

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:
Декан ММФ ТГУ

Л. В.Гензе

Рабочая программа дисциплины

Численные методы решения задач экологии, медицины, механики сплошных сред

по направлению подготовки
01.04.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки :
Фундаментальная математика
Математический анализ и моделирование (Mathematical Analysis and Modelling)

Форма обучения
Очная

Квалификация
Магистр

Год приема
2023, 2024

СОГЛАСОВАНО:
Руководители ОП
П.А.Крылов, А.В.Старченко

Председатель УМК
Е.А. Тарасов

Томск – 2023

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ПК-1 Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач

2. Задачи освоения дисциплины:

- Целью дисциплины «Численные методы решения задач экологии, медицины, механики сплошных сред» является формирование у обучающихся знаний и навыков для исследовательской работы с использованием основных понятий экологии, соответствующего математического аппарата, позволяющих строить и исследовать математические модели, описывающие физические явления в экологии с использованием численных методов и современных ЭВМ.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к дисциплинам по выбору магистранта вариативной части Профессионального цикла Блок 1 «Дисциплины/модули».

Данная дисциплина является специальной для магистрантов-математиков и представляет собой фундаментальную теоретическую и практическую базу для изучения экологических проблем с помощью создаваемых математических моделей.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Третий семестр, экзамен

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: математический анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, численные методы.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 з.е., 216 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Раздел 1. История развития экологии

Тема 1. .Обзор литературы. Об истории развития математической экологии.

Тема 2. Основные проблемы математической экологии. Общие принципы построения математических моделей в экологии.

Тема 3. Методы анализа математических моделей: фазовый портрет, аналитическое и численное решение.

Тема 4. . Что такое экология? Экология по Э.Геккелю. Три группы основных экологических факторов (с примерами).

Тема 5. Основные разделы экологии. Проблема экологии человека. Определение популяции, ее основные свойства.

Раздел 2. Простейшие математические модели в экологии. Качественное исследование динамических систем. Применение численных методов при решении задач экологии

Тема 1. Простейшие математические модели динамики биологических популяций: модели Фибоначчи, Мальтуса, Гомпертца, Ферхюльста, Розенцвейга.

Тема 2. Три способа исследования математических моделей: Мальтуса, Гомпертца, логистической модели и модели Розенцвейга.

Тема 3. Модель Базыкина. Три частных случая.

Тема 4. Аналитический, графический и численный способы исследования трех вариантов модели Базыкина.

Раздел 3. Математические модели о взаимодействии 2-х и более популяций

Тема 1. Математические модели взаимодействующих видов типа «хищник-жертва».

Тема 2. Графический способ исследования классической модели Вольтерра, определение периода колебаний.

Тема 3. Качественное исследование динамических систем.

Тема 4. Устойчивость по Ляпунову. Исследование устойчивости классической модели Вольтерра с учетом внутривидовой конкуренции среди жертв.

Тема 5. «Жесткие» и «мягкие» математические модели в экологии. Примеры моделей первого и второго вида.

Раздел 4. Численные методы в задачах медицины

Тема 1. Простейшая модель эпидемии. Математическая модель Г.И.Марчука в иммунологии.

Раздел 5. Моделирование водных экосистем. Процесс самоочищения реки

Тема 1. Экологические модели, описывающие процесс самоочищения загрязненных рек. Модель Стриттера-Фелпса и ее модификации (точечный вариант).

Тема 2. Обобщение математических моделей самоочищения на одномерный и двумерный случаи.

Тема 3. Разностные аналоги экологических моделей с использованием явных и неявных численных методов.

Раздел 6. Простейшие атмосферные модели и применение численных методов для их реализации

Тема 1. Простейшие атмосферные модели. Явные и неявные численные методы для их реализации.

Тема 2. Точечные модели, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями (ОДУ).. Исследование вопросов аппроксимации, устойчивости и сходимости численных методов применительно к точечным моделям.

Тема 3. Математическая модель, описываемая уравнением адвекции: случай линейного уравнения; нелинейный случай.

