

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физико-технический факультет

УТВЕРЖДЕНО:

Декан

Ю.Н. Рыжих

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

по направлению подготовки / специальности

15.03.06 Мехатроника и робототехника

Направленность (профиль) подготовки/ специализация:

Промышленная и специальная робототехника

Форма обучения

Очная

Квалификация

Инженер, инженер-исследователь

Год приема

2025

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОПОП

Е.И. Борзенко

Председатель УМК

В.А. Скрипняк

Томск – 2025

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-2 Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический и/или естественнонаучный аппарат и современные информационные технологии.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ООПК-2.1 Знает методику выявления естественнонаучной сущности проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и методику привлечения физико-математического аппарата и современные информационных технологий для их решения

ООПК-2.2 Умеет выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности и привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные информационные технологии

2. Задачи освоения дисциплины

– Изучение основ математического анализа.

– Формирование у студентов навыков работы с вычислительным аппаратом математического анализа и освоение технологий его применения для решения научных и практических задач.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Первый семестр, экзамен

Второй семестр, экзамен

Третий семестр, экзамен

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 16 з.е., 576 часов, из которых:

-лекции: 154 ч.

-практические занятия: 154 ч.

в том числе практическая подготовка: 154 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

1 курс 1 семестр

Тема 1. Введение в курс математического анализа: множества и операции над ними, кванторы, определение вещественного числа, рациональные и иррациональные числа; Отношение порядка на множестве вещественных чисел. Связь между рациональными и вещественными числами.

Тема 2. Понятие функции одной переменной. Некоторые способы задания функций. Простейшие элементарные функции. Сложная функция. Обратная функция.

Тема 3. Границы числовых множеств. Теорема о существовании точных граней ограниченного множества. Операции над вещественными числами.

Тема 4. Евклидово пространство $\mathbb{R}^n$ и его свойства. Точки и множества. Предел последовательности в $\mathbb{R}^n$. Единственность, ограниченность сходящейся последовательности. Бесконечно малые последовательности и их свойства.

Тема 5. Числовые последовательности. Свойства, связанные с неравенствами. Лемма о двух милиционерах. Арифметические свойства сходящихся последовательностей. Первый замечательный предел. Бесконечно большие последовательности и их свойства.

Тема 6. Монотонные последовательности и их свойства. Второй замечательный предел. Лемма о вложенных отрезках. Лемма о вложенных брусках.

Тема 7. Теорема Больцано о предельной точке. Подпоследовательность. Теорема Больцано-Вейерштрасса о подпоследовательности. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши.

Тема 8. Предел Функции по Коши и по Гейне. Непрерывность функции в точке, на множестве. Примеры. Единственность предела. Арифметические свойства пределов.

Тема 9. Теорема о пределе композиции. Замена переменной. Непрерывность композиции. Теоремы, связанные с неравенствами.

Тема 10. Односторонние пределы. Критерий существования предела. Критерий непрерывности. Точки разрыва. Бесконечно малые, бесконечно большие функции. Первый и второй замечательные пределы.

Тема 11. Существование предела монотонной функции. Непрерывность монотонной функции. Арифметические свойства, связанные с непрерывностью.

Тема 12. Показательная функция её монотонность и непрерывность. Непрерывность основных элементарных функций, элементарных функций. Следствия из замечательных пределов.

Тема 13. Сравнение б.м. функций. Эквивалентные б.м. и их свойства. Теорема об обращении непрерывной функции в нуль. Теорема о промежуточном значении.

Тема 14. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Тема 15. Производная. Определение производной. Геометрический смысл производной. Физический смысл производной. Производная обратной функций.

Тема 16. Правила вычислений производных. Таблица основных производных. Дифференцируемость и дифференциал функции. Связь между дифференцируемостью функции и существованием у нее производной, непрерывностью.

Тема 17. Инвариантность формы первого дифференциала. Параметрические уравнения кривой. Производные высших порядков. Правила вычисления старших производных в декартовых координатах и в параметрической форме.

Тема 18. Важнейшие свойства дифференцируемых функций. Теорема Ферма. Теорема Ролля.

Тема 19. Теорема Лагранжа. Теорема Коши

Тема 20. Раскрытие неопределенностей (правила Лопиталя).

Тема 21. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Формула Тейлора с остаточным членом в форму Коши. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.

Тема 22. Исследование функций с помощью производных. Условие постоянства функции. Условие монотонности функции.

Тема 23. Экстремальные значения функции в промежутке. Необходимое и достаточное условия экстремума функции. Асимптоты графика функции.

Тема 24. Направление вогнутости кривой, точки перегиба. Выпуклые функции. Теоремы о выпуклых функциях. Построение графиков функций.

1 курс 2 семестр

Тема 1. Неопределенный интеграл. Первообразная функция и неопределенный интеграл. Геометрическое истолкование первообразной. Таблица основных интегралов. Интегрирование путем замены переменной. Интегрирование по частям.

Тема 2. Разложение рациональных дробей на простейшие дроби. Вычисление интегралов от рациональных дробей общим методом.

