

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Научно-образовательный центр «Высшая ИТ школа»

УТВЕРЖДАЮ

Исполнительный директор НОЦ ВИТШ

Т.С.Кетова

**Фонд оценочных средств**

**по дисциплине**

Б1.О.10 Математический анализ

Направление подготовки

09.03.04 Программная инженерия

Квалификация

Программный инженер

Год приема

2023

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

О.А.Змеев

Председатель УМК

Д.О. Змеев

**1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины  
«Б1.О.10 Математический анализ»**

Компетенция	Планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций	Критерии оценивания результатов обучения			
		Неудовлетворительно	Довлительно	Хорошо	Отлично
<p>БК-5 Способен использовать прикладную вычислительную математическую теорию в форме построения логической цепочки математических суждений для разделения вычислительных и аналитических задач на более мелкие подзадачи с последующих их решением и обобщения результатов на общую задачу</p>	<p>Знает:</p> <p>Основы основы вычислительной математики, основы теории чисел, основы теории доказательств,</p> <p>Умеет:</p> <p>Использовать построение логической цепочки суждений для построения доказательств математических, или сводимых к математическим задач</p>	<p>Обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и не владеет основными умениями и при решении практических задач по всем темам</p>	<p>Обучающийся имеет недостаточно глубокие знания по теоретическим разделам дисциплины, показал не все основные умения и навыки при решении практических задач.</p>	<p>Обучающийся частично овладел всеми теоретическими вопросами, частично показал основные умения и навыки при решении практических задач по всем темам.</p>	<p>Обучающийся в совершенстве овладел всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые умения и навыки при решении практических задач по всем темам.</p>

## 2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине «Математический анализ»

Экзамен в первом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и 4 задачи. Продолжительность зачета 1,5 часа.

*Примерный перечень теоретических вопросов*

1. Определение счетного множества и теорема Кантора.
2. Свойства счетных множеств.
3. Две теоремы о предельном переходе в неравенствах для последовательностей.
4. Теорема о пределе монотонной последовательности.
5. Бином Ньютона и число « $\epsilon$ ».
6. Лемма о вложенных отрезках.
7. Два определения предела функции и их эквивалентность.
8. Первый замечательный предел.
9. Второй замечательный предел.
10. Теорема о пределе монотонной функции.
11. Определение и свойства непрерывной функции. Классификация точек разрыва.
12. Теорема о разрывах монотонной функции.
13. Теорема о существовании обратной функции.
14. Свойства показательной функции.
15. Вывод производных функций
16. Теоремы Ферма и Ролля.
17. Вывод формул Коши и Лагранжа.
18. Связь существования производной функции с ее непрерывностью и дифференцируемостью.
19. Формула Тейлора для полинома и для произвольной функции.
20. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано.
21. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа.
22. Правило Лопиталья раскрытия неопределенности « $0/0$ » .
23. Правило Лопиталья раскрытия неопределенности « $\infty/\infty$ »
24. Критерии постоянства и монотонности функции через производную. Определение и необходимое условие локального экстремума функции.
25. Теорема о чередовании локальных максимумов и минимумов у непрерывной функции. Достаточные условия локального экстремума функции.
26. Определение и свойства выпуклой функции.
27. Условия выпуклости через определитель и первую производную.
28. Определение, необходимое и достаточные условия точки перегиба.
29. Свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования. Таблица простейших неопределенных интегралов.
30. Лемма и две теоремы о кратных корнях многочлена.
31. Теоремы о разложении правильной рациональной дроби на простейшие дроби.
32. Интегрирование рациональных дробей.
33. Интегрирование тригонометрических функций.
34. Интегрирование биномиальных дифференциалов.
35. Интегрирование дробно-линейных и квадратичных иррациональностей.
36. Определенный интеграл: определение, вычисление, замена переменной.
37. Свойства определенных интегралов.

38. Первая теорема о среднем. Два свойства интеграла с переменным верхним пределом.
39. Вторая теорема о среднем.
40. Определение и вычисление длины дуги плоской кривой (3 теоремы)
41. Определение объема тела. Вычисление объемов тел с известным поперечным сечением и тел вращения. Вычисление площади поверхности вращения.
42. Определение несобственного интеграла I рода. Признаки сходимости несобственных интегралов I рода от неотрицательных функций.
43. Признаки сходимости несобственных интегралов I рода от функций произвольного знака.
44. Признаки сходимости несобственных интегралов II рода.
45. Определение суммы числового ряда. Свойства сходящихся рядов.
46. Признаки сходимости положительных рядов.
47. Признаки Даламбера, Коши сходимости положительных рядов.
48. Интегральный признак Коши.

*Примеры задач:*

1. Найти пределы  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 3n + 5}}{n + 7}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{2x^2 + 1} - \frac{x^2}{2x - 6} \right)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^3 - 3x^2 - 28}{x^2 - 5x + 6}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8 + x} - \sqrt[3]{8 - x}}{x + 3x^2}$   $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)(x^2+1)(x^3+1) \cdots (x^n+1)}{((nx)^n + 1)^{\frac{n+1}{2}}}$

2. Найти производные следующих функций

$x \arcsin x + \frac{\sqrt[3]{x}}{1 - \ln x}$ ,  $\sin(\cos^2 x)$ ,  $3. x + \operatorname{ctg} x \cdot \ln(1 + \sin x) - \ln \operatorname{tg}(x/2)$ ,  $(\sin x)^{\cos x}$

3. Построить график и найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{при } |x| < 1, \\ |x|-1, & \text{при } |x| \geq 1. \end{cases}$$

4. Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = \frac{x^4}{(x+1)^3}, f(x) = (x^2 + 1)e^x.$$

5. Найти неопределенный интеграл

$$\int \frac{3x^2 + x + 3}{x(x+1)^2} dx, \int \frac{5x^2 + 8x + 6}{(x+1)(x^2 + x + 1)} dx, \int \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx, \int \frac{dx}{\sin x \cos x}$$

6. Найти определенный интеграл

$$\int_0^1 (1-x)(1-3x)dx, \int_1^2 \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx, \int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1} dx, \int_0^{\pi/4} \frac{x^4}{x^4+5x^2+4} dx$$

7. Нарисовать и найти площадь области, заключенной между кривыми

$$y = 2x - x^2 \quad \text{и} \quad y = x$$

8. Вокруг оси ОХ вращается фигура, находящаяся между кривыми

$$y = 3x - x^2 \quad \text{и} \quad y = 2x^2$$

Найти объём получающегося тела вращения. Нарисовать его.

9. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \sin\left(\frac{\pi}{2^{n+1}}\right), \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{3^n}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{3^{n+1}}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

10. Исследовать на сходимость  $\int_0^{\infty} \frac{5x^4}{1+x^5} dx, \int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}$