Тема 4. Вопросы устойчивости для дифференциально-разностных уравнений.

Тема 5. Анализ разностной атмосферной модели с использованием схемы Лакса-Вендроффа.

Тема 6. Атмосферные математические модели с использованием двумерного уравнения адвекции

Содержание практически занятий по дисциплине, структурированное по темам

Раздел 1. Тема 2. Написать реферат на одну из экологических проблем.

Раздел 2. Тема 2. Исследовать одну из точечных математических моделей, описываемую обыкновенным дифференциальным уравнением (ОДУ) с соответствующим начальным условием, на устойчивость по поведению особых точек и, применяя численные методы решения задачи Коши для ОДУ, получить решение задачи на ПЭВМ, сравнив его с точным решением.

Задача № 1. Модель Мальтуса:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = f(N, t), \\ N(0) = N_0, \end{cases}$$

где N – численность популяции, t – время, $f(N, t) = \alpha \cdot N$.

Задача № 2. Модель Гомпертца:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = f(N, t), \\ N(0) = N_0, \end{cases}$$

где $f(N, t) = \alpha \cdot N(\ln(K) - \ln(N))$, где α - коэффициент прироста численности популяции, K - предельно допустимая величина численности.

Задача № 3. Модель Розенцвейга:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = f(N, t), \\ N(0) = N_0, \end{cases}$$

где $f(N, t) = \alpha N \left(1 - \frac{N^q}{b} \right)$, q, b - константы, причем $0 < q < 1$.

Задача № 4. Логистическая модель (Ферхюльста):

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = f(N, t), \\ N(0) = N_0, \end{cases}$$

где $f(N, t) = (\alpha - \gamma \cdot N) \cdot N$.

Тема 4. Модель Базыкина:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = f(N, t), \\ N(0) = N_0, \end{cases}$$

где $f(N, t) = \frac{rN^2}{N_1 + N} - bN - \gamma \cdot N^2$.

Раздел 3. Темы 2, 4. Исследовать одну из точечных математических моделей, описывающую взаимодействие типа «хищник-жертва», на устойчивость по поведению особых точек и, применяя численные методы решения задачи Коши для ОДУ, получить решение задачи на ПЭВМ, сравнив его с точным решением. Обобщение моделей на одномерный и двумерный случаи.

Задача № 1. Классическая модель Вольтерра:

$$\frac{dw}{dt} = \bar{f}(w, t),$$

$$\bar{w}(0) = \bar{w}^0,$$

где $\bar{w} = (x, y)^T$, $\bar{f} = (f_1, f_2)^T$, $\bar{w}^0 = (x_0, y_0)^T$,
 $f_1 = \lambda_1 x - v(x) \cdot y$, $f_2 = k \cdot v(x) \cdot y - \lambda_2 y$.

Задача №2. Классическая модель Вольтерра с учетом внутривидовой конкуренции среди жертв.

Задача №3. Классическая модель Вольтерра с учетом внутривидовой конкуренции среди хищников.

Задача №4. Классическая модель Вольтерра с учетом внутривидовой конкуренции среди жертв и хищников.

Задача №5. Определить период колебаний для классической модели Вольтерра.

Раздел 4. Тема 1. Написать реферат об иммунной модели Г.И.Марчука и выступить с докладом на занятии.

Раздел 5. Темы 1, 2, 3. Модифицировать математическую модель Ститера-Фелпса, вводя в ОДУ (или систему ОДУ) конвективные и диффузионные члены. Применить численные методы решения краевой задачи, описываемой уравнениями в частных производных. Исследовать вопросы аппроксимации, устойчивости и сходимости разностного метода, реализовать его на ПЭВМ. Проанализировать полученные результаты для точечной модели и для одномерного случая и сравнить их с результатами численного решения соответствующей задачи.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, выполнения индивидуальных заданий по темам практики, тестов по лекционному материалу, выполнение контрольных работ, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен в третьем семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов. Кроме того, студент представляет защищенные отчеты с оценкой по индивидуальным заданиям, выполненным в течение семестра. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов.

