

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан физического факультета
С.Н. Филимонов

Рабочая программа дисциплины

Нелинейные уравнения математической физики

по направлению подготовки

03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки:
«Медицинская и биологическая физика»

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
В.П. Демкин

Председатель УМК
О.М. Сюсина

Томск – 2025

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Знает основные законы, модели и методы исследования физических процессов и явлений

ИОПК 1.2 Применяет физические и математические модели и методы при решении теоретических и прикладных задач.

2. Задачи освоения дисциплины

– Изучить общие свойства нелинейных уравнений математической физики на примерах простых моделей нелинейной теплопроводности, реакционно-диффузионных явлений, нелинейных волн;

– Освоить аппарат теории солитонов на примерах простых солитонных уравнений.

– Научиться применять понятийный аппарат нелинейных уравнений для решения практических задач профессиональной деятельности.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Шестой семестр, зачет

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: дифференциальное и интегральное исчисление, линейная алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения и интегральные уравнения, теории функций комплексного переменного, линейные уравнения математической физики.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 часа, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 16 ч.

в том числе практическая подготовка: 16 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Нелинейные системы и их модели.

Краткое содержание темы. Обзор нелинейных систем и моделей в различных областях физики. Линейные и нелинейное уравнение общего вида. Особенности нелинейных уравнений и их решений. Классификация квазилинейных уравнений.

Тема 2. Канонический вид квазилинейного уравнения второго порядка.

Краткое содержание темы. Классификация квазилинейного уравнения второго порядка. Отличие классификации линейного и нелинейного уравнения. Зависимость типа нелинейного уравнения от вида решения. Каноническая форма квазилинейного уравнения.

Тема 3. Линейные и нелинейные тепловые явления.

Краткое содержание темы. Физические закономерности распространения тепла. Закон Фурье. Отклонение от линейного закона теплопроводности. Нелинейное уравнение теплопроводности. Задачи с внешней и внутренней нелинейностью.

Тема 4. Задача Стефана о фазовом переходе.

Краткое содержание темы. Автомодельные переменные и автомодельные решения нелинейных уравнений. Распространение тепла в среде с фазовым переходом. Решение задачи Стефана о фазовом переходе.

Тема 5. Распространение теплового возмущения в нелинейной среде от мгновенного точечного источника.

Краткое содержание темы. Распространение теплового возмущения в нелинейной среде. Распространение тепла от мгновенного теплового источника. Вид автомодельного решения. Автомодельное решение нелинейного уравнения теплопроводности.

Тема 6. Системы реакционно-диффузионного типа.

Краткое содержание темы. Распределенные системы с обратной связью. Положительная и отрицательная обратная связь. Понятие об активаторе и ингибиторе. Диссипативные структуры и самоорганизация в активных средах. Модель двухкомпонентной системы типа «реакция - диффузия». Стационарное состояние и его устойчивость.

Тема 7. Линейные и нелинейные волны.

Краткое содержание темы. Волновые движения и их классы. Гиперболические волны. Волны в среде с дисперсией. Распространение волны в нелинейной среде. Одномерное волновое уравнение.

Тема 8. Прямая и обратная задача рассеяния для одномерного уравнения Шредингера.

Краткое содержание темы.

Постановка прямой и обратной задачи рассеяния в квантовой механике. Задача рассеяния для одномерного уравнения Шредингера. Функции Иоста. Непрерывный спектр. Аналитические свойства функций Иоста и матрицы переноса. Дискретный спектр в задаче рассеяния.

Тема 9. Решение обратной задачи рассеяния для одномерного уравнения Шредингера.

Краткое содержание темы. Данные рассеяния. Уравнения Гельфанда-Левитана-Марченко и решение обратной задачи рассеяния. Формула для потенциала.

Тема 10. Уравнение Кортевега – де Фриза и метод обратной задачи рассеяния.

Краткое содержание темы. Понятие об $(L-A)$ –паре Лакса для нелинейного уравнения. Свойства нелинейного уравнения, обладающего $(L-A)$ –парой. Пара Лакса для уравнения Кортевега – де Фриза (КдВ). Эволюция данных рассеяния. Схема метода обратной задачи рассеяния для интегрирования нелинейного уравнения Кортевега – де Фриза.

Тема 11. Безотражательные потенциалы и солитонные решения.

Краткое содержание темы. Уравнение Гельфанда-Левитана-Марченко для безотражательных начальных условий. Вывод формулы N -солитонного решения. Общий вид N -солитонного решения уравнения КдВ.

Тема 12. Одно- и двух- солитонные решения.

Краткое содержание темы. Вывод явных выражений для одно- и двух- солитонных решений. Анализ формул для одно- и двух- солитонных решений. Свойства солитонов уравнения КдВ как квазичастиц. Упругие столкновения солитонов. Обзор других солитонных уравнений: нелинейного уравнения Шредингера и уравнения синус-Гордона.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине осуществляется путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр. Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» – <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет в шестом семестре проводится в письменной форме по билетам. Продолжительность зачета 1,5 час.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» – <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=2425>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (<https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>).

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине.

Тема 1. Сравнительный анализ примеров линейных и нелинейных уравнений и систем. Проверка критериев линейности уравнения, типов линейных и нелинейных уравнений, зависимость от области изменения независимых и зависимых переменных. Уравнение в вариациях для заданного решения нелинейного уравнения.

