

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан



Л. В. Гензе

« 31 » 08 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

**Дополнительные главы комплексного анализа**

по направлению подготовки

**01.03.01 Математика**

Направленность (профиль) подготовки :

**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

2022, 2023

Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.3.03

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП



Л. В. Гензе

Председатель УМК



Е. А. Тарасов

Томск – 2022

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин

ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Получить фундаментальные знания по курсу комплексного анализа.

– Научиться применять понятийный аппарат для решения практических задач комплексного анализа.

– Применять методы комплексного анализа для исследования современных задач специальных разделов в области комплексного анализа.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Шестой семестр, зачет с оценкой

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: математический анализ, линейная алгебра, аналитическая геометрия, комплексный анализ.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Классификация голоморфных функций по их особым точкам. Мероморфные функции.

Тема 2. Аналитическое продолжение. Римановы поверхности. Особые точки аналитической функции. Точки ветвления.

Тема 3. Принцип компактности. Равномерная сходимости внутри последовательности голоморфных отображений.

Тема 4. Теория конформных отображений. Основная задача. Голоморфные, однолистные и конформные отображения. Необходимые и достаточные условия однолистности. Однолистность предельного отображения. Лемма Шварца. Теорема Римана. Конструктивное доказательство теоремы Римана. Внутренняя нормировка. Граничная нормировка. Смешанная нормировка.

Тема 5. Принцип взаимно-однозначного соответствия. Принцип симметрии. Принцип аргумента. Теорема Руше. Принцип сохранения области.

Тема 6. Формула Шварца - Кристоффеля.

Тема 7. Комплексный потенциал плоского векторного поля.

## 9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## 10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет с оценкой в шестом семестре проводится в в устной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и задачу. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Мероморфные функции.
2. Аналитическое продолжение.
3. Принцип компактности.
4. Необходимые и достаточные условия однолистности
5. Лемма Шварца.
6. Принцип компактности.
7. Теорема Римана.
8. Принцип взаимно-однозначного соответствия.
9. Различные виды нормировок.
10. Принцип симметрии.
11. Принцип аргумента.
12. Принцип сохранения области.
13. Формула Шварца - Кристоффеля.

Примеры задач:

1. Отобразить на верхнюю полуплоскость полуплосу  $0 < x < p$ ,  $y > 0$ , с разрезом вдоль луча  $x = \frac{p}{2}$ ,  $0 \leq y \leq h$ . (Использовать принцип симметрии)

2. Найти максимальный радиус круга с центром в нуле, в котором функция  $e^z - 1$  однолистка.

3. В каких квадрантах лежат корни уравнения  $z^4 + z^3 + 4z^2 + 2z + 3 = 0$ ?

4. Доказать, что если функция  $f(z)$  отлична от константы, аналитична в области  $G$  и не обращается в нуль, то минимум  $|f(z)|$  не может достигаться внутри области  $G$ .

5. Найти конформное отображение  $w(z)$  угла  $\{z \in \mathbf{J} : |\arg z| < \pi/4\}$  на круг  $\{w \in \mathbf{J} : |w| < 1\}$ , удовлетворяющее условиям  $w(1) = 0$ ,  $\arg w'(1) = \pi$ .

6. Доказать, что отображение единичного круга  $E = \{z \in \mathbf{J} : |z| < 1\}$  на внешность

ограниченного многоугольника осуществляется функцией  $f(z) = c \int_{z_0}^z \prod_{k=1}^n (z - a_k)^{\alpha_k - 1} \frac{dz}{z}$ ,  
 $f(0) = \infty$ .

За ответ на зачете студент получает «отлично», если он успешно, без ошибок отвечает на весь билет. «Хорошо» ставится в случае, если ответ верен не менее, чем на 75%, «удовлетворительно» - если ответ верен не менее, чем на 50%. Если студент показывает знание менее 50% билета, то ставится оценка «неудовлетворительно». Итоги текущего контроля, выражающиеся оценкой за работу в семестре, влияют на оценку зачета. Оценка зачета получается как среднее арифметическое оценок за работу в семестре и за ответ на зачете.

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=6753>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План лекционных и практических занятий по дисциплине.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Гутлянский В. Я. Геометрическая и топологическая теория функций и отображений. Т.5. / Гутлянский В. Я. - Киев: Наукова думка, 2011 г.

2. Александров И.А. Комплексный анализ, ч.1 / Александров И.А. - Изд-во Том. ун-та, 2012г. - 204 с.

3. Александров И.А. Комплексный анализ, ч.2 / Александров И.А. - Изд-во Том. ун-та, 2012г. - 184 с.

4. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т. 1,2, 3-е изд. / Маркушевич А.И. - Спб: Лань, 2012.

5. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. 15-е изд. / Привалов И.И. - Спб: Лань, 2012 г. - URL: <https://e.lanbook.com/book/322>

б) дополнительная литература:

1. Краснов М. Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Задачи и примеры с подробными решениями. / Краснов М. Л. [и др.]. – Академия 2012. – 256 с. – URL: <http://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/KrasnovKiselevMakarenko1971ru.pdf>

2. Александров И.А. Методы геометрической теории аналитических функций / Александров И.А. - Томск, 2001 г. - 220 с.

в) ресурсы сети Интернет:

– Архив научных журналов – <https://arch.neicon.ru/xmlui/>

– Национальная электронная библиотека – <https://rusneb.ru/>

– База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций – <https://infoneeds.kubsu.ru/infoneeds/>

– Открытый образовательный видеопортал UniverTV.ru. Лекции в ведущих российских и зарубежных вузах – <http://univertv.ru/video/matematika/>

– Учебно-образовательная физико-математическая библиотека – <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>

### 13. Перечень информационных технологий

- а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:  
– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);  
– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

- б) информационные справочные системы:
- |   |     |   |
|---|-----|---|
| – Электронный каталог Научной библиотеки  | ТГУ | – |
| <a href="http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&amp;theme=system">http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&amp;theme=system</a> |     |   |
| – Электронная библиотека (репозиторий)  | ТГУ | – |
| <a href="http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index">http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index</a>                           |     |   |
| – ЭБС Лань – <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>  |     |   |
| – ЭБС Консультант студента – <a href="http://www.studentlibrary.ru/">http://www.studentlibrary.ru/</a>  |     |   |
| – Образовательная платформа Юрайт – <a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>   |     |   |
| – ЭБС ZNANIUM.com – <a href="https://znanium.com/">https://znanium.com/</a>   |     |   |
| – ЭБС IPRbooks – <a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>  |     |   |

### 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

### 15. Информация о разработчиках

Садритдинова Гулнора Долимджановна, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры матем. анализа и теории функций ММФ ТГУ

Колесников Иван Александрович, к.ф.-м.н., доцент кафедры матем. анализа и теории функций ММФ ТГУ

Копанев Сергей Анатольевич, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры матем. анализа и теории функций ММФ ТГУ