1. Понятие об экологии и о математической экологии.
2. О простейших математических моделях экологии («портновская» модель П.Л.

Чебышева, модель кровообращения Л. Эйлера и др.). Об истории развития математической

экологии.

3. Баланс численности популяции. Некоторые общие положения или рекомендации при построении биологической модели.

4. Методы анализа математических моделей, описывающих биологические процессы.

5. О применении численных методов в реализации атмосферных моделей в России и за рубежом.

6. Введение в экологию. Что такое экология? Определения экологии. Три группы основных экологических факторов, составляющие среду.

7. Абиотические факторы (четыре группы).

8. Типы биотических отношений (а) ++; б) + 0; в) + -; г) 0 0; д) 0 -; е) - -).

Примеры, пояснения.

9. Исследование устойчивости процессов, описываемых моделью

Гомперца (1825 г.):

$$\frac{dN}{dt} = \alpha N (\ln K - \ln N);$$
$$N(0) = N_0;$$

K - предельно допустимая величина численности.

10. Исследование устойчивости процессов, описываемых логистической моделью

$$\frac{dN}{dt} = (\alpha - \gamma N)N;$$
$$N(0) = N_0.$$

11. Исследование устойчивости процессов, описываемых моделью Розенцвейга

$$\frac{dN}{dt} = \alpha N \left(1 - \left(\frac{N^q}{b}\right)\right), \quad q = const; \quad 0 < q < 1;$$
$$N(0) = N_0.$$

12. Исследование устойчивости процессов, описываемых моделью Базыкина

$$\frac{dN}{dt} = \frac{rN^2}{N_1 + N} - bN - \gamma N^2;$$
$$N(0) = N_0.$$

13. Исследование устойчивости процессов, описываемых классической моделью Лотки-Волтерра

$$\frac{dx}{dt} = \lambda_1 x - \nu(x)y,$$
$$\frac{dy}{dt} = k\nu(x)y - \lambda_2 y,$$
$$x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0.$$

14. Учет внутривидовой конкуренции (среди жертв) в модели «хищник-жертва»:

$$\frac{dx}{dt} = \lambda_1 x - \mu_1 xy - \gamma x^2,$$
$$\frac{dy}{dt} = -\nu \lambda_2 y + \mu_2 xy,$$
$$x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0.$$

Исследование устойчивости процессов, описываемых данной моделью

15. Исследование простейшей модели эпидемии:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x(N + 1) - x,$$

$$x(0) = x_0.$$

Примеры индивидуальных заданий, выполняемых студентами самостоятельно:

Индивидуальное задание №1.

Исследовать одну из точечных математических моделей, описываемую обыкновенным дифференциальным уравнением (ОДУ) с соответствующим начальным условием, на устойчивость по поведению особых точек и, применяя численные методы решения задачи Коши для ОДУ, получить решение задачи на ПЭВМ, сравнив его с точным решением. Исследовать вопросы аппроксимации, устойчивости и сходимости используемого численного метода.

Индивидуальное задание №2.

Исследовать одну из точечных математических моделей, описывающую взаимодействие двух видов типа «хищник-жертва», на устойчивость по поведению особых точек и, применяя численные методы решения задачи Коши для системы ОДУ, получить решение задачи на ПЭВМ, сравнив его с точным решением. Исследовать вопросы аппроксимации, устойчивости и сходимости используемого численного метода.

Индивидуальное задание №3.

Модифицировать математические модели задания 1 и задания 2, вводя в ОДУ (или систему ОДУ) конвективные и диффузионные члены. Применить численные методы решения краевой задачи, описываемой уравнениями в частных производных. Исследовать вопросы аппроксимации, устойчивости и сходимости используемого разностного метода, реализовать его на ПЭВМ. Проанализировать полученные результаты и сравнить их с результатами численного решения задания 1 и задания 2.