Тема 2. Примеры приведения квазилинейного уравнения второго порядка к каноническому виду. Пример классификации квазилинейной системы уравнений.

Тема 3. Анализ свойств решений линейной и нелинейной задач распространения тепла от мгновенного точечного источника. Вычисление предельного перехода в решении нелинейной задачи при переходе к линейному уравнению.

Тема 4. Построение решений нелинейного уравнения теплопроводности в режиме «обострения». Построение решений нелинейного уравнения теплопроводности с источниками различных видов.

Тема 5. Примеры моделей реакционно-диффузионного типа. Построение стационарных и однородных решений, исследование их устойчивости.

Тема 6. Линейные и нелинейные волны в диспергирующих средах. Дисперсионные соотношения. Примеры решения простейших нелинейных волновых уравнений методом характеристик.

Тема 7. Задача рассеяния для стационарного одномерного уравнения Шредингера. Примеры нахождения данных рассеяния. Примеры построения точных и приближенных решений уравнения Гельфанда-Левитана-Марченко.

Тема 8. Получение и анализ выражений, задающих солитонные решения уравнения КдВ. Нахождение приближенных решений в частных случаях данных рассеяния, Анализ одно- и двух-солитонных решений. Простейшие свойства нелинейного уравнения Шредингера.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Тихонов А.Н. Уравнения математической физики/ А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Изд-во МГУ, 1999. – 798 с.

– Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. – М.: Мир, 1977. – 622с.

- Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П. Теория солитонов: Метод обратной задачи/ В.Е. Захаров, С.В. Манаков, С.П. Новиков, Л.П. Питаевский. – М.: Наука, 1980. – 319 с.
- Абловиц М. Солитоны и метод обратной задачи/ М.Абловиц, Х. Сигур. – М.: Мир, 1987. – 480 с.
- Додд Р. Солитоны и нелинейные волновые уравнения/ Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис. – М.: Мир, 1988. – 694 с.
- Ньюэлл А. Солитоны в математике и физике. – М.: Мир, 1989. – 323 с.
- Калоджеро Ф. Спектральные преобразования и солитоны/Ф. Калоджеро, А. Дегасперис. – М.: Мир, 1985. – 469 с.
- Марченко В.А. Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения. – Киев: Наукова Думка, 1977. – 331.
- Левитан Б.М. Обратные задачи Штурма-Лиувилля. – М.: Наука, 1984. – 240 с.
- Альперин М.М. Введение в физику двухуровневых систем/ М.М. Альперин, Я.Д. Клубис, А.И. Хижняк. – Киев: Наукова Думка, 1987.
- Шаповалов А.В. Введение в нелинейную физику (учебное пособие). – Томск: Изд-во ТПУ, 2002. – 129 с.
- Шаповалов А.В. Задачи по курсу "Введение в нелинейную физику" (учебное пособие). – Томск: Изд-во ТПУ. 2002. – 47 с.
- Гончаренко А. М. Пучки и солитоны. Минск.: Издательский дом "Белорусская наука". 2014. 127 с. Электронное издание. – URL: <http://www.litres.ru/a-m-goncharenko/opticheskie-gaussovy-puchki-i-solitony/>
- Кившарь Ю.С. Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов/ Ю.С. Кившарь, Г.П. Агравал. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 648 с.
- б) дополнительная литература:
- Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики/ Л.К. Мартинсон, Ю.И. Малов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1996. – 367 с.
- Курант Р. Уравнения с частными производными. – М.: Мир, 1964.
- Тахтаджян Л.А., Фаддеев Л.Д. Гамильтонов подход в теории солитонов/ Л.А. Тахтаджян, Л.Д. Фаддеев. – М.: Наука, 1986. – 527 с.
- Режимы с обострением. Эволюция идеи: Законы коэволюции сложных структур. – М.: Наука, 1998.
- Кернер Б.С., Осипов В.В. Самоорганизация в активных распределенных средах. // Успехи физических наук. – 1990. – Т.160, Вып. 9. – С.1 – 73.
- Математическое моделирование. Нелинейные дифференциальные уравнения математической физики./ Ред. Акад. А.А. Самарский, чл.-корр. С.П. Курдюмов, В.И. Мажукин. – М.: Наука, 1987. – 280 с.
- в) ресурсы сети Интернет:
- Спецкурс МГУ по теории нелинейных волн <http://qopt.org/speckurs/nlwaves/nlwaves.htm>
- Нелинейные волны: некоторые биомедицинские приложения <https://ufn.ru/ru/articles/2007/4/e/references.html>
- Солитоны <http://ilib.mccme.ru/djvu/bib-kvant/soliton.htm>
<http://www.nkj.ru/archive/articles/7337/>
- Лекция В.Е. Захарова <https://www.youtube.com/watch?v=lpr1f0xPvtk>
- Оптические солитоны <http://www.pereplet.ru/obrazovanie/stsoros/890.html>
http://laser-portal.ru/content_620

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории, оборудованные соответствующей техникой (в том числе «Актру»), для реализации учебного процесса в смешанном формате.

15. Информация о разработчиках

Шаповалов А.В., доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической физики ФФ НИ ТГУ.