

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:
Директор
А. В. Замятин

Рабочая программа дисциплины

Дифференциальные и разностные уравнения

по направлению подготовки

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность (профиль) подготовки:

Искусственный интеллект и разработка программных продуктов

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
А.В. Замятин

Председатель УМК
С.П. Сущенко

Томск – 2025

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1. Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.

ИОПК-1.2. Использует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.

ИОПК-1.3. Обладает необходимыми знаниями для исследования информационных систем и их компонент.

2. Задачи освоения дисциплины

– Освоить аппарат теории и методов аналитического и численного решения дифференциальных и разностных уравнений.

– Научиться применять понятийный аппарат дифференциальных и разностных уравнений для решения практических задач профессиональной деятельности.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Дисциплина входит в модуль «Математика».

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Третий семестр, зачет

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: математический анализ, линейная алгебра, программирование.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 часов, из которых:

-лекции: 24 ч.

-практические занятия: 16 ч.

в том числе практическая подготовка: 0 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Краткое содержание темы. Дифференциальные уравнения (ДУ). Основные понятия. Определение дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных. Порядок и степень дифференциального уравнения. Понятие решения дифференциального уравнения. Интегральная кривая, частное решение, общее решение, интеграл дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения, разрешенные относительно производной. Поле направлений касательных. Изоклины. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные уравнения первого порядка. Неоднородные уравнения. Метод Лагранжа вариации постоянных. Метод Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Теоремы существования и единственности решения дифференциального уравнения. Условия Липшица. Теорема о непрерывной зависимости решения от параметра и начальных условий. Теорема о дифференцируемости решений. Особые точки и особые решения ДУ.

Тема 2. Разностные уравнения и методы приближенного интегрирования ДУ.

Краткое содержание темы. Понятие полного метрического пространства. Фундаментальные последовательности. Принцип сжатых отображений. Теорема о неподвижной точке. Задача Коши. Метод последовательных приближений Пикара. Разностные схемы. Метод ломаных Эйлера. Недостатки метода ломаных и метода последовательных приближений. Метод Эйлера с уравниванием и метод Хьюна. Методы Рунге-Кутты. Общие и частные явные и неявные методы Рунге-Кутты. Порядок точности численных методов решения задачи Коши для дифференциальных уравнений первого порядка. Схема метода Рунге-Кутты второго-третьего порядка точности. Схема метода Рунге-Кутты четвертого порядка точности.

Тема 3. Дифференциальные уравнения более высокого порядка.

Краткое содержание темы. Система ДУ. Каноническая (нормальная) форма системы ДУ. Векторное ДУ. Фазовое пространство, фазовые переменные, фазовая кривая, фазовая траектория, фазовый портрет ДУ. Динамическая система. Общий интеграл и частное решение векторного ДУ. Начальная задача (задача Коши), двухточечная краевая задача (ДТКЗ), многоточечные краевые задачи. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для векторного ДУ. Линейные векторные ДУ (системы линейных ДУ). Теоремы существования и единственности для линейных векторных ДУ. Линейно независимые системы решений. Определитель Вронского и его свойства. Фундаментальная система решений.

Тема 4. Линейные ДУ с постоянными коэффициентами.

Краткое содержание темы. Матричная экспонента. Собственные векторы и собственные числа матрицы коэффициентов. Представление общего решения системы однородных ДУ с постоянными коэффициентами через собственные векторы и собственные числа матрицы коэффициентов. Фундаментальная система решений. Фундаментальная матрица. Представление решений однородной и неоднородной системы ДУ с постоянными коэффициентами через фундаментальную матрицу. Метод вариации постоянных. Теорема Лиувилля. Построение решения при различных корнях характеристического уравнения. Построение решения при наличии кратных корней характеристического уравнения.

Тема 5. Операционное исчисление.

Краткое содержание темы. Операционное исчисление Хевисайда. Оригиналы и изображения. Преобразование Лапласа. Основные формулы операционного исчисления (линейность преобразования Лапласа, изображение производных, теорема запаздывания). Теорема единственности. Интегрирование ДУ методами операционного исчисления.

Тема 6. Автономные (консервативные) системы.

