Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Факультет инновационных технологий

УТВЕРЖДЕНО:
Декан
С. В. Шидловский

Оценочные материалы по дисциплине

Линейная алгебра

по направлению подготовки / специальности
27.03.05 Инноватика

Направленность (профиль) подготовки:
Технологии проектирования и управления беспилотными авиационными системами

Форма обучения
Очная

Квалификация
Инженер/инженер-аналитик

Год приема
2024

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
С.В. Шидловский

Председатель УМК
О.В. Вусович

Томск – 2024

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных и общеинженерных дисциплин, применять методы математического моделирования, теоретических и экспериментальных исследований;

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК-1.1 Знает фундаментальные законы естественнонаучных и общеинженерных дисциплин и математические законы

РООПК-1.2 Умеет применять законы естественнонаучных и общеинженерных дисциплин и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– контрольная работа;

Контрольная работа №1 (РООПК-1.1, РООПК-1.2, РООПК-2.1, РООПК-2.2)

Примеры задач:

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 & 7 & 6 & -2 \\ -2 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix}$. Ответ: –30.

2. Решить матричное уравнение

$\begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$. Ответ: $\begin{pmatrix} -20 & -8 & -12 \\ 38 & 15 & 21 \\ -11 & -3 & -4 \end{pmatrix}$.

3. Исследовать, чему равен ранг матрицы в зависимости от λ: $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 & 7 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ -3 & 8 & \lambda & 27 \end{pmatrix}$.

Ответ: при λ = –14 ранг равен двум, при других – трём.

Контрольная работа №2 (РООПК-1.1, РООПК-1.2, РООПК-2.1, РООПК-2.2)

1. Исследовать и решить систему в зависимости от параметра λ:

$$\begin{aligned} &\lambda x + y - 3z = \lambda \\ &3x - 2y + \lambda z = -5 \\ &5x - y - z = -3 \end{aligned}$$

Ответ: $x=\dfrac{\lambda+1}{\lambda+9}$; $y=\dfrac{8(\lambda+3)}{\lambda+9}$; $z=\dfrac{8}{\lambda+9}$; при λ = 2 система неопределённа, при λ = –9 – несовместна.

2. Найти общее решение систем (или доказать, что система несовместна). Для однородной системы найти фундаментальную систему решений:

$$\begin{aligned} 4x^1-3x^2+2x^3-x^4&=8\\ 3x^1-2x^2+x^3-3x^4&=7\\ 2x^1-x^2\qquad\quad -5x^4&=6\\ 5x^1-3x^2+x^3-8x^4&=1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 6x^1-2x^2+3x^3+4x^4+9x^5&=0\\ 3x^1-x^2+2x^3+6x^4+3x^5&=0\\ 6x^1-2x^2+5x^3+20x^4+3x^5&=0\\ 9x^1-3x^2+4x^3+2x^4+15x^5&=0 \end{aligned}$$

Контрольная работа №3 (РООПК-1.1, РООПК-1.2, РООПК-2.1, РООПК-2.2)

1. Найти базис и размерность линейного подпространства, натянутого на данную систему векторов:

$$\vec{a}_1=(1,4,1,-3)$$
$$\vec{a}_2=(1,-2,-1,1)$$
$$\vec{a}_3=(1,7,2,-5)$$
.

2. Найти нормальный вид квадратичной формы

$$(x^1)^2+3(x^2)^2+4(x^3)^2-4x^1x^2-4x^1x^3-2x^2x^3$$
.

3. Найти собственные числа и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1\\ -3 & 1 & -3\\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$
.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка	Критерии соответствия
Отлично	> 90% заданий выполнено правильно
Хорошо	70% – 90% заданий выполнено правильно
Удовлетворительно	50% – 70% заданий выполнено правильно
Неудовлетворительно	< 50% заданий выполнено правильно

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Первая часть экзамена проводится по билетам в письменной форме с устной защитой. Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов, проверяющих РООПК-1.1, РООПК-2.1. Вторая часть экзамена представляет собой беседу со студентом, в которой проверяется знание основных формулировок теорем и определений (РООПК-1.1, РООПК-2.1) и умение решения типовых задач (РООПК-1.2, РООПК-2.2).