Тема 3. Интегрирование некоторых иррациональностей. Интегрирование биномиальных дифференциалов (подстановки Чебышева). Подстановки Эйлера.

Тема 4. Интегрирование тригонометрических функций. Неберущиеся интегралы.

Тема 5. Определенный интеграл. Определение определенного интеграла. Некоторые свойства. Примеры интегрируемых и неинтегрируемых функций.

Тема 6. Суммы Дарбу. Свойства суммы Дарбу. Необходимое и достаточное условие существования определенного интеграла.

Тема 7. Интегрируемость непрерывных функций. Интегрируемость монотонных функций. Интегрируемость разрывных функций.

Тема 8. Другие критерии интегрируемости (без док-ва). Свойства определенных интегралов: аддитивность, интегрирование неравенств, оценка интеграла по абсолютной величине. Теорема о среднем значении интеграла.

Тема 9. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интервале. Интегрирование по частям в определенном интеграле.

Тема 10. Простейшие приложения определенных интегралов. Площадь плоской фигуры. Понятие площади плоской фигуры. Площадь на классе многоугольных фигур.

Тема 11. Площадь произвольной ограниченной замкнутой области. Необходимое и достаточное условие существования площади произвольной ограниченной замкнутой области. Классы кривых, имеющих нулевую площадь. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенных интегралов. Объем тела вращения.

Тема 12. Длина кривой линии. Определение длины гладкой кривой линии, вычисление ее длины с помощью определенного интеграла. Переменная дуга, ее дифференциал, нормальные уравнения кривой (без доказательства).

Тема 13. Функции многих переменных евклидово- n мерное пространство. Понятие метрического пространства. Простейшие множества в евклидовом пространстве многих и трех измерений. Понятие функции многих переменных, предел функции многих переменных. Непрерывные функции, их основные свойства.

Тема 14. Дифференцируемость функций нескольких переменных. Частные производные. Понятие дифференцируемости функции нескольких переменных, геометрическая иллюстрация дифференцируемости (касательная плоскость). Достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных. Понятие дифференциала. Дифференцирование сложной функции.

Тема 15. Производная по данному направлению, градиент. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков, формула Тейлора для функции нескольких переменных.

Тема 16. Определение локального экстремума функции нескольких переменных, необходимые условия экстремума, квадратичные формы, их характер, теорема о

достаточных условиях экстремума функции нескольких переменных. Случай функций двух переменных.

Тема 17. Понятие неявной функции. Теоремы существования неявных функций, определяемых одним уравнением и системой уравнений. Условный экстремум (без док-ва).

Тема 18. Ряды. Понятие числового ряда, сходимость ряда, простейшие свойства рядов, необходимое условие сходимости числового ряда. Положительные ряды, признак сравнения.

Тема 19. Признаки Коши, Даламбера и интегральный признак сходимости положительных рядов.

Тема 20. Необходимое и достаточное условие сходимости произвольного числового ряда. Признак Лейбница сходимости знакочередующего ряда. Признак Дирихле сходимости произвольного числового ряда. Абсолютная и условная сходимость.

Тема 21. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда, необходимое и достаточное условие равномерной сходимости ряда. Признаки Вейерштрасса, Абеля. Дирихле равномерной сходимости функциональных рядов.

Тема 22. Простейшие свойства функциональных рядов: непрерывность суммы ряда, почленное интегрирование и почленное дифференцирование функционального ряда.

Тема 23. Понятие степенного ряда. Простейшие свойства степенных рядов: равномерная сходимость степенного ряда внутри промежутка сходимости, непрерывность суммы степенного ряда, почленное интегрирование степенного ряда: степенный ряд, как ряд Тейлора.

Тема 24. Разложения в степенные ряды некоторых элементарных функций. Арифметические действия над степенными рядами. Простейшие применения степенных рядов: нахождение значений функций, вычисление интегралов, решение уравнений. Формулы для радиуса сходимости.

Тема 25. Несобственные интегралы. Определение несобственного интеграла по бесконечному промежутку. Признаки сходимости интегралов с бесконечными пределами от положительных функций и от производных по знаку функций: признак сравнения, признак Дирихле. Замена переменной в несобственном интеграле по бесконечному промежутку.

Тема 26. Интегрирование по частям в несобственном интеграле по бесконечному промежутку, определение несобственного интеграла от неограниченной функции. Признаки сходимости несобственных интегралов от неограниченных функций. Замена переменной и интегрирование по частям в несобственных интегралах от неограниченных функций.

2 курс 3 семестр

Тема 1. Криволинейные интегралы. Криволинейные интегралы первого типа, их определение, вычисление, применение этих интегралов к подсчету масс материальных кривых, сил притяжения материальных кривых и точек.

Тема 2. Криволинейные интегралы второго типа, их определение, вычисление, связь с интегралами первого типа, приложение их к вычислению работы силового поля.

Тема 3. Двойные интегралы. Определение двойного интеграла, условие его существования. Простейшие свойства двойных интегралов. Вычисление двойных интегралов в случае прямоугольной области и в случае произвольной области.