Краткое содержание темы. Определение и свойства автономных систем. Точка покоя (равновесия). Возможные типы фазовых траекторий автономных систем. Примеры автономных систем: модели “хищник - жертва” (уравнение Лотки-Вольтерры, модифицированные уравнения Лотки-Вольтерры, уравнение Холлинга-Тэннера). Качественная теория автономных систем второго порядка. Линеаризация ДУ вблизи точки покоя. Поля скоростей и направлений исходных и линеаризованных уравнений. Точки покоя как особые точки. Их классификация (узел, фокус, центр, седловая точка) и свойства. Циклы. Точки бифуркации. Бифуркация рождения цикла (бифуркация Хопфа). Предельный цикл. Устойчивый и неустойчивый фокусы. Аттракторы и репеллеры.

Тема 7. Первые интегралы ДУ (законы сохранения).

Краткое содержание темы. Определение и свойства первых интегралов. Теоремы о первых интегралах. Производная в силу системы ДУ (производная по направлению векторного поля скоростей, производная Ли). Связь первых интегралов с фазовым портретом системы и законами сохранения на примере уравнений Лотки-Вольтерры и линеаризованных уравнений Холлинга-Тэннера.

Тема 8. Теория устойчивости.

Краткое содержание темы. Определение устойчивости по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Неустойчивость. Второй метод Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости. Функция Ляпунова. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Теорема Четаева о неустойчивости. Устойчивость положения равновесия линейной однородной автономной системы. Теорема о необходимых и достаточных условиях асимптотической устойчивости. Устойчивость нелинейных автономных систем по линейному приближению. Теоремы Ляпунова и Четаева об устойчивости и неустойчивости по линейному приближению. Критерий устойчивости Рауса-Гурвица. Качественный анализ решений линейных (и линеаризованных) ДУ второго порядка по собственным числам матрицы коэффициентов (решениям характеристического уравнения).

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, выполнения домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет в третьем семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из двух частей. Продолжительность зачета 2 академических часа.

Первая часть содержит задание, проверяющее ИОПК-1.1, ИОПК-1.2 и ИОПК-1.3 по темам 1, 2, 3.

Вторая часть содержит задание, проверяющее ИОПК-1.1, ИОПК-1.2 и ИОПК-1.3 по темам 3, 4, 6.

Ответы на вопросы каждой части даются в развернутой форме и предполагают аналитическое решение предлагаемых задач с теоретическим обоснованием решений, а также программную реализацию и исследование решений на языке программирования MATLAB (или FreeMat) с представлением листинга программ и графических результатов.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в LMS iDo. - <https://lms.tsu.ru/enrol/index.php?id=6634>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине.

г) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1985. – 448 с.

– Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежёсткие задачи. – М.: Мир, 1990. – 512 с.

– Ортега Дж., Пул У. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1986. – 288 с.

– Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы (введение в теорию). – М.: Наука, ГИФМЛ, 1977. – 440 с.

б) дополнительная литература:

– Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: Наука, ГИФМЛ, 1959. – 468 с.

– Эрроусмит Д., Плейс К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями. – М.: Мир, 1986. – 244 с.

– Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н. MATLAB 7. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.

в) ресурсы сети Интернет:

– Книги по математике – URL: <https://obuchalka.org/knigi-po-matematike/>

– Дьяконов В. Свободная матричная система FreeMat. // Компоненты и технологии, № 10 '2013, с. 116–122. – URL: <https://kit-e.ru/wp-content/uploads/147116.pdf>

– FreeMat Documentation Generated by Doxygen 1.8.1.1 Thu Jul 25 2013 17:18:37. – URL: <http://www.dsc.ufcg.edu.br/~icc/Periodo-2017.2/material/FreeMat-4.2.pdf>

– открытые онлайн-курсы.

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- FreeMat 4.2 для Windows 32/64 бит. – URL:
<https://freesoft.ru/windows/freemat/versions/4-2-28251> или
<https://sourceforge.net/projects/freemat/files/FreeMat4/>
- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий практического типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Виртуальные аудитории для проведения занятий лекционного и практического типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешанном формате («Moodle», «Актру»).

15. Информация о разработчиках

Поддубный Василий Васильевич, доктор технических наук, профессор, ИПМиКН ТГУ, профессор.