-6; -2]$, в которых значения функции совпадают, то есть $f(x_1) = f(x_2)$.

Ответ на второй вопрос - множество (числа через запятую в фигурных скобках). Если таких значений нет (f - инъекция), то это множество является пустым, то есть {}.

Вопрос 1
Пока нет ответа
Балл: 1,00

Вычислите определённый интеграл $\int_0^{7\pi} 9\sin\left(\frac{x}{3}\right) dx$

Ответ:

Вопрос 1
Пока нет ответа
Балл: 1,00

Вычислить частную производную по x функции $f(x, y) = 2 + 8x - x^3y + y^6$ в точке (3;3). Введите числовой ответ. Решение оформляйте в тетради для домашних работ.

Ответ:

Вопрос 1
Пока нет ответа
Балл: 1,00

Выберите уравнение касательной плоскости к поверхности $z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{6}$ в точке (x, y) . Решение запишите в тетради для домашних работ.

a. $23x - 2y - z = 3 + 4$

b. $2^3x^3 + 2^6y - z = 3 + 4$

c. $23x + 2y - z = 3 - 4$

d. $53x + 2y - z = 3 + 4$

e. $23x + 2y - z = 4$

f. $23x + y - z = 3 + 4$

g. $2x + 2y - 3z = 3 + 4$

h. $23x + 3y - z = 3 + 4$

Вопрос 1
Пока нет ответа
Балл: 1,00

Исследуйте на экстремум функцию:
(№ 401) $z = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$

Решение оформите в тетради для домашних работ.

Какие точки требуют дополнительных исследований

Какие точки являются точками локального максимума

Какие точки являются точками локального минимума

Какие точки являются критическими

Вопрос 1
Пока нет ответа
Балл: 1,00

Вычислите неопределённый интеграл $\int x\sqrt{4x^2+1} dx$.

Выберите один ответ:

a. $x^2/2 + (1/8)(4x^2+1)^{(3/2)} + C$

b. $(-1/6)(4x^2+1)^{(3/2)} + C$

c. $(1/12)(4x^2+1)^{(1/2)} + C$

d. $x^2 + (4x^2+1)^{(-1/2)} + C$

e. $x^2/2 + (1/6)(4x^2+1)^{(3/2)} + C$

f. $(-1/4)(4x^2+1)^{(-1/2)} + C$

g. $(1/12)(4x^2+1)^{(3/2)} + C$

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения

3.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Текущий контроль осуществляется при помощи выполнения контрольных работ обу-

чающимися.

Для выставления текущей успеваемости при контроле СРС рекомендуется использовать следующую таблицу.

контроля СРС	
(отлично)	Решены все задачи. Студент четко и логично изложил решение задач.
(хорошо)	Студент решил все задачи, но не в полном объеме, т.е. при решении применяется верная методика, но имеют место ошибки при решении.
(удовлетворительно)	Студент решил половину задач в полном объеме, с несущественными недочетами.
(неудовлетворительно)	Студент решил менее половины задач с нарушением логики изложения. Студент очень плохо владеет основными методами решения. Допущены существенные ошибки.

3.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Текущий контроль обеспечивается проведением контрольных работ и коллоквиума (в 1 семестре), проверкой домашних заданий (в том числе с использованием тестов в Moodle). За практическую часть работы преподаватель, ведущий практику, ставит оценку по 5 бальной системе (оценка находится как среднее арифметическое оценок за контрольные работы, при условии, что выполнено не менее 50% домашних заданий - на оценку 3, не менее 70% - на оценку 4 и не менее 90% домашних заданий - на оценку 5). Если домашних заданий сделано не достаточно, то преподаватель, ведущий практику, может снизить оценку, либо задать дополнительные вопросы по темам не выполненных домашних заданий.

Критерии оценивание контрольных работ (каждая контрольная работа рассчитана на 1 академический час):

- оценка «отлично» ставится, если решено более 80% предложенных задач, причем при решении выбирается наиболее рациональный метод и приводятся необходимые пояснения, строго и грамотно аргументирующие все шаги решения;
- оценка «хорошо» ставится, если решено более 60% предложенных задач, причем при решении иногда выбирается нерациональный метод и приводится недостаточно точное обоснование проводимых рассуждений;
- оценка «удовлетворительно» ставится, если решено более 40% предложенных задач, причем при решении часто выбирается нерациональный метод и не приводятся необходимые пояснения;
- оценка «неудовлетворительно» ставится, если решено менее 40% предложенных задач.

Критерии оценивание ответа на коллоквиуме (на подготовку и ответ отводится 30 минут для ответа на два вопроса, либо письменно, либо ответ устный у доски).

