

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:  
Директор  
А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Дискретная математика

по направлению подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки:  
**Математическое моделирование и информационные системы**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2025**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
К.И. Лившиц

Председатель УМК  
С.П. Сущенко

Томск – 2025

## **1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1 Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.

ИОПК-1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.

ИОПК-1.3 Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.

ИОПК-1.4 Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности

ИОПК-3.1 Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.

ИОПК-3.2 Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.

ИОПК-3.3 Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.

ИОПК-3.4 Демонстрирует понимание и умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности.

## **2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания**

Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Текущий контроль осуществляется при помощи выполнения тестовых заданий по каждой пройденной теме в системе LMS MOODLE, а также контрольных заданий обучающимися. Для успешного прохождения текущего контроля необходимо успешно выполнить все тестовые задания и все контрольные задания. Проверка контрольных заданий осуществляется демонстрацией решённых задач и выполненных практических заданий с комментариями обучающихся.

Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Текущая аттестация по дисциплине «Дискретная математика» осуществляется в форме оценивания результатов самостоятельного выполнения тестовых заданий в LMS MOODLE по каждой освоенной теме, а также контрольных работ. Контрольные работы выполняются по следующим темам:

1. Булевы функции, булевы переменные, двойственные функции и двойственные формулы.
2. Дизъюнктивные нормальные формы.
3. Минимизация булевых функций.
4. Полином Жегалкина, замкнутые классы, функциональная полнота систем булевых функций.
5. Анализ и синтез дискретных систем.
6. Элементы теории автоматов.
7. Элементы теории графов.
8. Элементы теории кодирования

### Примеры тестовых заданий в системе LMS MOODLE.

1. Определите длину булева вектора 00110.
  - 1) 5
  - 2) 2
  - 3) 3
  - 4) 4
2. Определите, сколько булевых векторов длины 4 имеют вес, равный 1.
  - 1) 2
  - 2) 1
  - 3) 4
  - 4) 16
3. Определите, образует ли множество булевых векторов {10000, 10100, 10010, 10110} интервал. Если да, определите его ранг и запишите троичным вектором.
  - 1) да,  $r = 3$ , 10--0
  - 2) да,  $r = 5$ , 1---0
  - 3) да,  $r = 4$ , 10-00
  - 4) нет
4. Постройте совершенную ДНФ для функции  $f(x_1, x_2)$ , заданной следующей таблицей истинности:

| $x_1x_2$ | $f(x_1, x_2)$ |
|----------|---------------|
| 00       | 0             |
| 01       | 1             |
| 10       | 1             |
| 11       | 1             |

- 1) СовДНФ  $f = \bar{x}_1x_2 \vee x_1\bar{x}_2 \vee x_1x_2$
- 2) СовДНФ  $f = x_1 \vee x_2 \vee x_1x_2$
- 3) СовДНФ  $f = \bar{x}_1\bar{x}_2$
- 4) СовДНФ  $f = \bar{x}_1x_2 \vee x_1x_2$

5. Разложите булеву функцию  $f(x, y, z) = (x \downarrow y) \sim z \oplus y$  по формуле Шеннона по переменной  $y$ .

- 1)  $f(x, y, z) = y \wedge ((x \downarrow 1) \sim z \oplus 1) \vee \bar{y} \wedge ((x \downarrow 0) \sim z \oplus 0)$
- 2)  $f(x, y, z) = y \wedge ((x \downarrow 0) \sim z \oplus 0) \vee \bar{y} \wedge ((x \downarrow 1) \sim z \oplus 1)$
- 3)  $f(x, y, z) = y \wedge ((x \downarrow 1) \sim z \oplus 0) \vee \bar{y} \wedge ((x \downarrow 1) \sim z \oplus 0)$
- 4)  $f(x, y, z) = x \wedge ((x \vee 0 \rightarrow \bar{z}) \oplus 1) \vee \bar{x} \wedge ((0 \vee 0 \rightarrow \bar{z}) \oplus 1)$

6. Для функции  $f$ , заданной матрицей Грея, постройте кратчайшую ДНФ.

|       |                                                                                    |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------|
|       | $\overline{x_2}$                                                                   |
|       | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">●</div> |
| $x_1$ | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">●</div> |
|       | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">●</div> |

- 1)  $x_1 \vee \bar{x}_2$
- 2)  $\bar{x}_1 \vee x_2$
- 3)  $x_1 x_2$
- 4)  $x_1 \bar{x}_2$

7. Для частичной функции  $f$ , заданной матрицей Грея, постройте кратчайшую ДНФ.

|       |                                                                                    |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------|
|       | $\overline{x_2}$                                                                   |
|       | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">●</div> |
| $x_1$ | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">×</div> |
|       | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">●</div> |

- 1)  $x_1 \vee \bar{x}_2$
- 2)  $\bar{x}_1 \vee x_2$
- 3)  $x_1 x_2$
- 4) нет правильного ответа

8. Определите, принадлежит ли функция  $f = 1 \oplus x$  классу линейных функций  $L$ .

- 1)  $f$  принадлежит классу линейных функций, поскольку ранг обеих конъюнкций не превосходит 1
- 2)  $f$  принадлежит классу линейных функций, поскольку ранг обеих конъюнкций не превосходит 0
- 3)  $f$  не принадлежит классу линейных функций, поскольку ранг конъюнкции  $x$  равен 1
- 4)  $f$  не принадлежит классу линейных функций, поскольку в полином Жегалкина входит 2 конъюнкции

9. Задана функция  $f(x, y, z) = yz \leftarrow x(1 \sim \bar{z} \vee \bar{y})$ .

Постройте формулу, задающую двойственную функцию  $f^*(x, y, z)$ , по определению.

- 1)  $f^*(x, y, z) = \overline{y \bar{z} \leftarrow x(1 \sim \bar{z} \vee \bar{y})}$
- 2)  $f^*(x, y, z) = \overline{y \bar{z} \leftarrow x(\bar{1} \sim \bar{z} \vee \bar{y})}$
- 3)  $f^*(x, y, z) = \overline{yz \leftarrow x(1 \sim \bar{z} \vee \bar{y})}$
- 4)  $f^*(x, y, z) = \overline{yz \leftarrow x(\bar{1} \sim \bar{z} \vee \bar{y})}$

10. Функции  $k$ -значной логики. Пусть  $k=3$ . Сколько существует различных функций от трех переменных?

- 1) 27
- 2) 28
- 3) 9
- 4) 3

### Примеры контрольных заданий.

1. Булевы функции, булевы переменные, двойственные функции и двойственные формулы.
  - 1) Для функции  $f$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \bar{x})y$  :  
 определить порядок операций в формуле;  
 построить таблицу значений;  
 найти двойственную функцию по таблице значений;  
 найти двойственную функцию по определению двойственной функции;  
 найти двойственную функцию согласно принципу двойственности;  
 найти и удалить фиктивные переменные.
2. Дизъюнктивные нормальные формы
  - 1) Для функции  $f$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \bar{x})y$ , построить ДНФ<sub>1</sub> с помощью подстановки кратчайших ДНФ элементарных булевых функций и ДНФ<sub>2</sub>

с помощью разложения Шеннона по переменным. Сравнить результаты, построив таблицы значений для  $F$ ,  $ДНФ_1$  и  $ДНФ_2$ .

2) Для функции  $f$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \bar{x})y$ , найти совершенную ДНФ и совершенную КНФ с помощью таблицы значений.

3) Для функции  $f$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \bar{x})y$ :

построить таблицу значений;

задать функцию на матрице Грея;

найти сокращенную ДНФ по матрице Грея;

преобразовать сокращенную ДНФ в совершенную ДНФ;

найти кратчайшую ДНФ по матрице Грея;

построить для найденной кратчайшей ДНФ таблицу значений и сравнить ее с таблицей значений функции  $f$ .

### 3. Минимизация булевых функций

1) Для функции  $f$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \bar{x})y$ :

найти совершенную ДНФ;

найти сокращенную ДНФ по совершенной ДНФ методом Квайна – МакКласки;

найти сокращенную ДИФ по исходной формуле  $E$  методом Блейка – Порецкого;

построить таблицу Квайна;

найти кратчайшую ДНФ по таблице Квайна.

2) Для функции  $f$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \bar{x})y$  найти приближенную кратчайшую ДНФ методом Закревского

3) Для не полностью определенной функции  $f$ , заданной на матрице Грея, найти приближенную кратчайшую ДНФ методом конкурирующих интервалов.

### 4. Полиномы Жегалкина, замкнутые классы, функциональная полнота систем булевых функций

1) Для функции  $f$ , заданной вектором значений 01100111:

построить таблицу значений;

найти совершенную ДНФ;

найти полином Жегалкина по совершенной ДНФ;

найти полином Жегалкина по таблице значений функции / методом неопределенных коэффициентов.

2) Для функции  $f$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \bar{x})y$ :

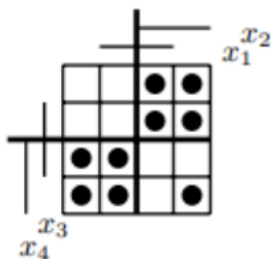
найти полином Жегалкина, используя разложение Дэвио по переменным;

найти полином Жегалкина, используя полиномы элементарных булевых функций;

определить принадлежность функции  $f$  замкнутым классам  $T^0$ ,  $T^1$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $S$  используя соответствующие алгоритмы;

определить является ли множество  $M = \{f\}$  функционально полной системой.

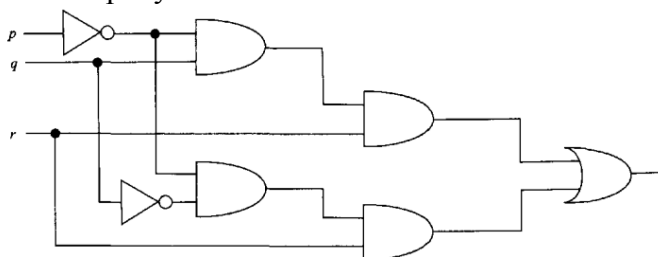
5. Начертите функциональную схему, реализующую функцию  $f$  в следующих базисах:



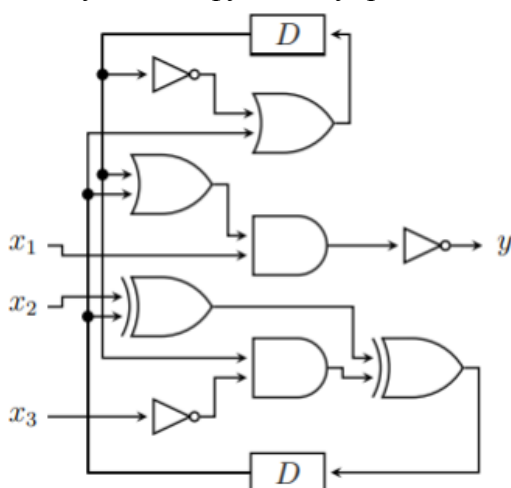
а) {НЕ, 2И, 2ИЛИ};

б) {НЕ, 2И}.

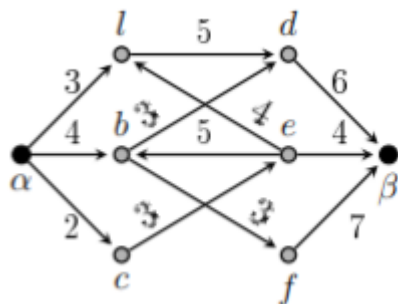
6. Вычислите булеву функцию, генерируемую функциональной схемой, показанной на рисунке:



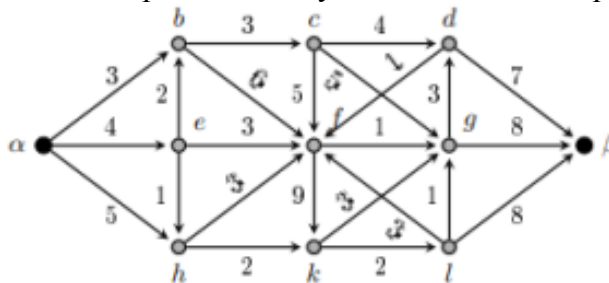
7. Выписать канонические уравнения для функций, которые реализуются данной схемой. Полученные функции упростить.



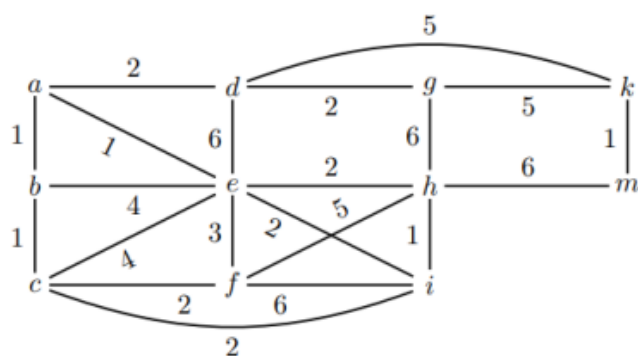
8. Найти максимальный поток в сети ( $\alpha$  - источник,  $\beta$  - сток)



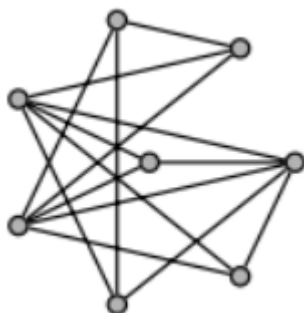
9. Найти кратчайший путь с помощью алгоритма Дейкстры



10. Найти минимальное остовное дерево



11. Найти хроматическое число и минимальную раскраску графа



### 3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Промежуточная аттестация по дисциплине в первом и во втором семестре проводится в форме письменного экзамена. К промежуточной аттестации допускаются только студенты, успешно прошедшие текущие аттестации по практическим занятиям.

Каждый билет для промежуточной аттестации состоит из трех частей по темам из разных разделов дисциплины. В качестве дополнительных вопросов во время проведения промежуточной аттестации используются контрольные вопросы, предлагаемые для самостоятельной работы обучающегося.

Первая часть представляет собой тест из 3 вопросов, проверяющих ИОПК-1.2, ИОПК-3.1. Ответы на вопросы первой части даются путем выбора из списка предложенных.

Вторая часть содержит один вопрос, проверяющий ИОПК-1.1, ИОПК-1.3, ИОПК-1.4. Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме.

Третья часть содержит 2 вопроса, проверяющих ИОПК-3.2., ИОПК-3.3. ИОПК-3.4, и оформленные в виде практических задач. Ответы на вопросы третьей части предполагают решение задач и краткую интерпретацию полученных результатов.

Оценки при проведении экзамена формируются в соответствии с нижеприведенной таблицей.

| Неудовлетворительно                         | Удовлетворительно                                                                    | Хорошо                                                                                           | Отлично                                                                |
|---------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| Не ответил ни на один из основных вопросов. | Ответил на два из основных вопросов и на один - два из трех дополнительных вопросов. | Ответил на все вопросы, содержащиеся в экзаменационном билете, и на дополнительные вопросы, но с | Уверенно и правильно ответил на все основные и дополнительные вопросы. |

|  |  |              |  |
|--|--|--------------|--|
|  |  | замечаниями. |  |
|--|--|--------------|--|

Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине (вопросы к экзамену):

1. Определения: булевы константы, булев вектор. Примеры.
2. Доказательство теоремы о числе булевых векторов.
3. Представление множества булевыми векторами. Примеры.
4. Представление чисел булевыми векторами. Примеры.
5. Расстояние между векторами. Примеры.
6. Соседние, противоположные, сравнимые булевы векторы. Примеры.
7. Определение булева пространства.
8. Способы задания булева пространства.
9. Определение интервала. Внутренние и внешние компоненты интервала.
10. Доказательство теоремы о мощности интервала.
11. Алгоритм распознавания интервала и поиска его границ. Примеры.
12. Способы задания интервала. Примеры.
13. Алгоритм распознавания интервала на матрице Грея. Примеры.
14. Определение соседних интервалов. Примеры.
15. Доказательство теоремы о пересечении и объединении соседних интервалов.
16. Определение булевых переменных и булевой функции.
17. Способы задания булевых функций. Примеры.
18. Доказательство теоремы о числе булевых функций.
19. Фиктивные переменные. Алгоритм распознавания фиктивных переменных по таблице значений булевой функции. Достаточное условие отсутствия фиктивных переменных.
20. Фиктивные переменные. Алгоритм распознавания фиктивных переменных булевой функции, заданной на матрице Грея.
21. Алгоритм добавления фиктивных переменных. Алгоритм удаления фиктивных переменных. Примеры.
22. Формула как способ задания булевых функций. Примеры.
23. Определение равносильных формул. Основные равносильности.
24. Определение двойственной функции. Алгоритм построения таблицы значений двойственной функции.
25. Способы построения двойственной булевой функции. Примеры.
26. Доказательство свойств двойственной функции.
27. Определение двойственной формулы. Примеры.
28. Доказательство принципа двойственности.
29. Разложение Шеннона по одной переменной. Примеры.
30. Разложение Шеннона по  $A$  переменным. Примеры.
31. Определение совершенной ДНФ. Теорема о единственности совершенной ДНФ булевой функции.
32. Алгоритм построения совершенной ДНФ по таблице значений булевой функции.
33. Определение совершенной КНФ. Теорема о единственности совершенной КНФ булевой функции. Построение совершенной КНФ из совершенной ДНФ.

34. Определения элементарной, полной, ортогональной, соседней и смежной конъюнкций. Примеры.
35. Определения ДНФ, длина и ранг ДНФ. Примеры.
36. Алгоритм преобразования ДНФ в совершенную ДНФ. Примеры.
37. Доказательство теоремы о конъюнкции и интервале.
38. Определения импликанты, простой импликанты, сокращенной ДНФ. Примеры.
39. Определения импликанты, простой импликанты, сокращенной ДНФ. Примеры.
40. Доказательство леммы об импликанте.
41. Определения кратчайшей и минимальной ДНФ. Примеры.
42. Доказательство теоремы о минимальной ДНФ.
43. Доказательство теоремы о кратчайшей ДНФ.
44. Определение безызбыточной ДНФ. Примеры.
45. Кратчайшие ДНФ элементарных булевых функций. Примеры.
46. Доказательство теоремы Квайна.
47. Алгоритм Квайна - МакКласки. Примеры.
48. Доказательство теоремы Блейка.
49. Алгоритм Блейка - Порецкого. Примеры.
50. Проблема минимизации булевых функций.
51. Таблица Квайна. Покрытия таблицы Квайна. Примеры.
52. Алгоритм поиска всех безызбыточных покрытий таблицы Квайна. Примеры.
53. Алгоритм поиска одного кратчайшего покрытия таблицы Квайна. Примеры.
54. Алгоритм поиска приближенной кратчайшей ДНФ методом Закревского. Примеры.
55. Определение не полностью определенной булевой функции. Способы задания не полностью определенных булевых функций. Примеры.
56. Доопределение не полностью определенной булевой функции. Доказательство теоремы о числе доопределений не полностью определенной булевой функции.
57. Проблема минимизации не полностью определенных булевых функций.
58. Алгоритм поиска одной кратчайшей ДНФ не полностью определенной булевой функции. Примеры.
59. Алгоритм поиска приближенной кратчайшей ДНФ не полностью определенной булевой функции методом Закревского. Примеры.
60. Алгоритм поиска приближенной кратчайшей ДНФ не полностью определенной булевой функции методом конкурирующих интервалов. Примеры.
61. Способы задания булевых и не полностью определенных систем булевых функций. Примеры.
62. Проблема минимизации не полностью систем булевых функций. Определения кратчайшей минимальной и безызбыточной ДНФ системы булевых функций. Примеры.
63. Алгоритм поиска одной кратчайшей ДНФ системы булевых функций с общей областью определения. Примеры.
64. Определение замкнутого класса булевых функций. Определение класса  $T_0$  булевых функций, сохраняющих константу 0. Доказательство замкнутости класса  $T_0$ . Доказательство теоремы о мощности класса  $T_0$ .

65. Определение замкнутого класса булевых функций. Определение класса  $T_1$  булевых функций, сохраняющих константу 1. Доказательство замкнутости класса  $T_1$ . Доказательство теоремы о мощности класса  $T_0$ .
66. Доказательство теоремы о булевой функции, не сохраняющей константу 0.
67. Определение класса  $L$ , линейных булевых функций. Доказательство замкнутости класса  $L$ . Доказательство теоремы о мощности класса  $L$ .
68. Доказательство теоремы о нелинейной булевой функции.
69. Определение класса  $S$  самодвойственных булевых функций. Доказательство замкнутости класса  $S$ . Доказательство теоремы о мощности класса  $S$ . Алгоритм определения самодвойственности булевой функции. Достаточное условие несамодвойственности булевой функции.
70. Доказательство теоремы о несамодвойственной булевой функции.
71. Определение класса  $M$  монотонных булевых функций. Доказательство замкнутости класса  $M$ . Доказательство теоремы об условии немонотонности. Алгоритм определения монотонности булевой функции.
72. Доказательство теоремы о немонотонной булевой функции.
73. Определение положительной конъюнкции. Доказательство леммы о числе положительных конъюнкций. Номер положительной конъюнкции. Представление полинома Жегалкина в форме с коэффициентами. Примеры.
74. Определение полинома Жегалкина, длина и ранг полинома. Примеры.
75. Доказательство теоремы о возможности представления булевой функции полиномом Жегалкина.
76. Доказательство теоремы о единственности представления булевой функции полиномом Жегалкина.
77. Алгоритмы построения полиномов Жегалкина. Примеры.
78. Проблема функциональной полноты систем булевых функций. Примеры.
79. Доказательство теоремы о двух функционально полных системах.
80. Принадлежность замкнутым классам элементарных булевых функций. Примеры.
81. Доказательство теоремы Поста - Яблонского о функциональной полноте.
82. Элементарные функции  $k$ -значной логики. Свойства.
83. Совершенные формы. Теоремы о 1-й и 2-й совершенных формах
84. Полиномы по  $\text{mod } k$ . Теорема о задании функций  $k$ -значных логик полиномами.
85. Малая теорема Ферма.
86. Построение полиномов методом неопределенных коэффициентов
87. Построение полиномов быстрым методом
88. Доказательство полноты системы Поста
89. Свойства функций в  $P_k$ , существенно зависящих не менее, чем от двух аргументов
90. Доказательство критерия полноты С.В.Яблонского.
91. Комбинационные и последовательностные дискретные устройства. Структура и поведение комбинационных дискретных устройств.
92. Задача анализа. Задачи синтеза: синтез в базисе ДНФ, в базисах НЕ И, НЕ ИЛИ.
93. Элементы теории автоматов. Определение автомата, основные понятия. Представление автомата таблицами переходов-выходов. Диаграммы переходов.
94. Канонические уравнения и их получение.

95. Формальные языки и настроенные диаграммы. Конечно-автоматные языки и операции над ними. Замкнутость конечно-автоматных языков.
96. Определение графа. Определения простого, общего, ориентированного графов, мультиграфов. Изоморфные графы. Примеры.
97. Смежность вершин и ребер. Степень вершины. Лемма о рукопожатиях и ее следствие.
98. Способы задания графов.
99. Связность графов. Компоненты связности. Разделяющее множество, разрез, мост.
100. Основные операции над графами.
101. Подграфы. Простейшие типы графов.
102. Маршрут, цепь, простая цепь, цикл. Определение связности графов с использованием понятия простой цепи.
103. Диаметр и обхват графа. Радиус и центры графа.
104. Теорема о числе ребер в графе.
105. Эйлеров граф. Лемма о существовании цикла в графе.
106. Эйлеров граф. Теорема о необходимых и достаточных условиях графа быть Эйлеровым.
107. Эйлеров граф. Алгоритм Флери построения Эйлерового цикла. Пример.
108. Ормаршрут, орцепь, простая орцепь, орцикл.
109. Гамильтоновы графы. Теорема Дирака. Теорема Оре.
110. Деревья и их свойства. Остовное дерево. Циклический и коциклический ранги графа.
111. Взвешенные графы. Минимальное основное дерево. Алгоритм Краскала.
112. Взвешенные графы. Минимальное основное дерево. Алгоритм Прима.
113. Плоские и планарные графы. Две теоремы о необходимых и достаточных условиях планарности графов. Толщина графа.
114. Теорема об укладке графа в трехмерном пространстве.
115. Жорданова кривая. Определение грани плоского графа. Теорема Эйлера о соотношении вершин, ребер и граней в плоском графе.
116. Жорданова кривая. Определение грани плоского графа. Теорема о числе ребер в плоском графе.
117. Плоские и планарные графы. Теорема о степени вершины в плоском графе.
118. Двойственные графы. Теорема о соотношениях числа вершин, ребер и граней в графе и соответствующем ему двойственном графе.
119. Раскраска вершин графов. Правильная раскраска. Хроматическое число. Теорема о раскраске произвольного графа.
120. Раскраска вершин графов. Правильная раскраска. Хроматическое число. Теорема о раскраске плоского графа в 6 цветов.
121. Раскраска вершин графов. Теорема о 5 красках.
122. Алгоритм минимальной раскраски графа.
123. Независимые множества и клики графа.
124. Определение сети. Изоморфизм сетей. Исток и сток в сети. Последовательное и параллельное соединение сетей.
125. Взвешенный граф. Алгоритм Дейкстры.
126. Отрицательные циклы. Алгоритм Форда-Беллмана.
127. Отрицательные циклы. Алгоритм Флойда-Уоршелла.

128. Потоки в сетях. Определение потока. Величина потока. Сечение и простое сечение. Пропускная способность простого сечения.
129. Задачи, сводимые к поиску потока в сети.
130. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм Форда-Фалкерсона поиска максимального потока в сети.
131. Остаточная сеть. Алгоритм Эдмонсона-Карпа.
132. Алфавитное кодирование. Префикс и суффикс. Свойство префикса.
133. Критерий однозначности кодирования.
134. Нетривиальное разложение элементарных кодов в схеме кодирования. Алгоритм проверки однозначности кодирования.
135. Неравенство Макмилана.
136. Теорема об однозначности кодирования.
137. Избыточность кодирования. Коды с минимальной избыточностью.
138. Дерево однозначного кодирования.
139. Насыщенное и приведенное деревья.
140. Теорема редукции. Операция редукции.
141. Алгоритм построения кода с минимальной избыточностью.
142. BDD-графы и ROBDD-графы.

#### **4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)**

##### **Список вопросов для оценки остаточных знаний**

1. Определения: булевы константы, булев вектор. Примеры.
2. Доказательство теоремы о мощности интервала.
3. Фиктивные переменные. Алгоритм распознавания фиктивных переменных булевой функции, заданной на матрице Грея.
4. Разложение Шеннона по  $A$  переменным. Примеры.
5. Доказательство леммы об импликанте.
6. Проблема минимизации булевых функций.
7. Алгоритм поиска приближенной кратчайшей ДНФ не полностью определенной булевой функции методом конкурирующих интервалов. Примеры.
8. Доказательство теоремы о несамодвойственной булевой функции.
9. Принадлежность замкнутым классам элементарных булевых функций. Примеры.
10. Доказательство критерия полноты С.В.Яблонского.

##### **Информация о разработчиках**

Широкова Екатерина Владимировна, кафедра информационных технологий в исследовании дискретных структур, старший преподаватель