

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:
Директор
А. В. Замятин

Рабочая программа дисциплины

Уравнения математической физики

по направлению подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки:
Математическое моделирование и информационные системы

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
К.И. Лившиц

Председатель УМК
С.П. Сущенко

Томск – 2025

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1 Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.

ИОПК-1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.

ИОПК-1.3 Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.

ИОПК-3.1 Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.

ИОПК-3.2 Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.

ИОПК-3.3 Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.

2. Задачи освоения дисциплины

– Освоить аппарат теоретических и практических основ математической физики, математических методов и аналитического исследования математических моделей математической физики.

- Научиться применять понятийный аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности. В частности, рассмотреть основные принципы эффективного использования математических методов и моделей математической физики при решении задач, имеющих физический смысл. Решения таких задач стимулирует развитие математического аппарата, в частности, в теории интегральных и дифференциальных уравнений и ряда современных отраслей математики.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Дисциплина входит в модуль Модуль «Математика».

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Пятый семестр, экзамен

Шестой семестр, экзамен

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 з.е., 288 часов, из которых:

-лекции: 80 ч.

-практические занятия: 80 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Метод последовательных приближений

Тема 2. Интегральные уравнения с непрерывным ядром

Тема 3. Интегральные уравнения Фредгольма

Тема 4. Повторные ядра, Резольвента

- Теория интегральных уравнений

Тема 5. Интегральные уравнения Вольтерра

- Теория интегральных уравнений

Тема 6. Теоремы Фредгольма

- Теория интегральных уравнений

Тема 7. Интегральные уравнения с вырожденным ядром

- Теория интегральных уравнений

Тема 8. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений с вырожденным ядром

- Теория интегральных уравнений

Тема 9. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений с непрерывным ядром

- Теория интегральных уравнений

Тема 10. Следствия из теорем Фредгольма

- Теория интегральных уравнений

Тема 11. Интегральные уравнения с эрмитовым непрерывным ядром

- Теория интегральных уравнений

Тема 12. Теорема Гильберта-Шмидта и её следствия

- Теория интегральных уравнений

Тема 13. Решение неоднородного интегрального уравнения с эрмитовым непрерывным ядром

- Теория интегральных уравнений

Тема 14. Положительно определённые ядра

- Теория интегральных уравнений

Тема 15. Теорема Мерсера

- Теория интегральных уравнений

Тема 16. Задача на собственные значения.

- Теория интегральных уравнений

Тема 17. Задача Штурма-Лиувилля

- Теория интегральных уравнений

Тема 18. Тригонометрическая система. Тригонометрический ряд Фурье.

- Решение краевых задач

Тема 19. Тригонометрические системы на отрезке $[0, \pi]$.

- Решение краевых задач

Тема 20. Ряд Фурье в комплексной форме.

- Решение краевых задач

Тема 21. Многочлены Лежандра.

- Специальные функции

Тема 22. Преобразования Фурье и Лапласа.

- Решение краевых задач
Тема 23. Преобразование Фурье и свертка функций.
- Решение краевых задач
Тема 24. Разложение Каруннана-Лоэва. Общая теорема.
- Применение теоремы Мерсера
Тема 25. Функции ограниченной вариации. Свойства.
- Специальные функции

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен в пятом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первая часть представляет собой тест из 5 вопросов, проверяющих ИУК-1.1. Ответы на вопросы первой части даются путем выбора из списка предложенных.

Вторая часть содержит один вопрос, проверяющий ИОПК-2.2. Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме.

Третья часть содержит 2 вопроса, проверяющих ИПК-3.3 и оформленные в виде практических задач. Ответы на вопросы третьей части предполагают решение задач и краткую интерпретацию полученных результатов.

Примерный перечень теоретических вопросов

Вопрос 1. Необходимые сведения из функционального анализа. Определения и полнота функциональных систем. Ортонормальные системы. Эрмитовы операторы.
Вопрос 2. Интегральные уравнения Фредгольма I и II рода Интегральные уравнения Вольтерра.
Вопрос 3. Интегральные уравнения Фредгольма с вырожденным ядром.
Вопрос 4. Теоремы Фредгольма для уравнений с вырожденным и непрерывным ядром. Альтернатива Фредгольма.
Вопрос 5. Интегральные уравнения с эрмитовым непрерывным ядром.
Вопрос 6. Вариационный принцип.
Вопрос 7. Теорема Гильберта-Шмидта.
Вопрос 8. Теорема Мерсера. Формула Шмидта.
Вопрос 9. Вариационный принцип для положительно определенного ядра.
Вопрос 10. Теорема Стеклова.
Вопрос 11. Обобщенная задача Штурма-Лиувилля.
Вопрос 12. Метод Фурье для однородной задачи теплопроводности.
Вопрос 13. Решение задач математической физики методом Фурье.

Примеры задач:

Задача 1. Решить интегральное уравнение Фредгольма с вырожденным ядром.

Задача 2. По реализации выборки $X_1, \dots, X_n$ построить оценку методом максимального правдоподобия для параметра закона Пуассона.

Задача 3. Решить интегральное уравнение Вольтерра с вырожденным ядром.

Задача 4. Доказать, что в пространстве $C[0,1]$ нельзя ввести скалярное произведение, согласующееся с нормой этого пространства.