Теоретические вопросы:

1. Перестановки и подстановки чисел.
2. Определители порядка *n* и их свойства.
3. Минор. Алгебраическое дополнение. Теорема Лапласа.
4. Линейные операции над матрицами. Свойства операций.
5. Произведение матриц. Свойства операции.
6. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
7. Первое определение ранга матрицы. Метод окаймления миноров.
8. Определение линейной зависимости строк. Второе определение ранга матрицы.
9. Вычисление ранга матрицы методом элементарных преобразований.
10. Теорема о базисном миноре. Следствия из теоремы о базисном миноре.
11. Теорема Кронекера – Капелли.
12. Теорема Крамера.
13. Решение произвольной линейной системы.
14. Системы однородных линейных уравнений.
15. Алгебраические структуры.
16. Определение линейного пространства.
17. Понятие базиса в линейном пространстве. Координаты вектора.
18. Изоморфизм линейных пространств (определение и теорема).
19. Подпространства линейного пространства.
20. Линейная оболочка.
21. ФСР однородной системы уравнений.
22. Преобразование базиса. Преобразования координат векторов.
23. Определение и матрица линейного оператора.
24. Ядра и дефект линейного оператора.
25. Образ линейного оператора и ранг линейного оператора.
26. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса.
27. Собственные векторы и собственные числа линейного оператора.
28. Линейные и билинейные формы.
29. Квадратичные формы и их матрицы.
30. Метод Лагранжа.
31. Положительно определенные квадратичные формы.
32. Скалярное произведение. Евклидовы пространства. Неравенство Коши – Буняковского.
33. Ортогональные матрицы.
34. Процесс ортогонализации.
35. Самосопряженные линейные операторы.
36. Приведение квадратичной формы к главным осям.

Примеры задач:

Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Найти собственные числа и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -4 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найти фундаментальную систему решений для однородной системы

$$\begin{aligned} 3x^1 + x^2 + 2x^3 + 5x^4 + 3x^5 &= 0 \\ 5x^1 + 3x^2 + 4x^3 + 7x^4 + 6x^5 &= 0 \\ 7x^1 + 5x^2 + 6x^3 + 9x^4 + 9x^5 &= 0 \\ 4x^1 + 2x^3 + 8x^4 + 3x^5 &= 0 \end{aligned}$$

Критерии оценивания:

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если на теоретический вопрос дан развернутый ответ с воспроизведением доказательств без существенных неточночтей и все задачи решены без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент знает основные уравнения и свойства изучаемых геометрических объектов, но с неточностями воспроизводит доказательства изученных теорем.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент знает основные уравнения и свойства изучаемых геометрических объектов, но не воспроизводит доказательства изученных теорем.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент имеет существенные пробелы в знании основного учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении практических заданий.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Задачи (РООПК-1.1, РООПК-1.2, РООПК-2.1, РООПК-2.2):

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 13 & 6 \\ 1 & 3 & -4 & 0 \\ 2 & -3 & -7 & -5 \\ 3 & -11 & -27 & -20 \end{vmatrix}$. Ответ: 40.
2. Доказать, что система несовместна: $\begin{aligned} 4x^1 - 3x^2 + 2x^3 - x^4 &= 8 \\ 3x^1 - 2x^2 + x^3 - 3x^4 &= 7 \\ 2x^1 - x^2 - 5x^4 &= 6 \\ 5x^1 - 3x^2 + x^3 - 8x^4 &= 1 \end{aligned}$
3. Найти собственные числа и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

Информация о разработчиках

Никольский Александр Вадимович, старший преподаватель кафедры геометрии ММФ.