Тема 4. Примеры вычисления двойных интегралов. Приложение двойных интегралов: объем цилиндрического бруса, площадь плоской фигуры, масса материальной пластинки.

Тема 5. Формула Грина. Приложения формулы Грина, выражение площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла, независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования, работа силового поля.

Тема 6. Площадь поверхности. Сторона поверхности. Ориентация поверхности и выбор ее стороны. Определение поверхностного интеграла первого типа. Вычисление поверхностного интеграла первого типа.

Тема 7. Частные случаи при вычислении поверхностных интегралов первого типа. Простейшие приложения поверхностных интегралов первого типа: масса материальной поверхности, центр тяжести материальной поверхности, сила притяжения материальной точки материальной поверхностью, примеры.

Тема 8. Поверхностные интегралы второго типа. Определение поверхностных интегралов второго типа. Вычисление поверхностных интегралов второго типа. Приложение поверхностных интегралов к вычислению потоков векторных полей.

Тема 9. Формула Стокса. Применение формулы Стокса к исследованию пространственных криволинейных интегралов. Векторная запись формулы Стокса.

Тема 10. Тройные интегралы. Определение тройного интеграла. Условие существования тройного интеграла. Простейшие свойства тройных интегралов. Вычисление тройных интегралов.

Тема 11. Формула Остроградского. Векторное истолкование формулы Остроградского. Простейшие приложения формулы Остроградского: к вычислению поверхностных интегралов, объемов тел, к исследованию поверхностных интегралов.

Тема 12. Замена переменных в тройном интеграле.

Тема 13. Простейшие применения тройных интегралов: вычисление объемов тел: нахождение массы тела по данной плотности, центр тяжести материального тела: притяжение материальной точки материальным телом. Элементы теории поля.

Тема 14. Ряды Фурье. Понятие тригонометрического ряда. Определение коэффициентов в тригонометрическом ряде. Основная теорема о разложении кусочно-дифференцируемой периодической функции в ряд Фурье. Случай непериодической функции и произвольного промежутка. Разложение только по косинусам (синусам).

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, проверочных заданий по лекционному материалу, выполнения практических заданий в классе, выполнения домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен в первом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Экзамен во втором семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Экзамен в третьем семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете - <http://lms.tsu.ru/course/view.php?id=2888>, (1 курс 1 семестр);
<http://lms.tsu.ru/course/view.php?id=24632>, (1 курс 2 семестр);
<https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=22241> (2 курс 3 семестр).

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Г.М. Фихтенгольц. Основы математического анализа Т. 1,2 – НАУКА М.- 1968 г.

2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. - Москва : АСТ [и др.], 2005. - 558, [1] с.

3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть I: Учеб.: Для вузов. – 7-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 648 с. – (Курс высшей математики и математической физики). – ISBN 5-9221-0536-1.

4. Будаев В.Д., Якубсон М.Я. Математический анализ. Функции одной переменной: Учебник. м СПб.: Издательство «Лань», 2012. м 544 с.: ил. м (Учебники для вузов. Специальная литература). ISBN 978-5-8114-1186-3

б) дополнительная литература:

1. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа : [учебник для студентов первого и второго курсов математических отделений вузов]. 1 / Г. М. Фихтенгольц. - Санкт-Петербург : Лань, 2001. - 440 с.: рис. - (Учебники для вузов. Специальная литература).

2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник : [в 3 т.]. Т. 2 / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 9-е, стер.. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2009. - 800 с.: рис. - (Классическая учебная литература по математике) - (Лучшие классические учебники) - (Знание. Уверенность. Успех!) - (Учебники для вузов. Специальная литература)

3. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. – Курс математического анализа: Учеб. пособие для вузов. – 3-е изд., исправл. – М.: ФИЗМАТ- ЛИТ, 2001. – 672 с. – ISBN 5-9221-0008-4.

4. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа (в двух томах): Учебник для студентов университетов и вузов. — М.: Высш. школа, 1981, т. I. — 687 е., ил.

5. Ильин В.А и др. Математический анализ. Начальный курс/ В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл. Х. Сендов. Под редакцией А.Н. Тихонова. – 2-е изд., перераб._М.:Изд-во МГУ, 1985.-662 с.

6. Система адаптивного обучения Plario (НИ ТГУ) <https://plario.ru/> .

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Яндекс диск и т.п.).

- б) информационные справочные системы:
- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
 - Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
 - ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
 - ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
 - Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения практических занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Галажинская Оксана Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент; кафедра математической физики, доцент;

Нариманов Ринат Казбекович, кандидат физико-математических наук, кафедра прикладной аэромеханики, доцент;

Пикушак Елизавета Владимировна, кандидат физико-математических наук, кафедра прикладной аэромеханики, доцент;

Перкова Наталья Александровна, кафедра баллистики и гидроаэродинамики, старший преподаватель;

Кагенова Наталья Александровна, кафедра прикладной аэромеханики, ассистент.