Задача 5. Доказать, что в пространстве l_p при $p \neq 2$ нельзя ввести скалярное произведение, согласующееся с нормой этого пространства.

Задача 6. Доказать полноту пространства $L_2(a,b)$.

Задача 7. Найти норму функционала в виде интеграла в постоянных пределах от функции из $C(a,b)$.

Задача 8. Доказать неравенство Минковского.

Экзамен в шестом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первая часть представляет собой тест из 5 вопросов, проверяющих ИУК-1.1. Ответы на вопросы первой части даются путем выбора из списка предложенных.

Вторая часть содержит один вопрос, проверяющий ИОПК-2.2. Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме.

Третья часть содержит 2 вопроса, проверяющих ИПК-3.3 и оформленные в виде практических задач. Ответы на вопросы третьей части предполагают решение задач и краткую интерпретацию полученных результатов.

Примерный перечень теоретических вопросов

Вопрос 1. Функции Бесселя. Краевая задача на собственные значения для уравнения Бесселя. Неоднородная краевая задача на собственные значения для уравнения Бесселя. Разложение в ряд Фурье.

Вопрос 2. Краевая задача на собственные значения для уравнения Бесселя. Неоднородная краевая задача для уравнения Бесселя.

Вопрос 3. Виды интегральных преобразований. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом преобразования Фурье. Решение уравнения переноса методом преобразования Лапласа.

Вопрос 4. Решение задач математической физики с помощью интегральных преобразований

Вопрос 5. Операции над обобщенными функциями. Дифференцирование обобщенных функций. Свойства производных. Первообразная обобщенной функции.

Вопрос 6. Решение классической задачи Коши для обыкновенного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.

Вопрос 7. Прямое произведение обобщенных функций. Корректность определения. Свертка обобщенных функций. Решение линейных дифференциальных уравнений. Фундаментальные решения.

Вопрос 8. Обобщенные решения линейных дифференциальных уравнений.

Вопрос 10. Обобщенная задача Коши для волнового уравнения.

Вопрос 11. Неоднородное гиперболическое уравнение.

Вопрос 12. Параболическое уравнение.

Вопрос 13. Метод Фурье в многомерном случае. Свободные колебания прямоугольной мембраны.

Вопрос 14. Решение краевых задач методом Фурье.

Примеры задач:

Задача 1. Привести пример интегрирования по измеримым множествам.

Задача 2. Привести пример вычисления интеграла Стильтьеса.

Задача 3. Найти норму функционала $f(0)$ в $C(a,b)$.

Задача 4. Найти норму оператора $Ax(t)$ из $C(a,b)$ в $C(a,b)$.

Задача 5. В нормированном пространстве доказать неравенство треугольника.

Задача 6. По реализации выборки $X_1, \dots, X_n$ построить оценку методом максимального правдоподобия для параметра экспоненциального распределения.

Задача 7. Доказать неравенство Коши-Буняковского.

Задача 8. Решение задач на дробное дифференцирование и интегрирование.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» – <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=00000>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине.

г) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

№ п/п	Авторы / составители	Заглавие	Издательс тво	Год издания
Основная литература				
1	И.И. Привалов	Интегральные уравнения : [учебник для университетов], 158 с.	Москва : ЛИБРОКОМ	2010
2	В.С. Владимиров	Уравнения математической физики	Москва, Наука	1988
3	В.А.Васильев , В.В.Конев, С.М.Пергаменщи ков	“Теорема Гильберта- Шмидта. Разложение Каруннена-Лоэва.” Методическое пособие по курсу “Уравнения математической физики”	Издательс кий дом ТГУ	207
4	Тихонов А.М., Самарский А.А.	Уравнения математической физики	Москва: Наука	1977
5	Фарлоу С.	Уравнения с частными производными	Москва : Мир	1985
		Дополнительная литература		
6	К. Б. Сабитов.	Уравнения математической физики : [учебник для студентов вузов, обучающихся по направлению 010400 "Прикладная математика и информатика"]	Москва: Физматлит	2013
7	Т.Д.Вентцель, А. Ю. Горицкий, Т. О. Капустина	Сборник задач по уравнениям с частными производными	Москва : БИНОМ. Лаб. знаний	2010
8	Е.С. Соболева, Г.М. Фатеева	Задачи и упражнения по уравнениям математической физики : [учебное пособие по уравнениям математической физики для студентов вузов, обучающихся по естественно-научным специальностям]	Москва : Физматлит	2012
9	Владимиров В.С.	Сборник задач по уравнениям математической	Москва, Физматлит	2001

	физики		
--	--------	--	--

ресурсы сети Интернет:

- открытые онлайн-курсы
- Журнал «Эксперт» - <http://www.expert.ru>
- Официальный сайт Федеральной службы государственной статистики РФ - www.gsk.ru
- Официальный сайт Всемирного банка - www.worldbank.org
- Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система. <http://www.consultant.ru>

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (GoogleDocs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Орайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

в) профессиональные базы данных (при наличии):

- Университетская информационная система РОССИЯ – <https://uisrussia.msu.ru/>
- Единая межведомственная информационно-статистическая система (ЕМИСС) – <https://www.fedstat.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешанном формате («Актру»).

15. Информация о разработчиках

Васильев Вячеслав Артурович, д-р физ.-мат. наук, профессор, кафедра системного анализа и математического моделирования, профессор