По ответам на вопросы на экзамене и по итогам защиты каждого индивидуального задания может быть поставлена максимальная оценка 5 баллов. При ответе на вопросы и защите отчета оценивается полнота, точность, логичность и аргументированность изложения материала.

Таблица 1

| Оценка | Критерии соответствия |
|--------|---|
| 5 | Правильно и развернуто изложен материал каждого вопроса и отчета по индивидуальным заданиям соответствующего раздела. Студент полно, четко и логично излагает материал вопроса и защищаемый материал задания. |
| 4 | Правильно изложен материал каждого вопроса и отчета по индивидуальным заданиям, но не весь материал изложен развернуто и логически структурированно. |
| 3 | В целом правильно изложен материал каждого вопроса и защищаемого отчета по заданию, но изложение носит поверхностный характер и с нарушением логики изложения. |

| | |
|---|---|
| 2 | Материал ответа на каждый вопрос и защищаемых отчетов по заданиям представлен очень поверхностно и с нарушением логики изложения. Студент очень плохо владеет основными концепциями дисциплины. Допущены существенные терминологические и фактические ошибки. |
| 1 | Неверно изложен материал на вопросы билета, каждый отчет по индивидуальным заданиям написан с грубыми ошибками или отчеты вообще не подготовлены к защите. |

По каждому индивидуальному заданию в течение семестра защищается отчет. В конце семестра выставляется итоговая оценка. Защита отчета максимально может быть оценена 5 баллами. Критерии оценки зачета с оценкой по дисциплине «Численные методы решения задач экологии, медицины, механики сплошной среды» приведены в таблице 1.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «IDo» - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=6655>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (<https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>).

В ходе реализации дисциплины используются классические образовательные технологии: практические занятия, самостоятельное выполнение индивидуальных заданий, промежуточная аттестация в виде проверки индивидуальных заданий, и рекомендованной литературы. Самостоятельная работа включает: освоение теоретических положений лекционного курса, практическое выполнение заданий, подготовку к экзамену. Успешная самостоятельная работа над материалом дисциплины обеспечивается:

-лекционным материалом;

-списком вопросов для самостоятельной проверки знаний и подготовки к экзамену;

-списком литературы, включающим учебники и книги по изучаемым в дисциплине вопросам

Все индивидуальные задания подобраны таким образом, чтобы стимулировать психологическую установку студентов на формирование связи между математической теорией и ее практическим применением. Учат студентов способности проводить научно-исследовательские разработки по указанным темам. Вырабатывают умение оценивать полученные результаты и формулировать выводы по результатам проведенных исследований. Задания оформляются в виде отчетов, включающих теоретическую часть, полученные результаты и их анализ. Каждый отчет защищается студентом.

Студенты должны внимательно относиться к подготовке к защите отчетов и экзамену, ответственно подходить к самостоятельной работе и уверенно отвечать на вопросы тестов текущего контроля.

в) План практических занятий по дисциплине.

Тема 1. Основные проблемы математической экологии.

Тема 2. Точечные математические модели, описывающие динамику численности популяции.

Тема 3. Математические модели, описывающие взаимодействие типа «хищник-жертва» с учетом ареала обитания (одномерный случай).

Тема 4. Математическая модель Стивера-Фелпса и ее модификации, описывающие процесс самоочищения речного водоема.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Ризниченко Г. Ю. Математическое моделирование биологических процессов. Модели в биофизике и экологии : учебное пособие / Г. Ю. Ризниченко. – М. : Юрайт, 2016. – 183 с.

Режим доступа ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru/book/2FE64595-8AF3-40E1-A28B-1A2364263E77>

2. Наац В. И. Математические модели и численные методы в задачах экологического мониторинга атмосферы / В. И. Наац, И. Э. Наац. – М. : Физматлит, 2010. – 327 с.

3. Романюха А. А. Математические модели в иммунологии и эпидемиологии инфекционных заболеваний / А. А. Романюха. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 293 с.