- Оценка "отлично" ставится за исчерпывающий, точный ответ, демонстрирующий хорошее знание теоретического материала, свободное владение математической терминологией, умение излагать материал последовательно, делать необходимые обобщения и выводы;
- Оценка "хорошо" ставится за ответ, обнаруживающий хорошее знание и понимание теоретического материала, умение излагать материал последовательно и грамотно. В ответе может быть недостаточно полно развернута аргументация, возможны отдельные

- недостатки в формулировке выводов.
- Оценка "удовлетворительно" ставится за ответ, в котором материал раскрыт в основном правильно, но недостаточно полно, с отклонениями от последовательности изложения. Математически строгие доказательства подменяются правдоподобными рассуждениями, нет полноценных обобщений и выводов.
 - Оценка "неудовлетворительно" ставится, если ответ обнаруживает незнание теоретического материала и неумение его анализировать, в ответе отсутствуют необходимые математические примеры; нарушена логика в изложении материала, нет необходимых обобщений и выводов.
 - Студент не сдавший коллоквиум должен выполнить набор тестов в Moodle(на тройку).

Итоговый контроль обеспечивается проведением экзаменов в каждом семестре.

На экзамен допускаются все студенты. Студенты, получившие по практике оценки 4-5, освобождаются от практической части билета со своей оценкой (в 1-2 семестрах). Студенты, имеющие оценки 3 и менее за практику, должны сделать сначала практическую часть билета, если они не справились, то экзамен не сдан. Если сдана практическая часть билета, то оценка за экзамен получается как среднее арифметическое оценок за практику и теорию. В первом семестре, если коллоквиум был сдан, то от первого вопроса по теории (из трёх) студент освобождается с той оценкой, какая была за коллоквиум.

Критерий оценивания ответа на экзамене (на подготовку и ответ на экзамене отводится 1 академический час):

- Оценка "отлично" ставится за исчерпывающий, точный ответ, демонстрирующий хорошее знание теоретического материала и умение применять его на практике, свободное владение математической терминологией, умение излагать материал последовательно, делать необходимые обобщения и выводы;
- Оценка "хорошо" ставится за ответ, обнаруживающий хорошее знание и понимание теоретического материала, умение излагать материал последовательно и грамотно, умение применять теоретический материал на практике. В ответе может быть недостаточно полно развернута аргументация, возможны отдельные недостатки в формулировке выводов.
- Оценка "удовлетворительно" ставится за ответ, в котором материал раскрыт в основном правильно, но недостаточно полно, с отклонениями от последовательности изложения. Математически строгие доказательства подменяются правдоподобными рассуждениями, нет полноценных обобщений и выводов. Необходимо умение применять основные формулы и правила при решении практических задач.
- Оценка "неудовлетворительно" ставится, если ответ обнаруживает незнание теоретического материала и неумение его анализировать, в ответе отсутствуют необходимые математические примеры; нарушена логика в изложении материала, нет необходимых обобщений и выводов. Теоретический материал неверно применяется при решении практических задач.

Список литературы:

а) основная литература:

1. Г. М. Фихтенгольц Основы математического анализа Т. 1, 2 - НАУКА М.- 1968г.
2. Ильин в. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа: В2-х ч. Часть I: Учеб.: Для вузов. – 7-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 648 с. – (Курс высшей математики и математической физики). – ISBN 5-9221-0536-1.
3. Будаев В. Д., Якубсон М. Я. Б90 Математический анализ. Функции одной переменной: Учебник. – СПб.: Издательство «Лань», 2012. – 544 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература). ISBN 978-5-8114-1186-3

б) дополнительная литература:

1. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа: Учеб. пособие для вузов. – 3-е изд., исправл. – М.: ФИЗМАТ- ЛИТ, 2001. – 672 с. – ISBN 5- 9221-0008-4.
- 2.. Кудрявцев Л. Д. К88 Курс математического анализа (в двух томах): Учебник для студентов университетов и вузов. – М.: Высш, школа, 1981, т. I. – 687 е., ил.
- 3 Ильин В.А и др. Математический анализ. Начальный курс/ В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл. Х. Сендов. Под редакцией А.Н. Тихонова. 2-е изд., перераб. _М.:Изд-во МГУ, 1985.-662 с.

Сетевые ресурсы

1. <http://alexlarin.net/>
2. <http://reshuege.ru/>
3. <http://ege-ok.ru/>
4. <http://www.egetrener.ru/>
5. <http://dxdy.ru/>
6. <http://nashol.com/2014021675836/matematika.html>
7. <http://www.alleng.ru/edu/math.htm>
8. <http://www.diary.ru/~eek/p544405820.htm>
9. <http://www.resolventa.ru/>
10. <http://hijos.ru/>
11. <http://www.itmathrepetitor.ru/>
12. <http://festival.1september.ru/mathematics/>

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости):

Курсы в Moodle <http://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=2523>,
<http://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=109>

Образовательный математический сайт <http://exponenta.ru/>

Математическая библиотека сайта «Мир математических уравнений»
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm>