

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор

  
А. В. Замятин

« 18 » \_\_\_\_\_ 2022 г.

Рабочая программа дисциплины

**Дискретные математические модели**

по направлению подготовки

**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки:

**Обработка данных, управление и исследование сложных систем**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Магистр**

Год приема

**2022**


Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.ДВ.01.02.03

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

 Л.А. Нежелская

Председатель УМК

 С.П. Сущенко

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий.

ПК-5 Способен управлять получением, хранением, передачей, обработкой больших данных.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИУК-1.1 Выявляет проблемную ситуацию, на основе системного подхода осуществляет её многофакторный анализ и диагностику.

ИУК-1.2 Осуществляет поиск, отбор и систематизацию информации для определения альтернативных вариантов стратегических решений в проблемной ситуации.

ИУК-1.3 Предлагает и обосновывает стратегию действий с учетом ограничений, рисков и возможных последствий.

ИПК-5.1 Осуществляет мониторинг и оценку производительности обработки больших данных.

ИПК-5.2 Использует методы и инструменты получения, хранения, передачи, обработки больших данных.

ИПК-5.3 Разрабатывает предложения по повышению производительности обработки больших данных.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Освоить аппарат разработки и исследования дискретных математических моделей.

– Научиться применять понятийный аппарат дискретных математических моделей для решения практических задач профессиональной деятельности.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор. Дисциплина входит в модуль «Академический модуль».

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Третий семестр, экзамен

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Линейная алгебра», «Методы оптимизации».

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

– лекции: 16 ч.;

– семинарские занятия: 0 ч.

– практические занятия: 16 ч.;

– лабораторные работы: 0 ч.

в том числе практическая подготовка: 0 ч.  
Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Дискретная модель динамического программирования.

Общее описание модели. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана. Вычислительные схемы для построения моделей и решения задач распределения ресурсов, управления запасами, замены оборудования. Цепь Маркова с доходами.

Тема 2. Модели целочисленных задач линейного программирования

Методы исследования моделей целочисленных задач линейного программирования: венгерский метод решения задачи о назначениях, метод ветвей и границ.

Тема 3. Графы и сети

Деревья и леса на графах: неориентированное покрывающее дерево, максимальный ориентированный лес и его применение для построения оптимальных ориентированных деревьев. Кратчайшие пути на графах, выявление контура отрицательной длины, задача об узких местах, задача с усилениями. Поточковые алгоритмы: максимальный поток, поток минимальной стоимости, динамические потоки. Паросочетания и покрытия на графах. Задача почтальона. Задача коммивояжера.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, выполнения индивидуальных домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Экзамен в третьем семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из двух частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первая часть содержит два вопроса. Ответы на вопросы даются в развернутой форме.

Вторая часть содержит одно задание, оформленное в виде практической задачи. Ответ предполагает решение задачи и краткую интерпретацию полученных результатов.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Общее описание модели ДП.
2. Принцип оптимальности. Уравнение Беллмана.
3. Вычислительная схема "обратного хода".
4. Задача распределения ресурсов.
5. Постановка задачи оптимального распределения ресурсов.
6. Динамическая модель задачи оптимального распределения ресурсов.
7. Динамическая модель задачи складирования, когда покупка предшествует продаже.
8. Динамическая модель задачи складирования, когда продажа предшествует покупке.
9. Динамическая модель задачи о замене оборудования, производящего продукцию.
10. Динамическая модель задачи о замене оборудования, не производящего продукцию.
11. Задача о назначениях. Венгерский метод.

12. Метод ветвей и границ.
13. Алгоритм построения неориентированных покрывающих деревьев.
14. Алгоритм Дейкстры поиска на графе кратчайшего пути.
15. Отличие алгоритма Форда от алгоритма Дейкстры.
16. Обнаружение отрицательного контура.
17. Алгоритм Флойда определения всех кратчайших путей на графе.
18. Задача об узких местах.
19. Задача с усилениями.
20. Сетевые графики. Метод критического пути.
21. Алгоритм поиска увеличивающей цепи на графе.
22. Алгоритм поиска максимального потока на графе.
23. Алгоритм поиска потока минимальной стоимости на графе.
24. Алгоритм поиска максимального динамического потока на графе.
25. Алгоритм построения чередующегося дерева.
26. Алгоритм выбора паросочетания максимальной мощности.
27. Задача почтальона.
28. Задача коммивояжера.

Примеры задач:

1. Задача об инвестициях.

Необходимо спланировать распределение средств, имеющихся в количестве  $R$ , между  $N$  предприятиями, чтобы суммарный доход был максимальным.

$R=30$ ,  $N=3$ , средства выделяются кратно  $10$ , функция дохода приведена в таблице:

$u_k \setminus k$	1	2	3
10	5	2	3
20	7	8	6
30	8	15	9

2. Задача складирования.

Планируется использование склада ёмкости  $C$  для хранения некоторого продукта в течение  $k$  ед. времени. В начале каждого временного интервала принимается решение об объеме закупок и продаж (в произвольной последовательности).

Необходимо так спланировать закупки-продажи, чтобы суммарная прибыль была максимальна.

$C=10$ ,  $k=6$ , цены закупок ( $\alpha_k$ ) и продаж ( $\beta_k$ ) даны в таблице:

$k$	1	2	3	4	5	6
$\alpha_k$	27	26	18	13	14	22
$\beta_k$	28	10	9	11	29	32

3. Задача о замене оборудования.

Планируется использование автомобиля в течение 8 лет. Цена нового автомобиля  $P=15000$ . Эксплуатационные расходы за год на содержание нового автомобиля  $r(0)=150$ . Эксплуатационные расходы за год на содержание автомобиля возраста  $t$  лет  $r(t)$  и ликвидационная стоимость автомобиля возраста  $t$  лет  $\varphi(t)$  даны в таблице:

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8
$r(t)$	364	1007	2078	3578	5507	7864	10650	
$\varphi(t)$	10000	6666	4444	2962	1975	1316	877	585

В начале каждого года принимается решение о замене либо о сохранении автомобиля. Предполагается, что первый автомобиль достаётся бесплатно, а в конце 8-го года имеющийся к тому моменту автомобиль продаётся, и вырученные

средства вычитаются из затрат. Нужно так спланировать замены автомобиля, чтобы суммарные затраты за 8 лет были минимальны.

4. Решение задачи о назначениях (задачи выбора) венгерским методом. Для заданной матрицы  $C$  определить выбор, сумма элементов которого максимальна. Посчитать сумму элементов выбора.

$$C = \begin{pmatrix} 72 & 50 & 42 & 20 & 54 \\ 66 & 4 & 0 & 64 & 22 \\ 40 & 36 & 52 & 20 & 10 \\ 72 & 54 & 14 & 44 & 70 \\ 12 & 2 & 14 & 34 & 32 \end{pmatrix}$$

5. Решение задачи дискретного программирования методом ветвей и границ.

Необходимо решить методом ветвей и границ следующую задачу:

$$L(X) = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$-x_1 + 3x_2 \leq 3$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \text{ целые.}$$

6. Построение покрывающего дерева минимального веса на неориентированном графе.

Граф задан матрицей смежности:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>
<i>a</i>		5	1	2	4							
<i>b</i>			1		7	6						
<i>c</i>					1							
<i>d</i>					1							
<i>e</i>						4	3					
<i>f</i>							6		10			
<i>g</i>								9			12	13
<i>h</i>											15	
<i>k</i>										7	3	
<i>l</i>												
<i>m</i>												8

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Допуск к экзамену – наличие выполненных не менее 60 % всех индивидуальных заданий.

Если студент не пропустил ни одного занятия, выполнил все индивидуальные задания и по каждому ответил на вопросы преподавателя, тем самым доказав самостоятельное выполнение, он освобождается от третьей части экзаменационного билета – практического задания.

Оценка выставляется в 5-ой балльной шкале: оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе отвечает на все вопросы; оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент в процессе ответа на вопросы допускает непринципиальные ошибки или неточности; оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент в процессе ответа на вопросы делает грубые ошибки, но показывает понимание сути вопросов и правильно использует научную терминологию; оценка «неудовлетворительно» выставляется в противном случае.

## 11. Учебно-методическое обеспечение

- а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=00000>
- б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.
- в) План семинарских / практических занятий по дисциплине.
- г) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

- а) основная литература:
  - Окулов С.М. Динамическое программирование / С.М. Окулов [и др.]. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2017. – 296 с.
  - Сигал И.Х. Введение в прикладное дискретное программирование / И.Х. Сигал [и др.]. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 240 с.
  - Лекции по теории графов. Учебное пособие / В.А. Емеличев [и др.]. – М.: Ленанд, 2017. – 382 с.
- б) дополнительная литература:
  - Вагнер Г. Основы исследования операций, т.1,2,3 / Г. Вагнер – М.: Мир, 1973. – 1322 с.
  - Калихман И.Л. Динамическое программирование в примерах и задачах / И.Л. Калихман – М.: Высшая школа, 1979. – 125 с.
  - Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах / Э. Майника – М.: Мир, 1981. – 372 с.
- в) ресурсы сети Интернет:
  - Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система. <http://www.consultant.ru>
  - ...

## 13. Перечень информационных технологий

- а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:
  - Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
  - публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).
- б) информационные справочные системы:
  - Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
  - Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
  - ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
  - ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
  - Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
  - ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
  - ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>
- в) профессиональные базы данных (при наличии):
  - Университетская информационная система РОССИЯ – <https://uisrussia.msu.ru/>

#### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

#### **15. Информация о разработчиках**

Катаева София Семеновна, канд. техн. наук, доцент, кафедра прикладной математики института прикладной математики и компьютерных наук, доцент.