4. Кузнецов Л. М. Экология : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / Л. М. Кузнецов, А. С. Николаев ; С.-Петербург. гос. экон. ун-т. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Юрайт, 2016. – 279 с.

5. Шилов И. А. Экология : учебник для академического бакалавриата / И. А. Шилов ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. – 7-е изд. – М. : Юрайт, 2016. – 511 с.

б) дополнительная литература:

1. Юдович В. И. Математические модели естественных наук : учебное пособие / В. И. Юдович. – СПб. [и др.] : Лань, 2011. – 335 с. – URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=689

2. Прасолов А. В. Математические методы экономической динамики : [учебное пособие] / А. В. Прасолов. – Изд. 2-е, испр. – СПб. [и др.] : Лань, 2015. – 349 с. – URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=6748

3. Прасолов А.В. Динамические модели с запаздыванием и их приложения в экономике и инженерии / Учебное пособие.-М.: Лань, 2010. – 192 с.

Дополнительные рекомендации к дисциплине

1. Электронный образовательный ресурс «Параллельные вычисления на многопроцессорных вычислительных системах»
<http://edu.tsu.ru/resources/index.php?sub=&page=res&subpage=info&id=12578>

2. Электронные образовательные ресурсы на сайте <http://skif.tsu.ru>

в) ресурсы сети Интернет:

– открытые онлайн-курсы

- сайт журнала «Вестник Томского государственного университета. Математика и механика» <http://journals.tsu.ru/mathematics/>

– Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система.
<http://www.consultant.ru/>

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

в) профессиональные базы данных (*при наличии*):

- <http://e-science.sources.ru/> – портал естественных наук
- Университетская информационная система РОССИЯ – <https://uisrussia.msu.ru/>
- Единая межведомственная информационно-статистическая система (ЕМИСС) – <https://www.fedstat.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Оборудование аудиторий для проведения занятий лекционного типа, практических занятий и самостоятельной работы студентов:

314 ауд.

Интерактивный набор (доска InterWrite, экран, 2 проектора EPSON)

16 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:

- операционные системы: Microsoft Windows 10.
- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX+ TeXstudio, Libre Office.
- средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran Compiler 2015 (Parallel Studio), CUDA Toolkit 10.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++, Fortran), Qtcreator, cmake, python3 (anakonda3), Visual Studio Code, R-lang, node.js, Pycharm, free pascal.
- математические пакеты: PTC Mathcad 15, Mathematica 8, Maple 15, Matlab R2015.
- пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer.
- пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit.
- Утилиты для получения удаленного доступа Winscp, Putty, Xming.
- утилиты 7zip, Adobe Acrobat Reader, DjVu Reader, Far manager, Mozilla Firefox, Notepad++.

316 ауд.

Интерактивный набор (доска InterWrite, экран, 2 проектора EPSON)

16 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:

- операционные системы: Microsoft Windows 7
- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX 2.9+Texmaker+TeXstudio, Libre Office.
- средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran Compiler 2015, CUDA Toolkit 9.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++, Fortran), PGI fortran.

- математические пакеты: PTC Mathcad 15, Maple 15, Matlab R2015; Statistica 10, Mathematica 8
- пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer.
- пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit.
- Утилиты для получения удаленного доступа Winscp, Putty, Xming.
- утилиты 7zip, Adobe Acrobat Reader, DjVu Reader, Far manager, Mozilla Firefox, Notepad++.

319 ауд.

Интерактивный набор (доска Smart с проектором, экран и проектор EPSON)
13 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:

- операционные системы: Microsoft Windows 7
- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX 2.9;
- средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran Compiler 2015, CUDA Toolkit 9.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++, Fortran), python3 (anakonda3).
- математические пакеты: PTC Mathcad 15, Maple 15, Matlab R2015.
- пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer.
- пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit.
- утилиты для получения удаленного доступа Winscp, Putty, Xming

15. Информация о разработчиках

Михайлов Михаил Дмитриевич, старший преподаватель.