

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Факультет инновационных технологий

УТВЕРЖДЕНО:

Декан

С. В. Шидловский

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

по направлению подготовки / специальности

27.03.05 Инноватика

Направленность (профиль) подготовки/ специализация:
Управление инновациями в наукоемких технологиях

Форма обучения

Очная

Квалификация

инженер-аналитик/инженер-исследователь

Год приема

2025

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

О.В. Вусович

Председатель УМК

О.В. Вусович

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

БК 1 – Способен применять общие и специализированные компьютерные программы при решении задач профессиональной деятельности

ОПК 1 – Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных и инженерных дисциплин, применять методы математического моделирования, теоретических и экспериментальных исследований

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РОБК 1.1 Знает правила и принципы применения общих и специализированных компьютерных программ для решения задач профессиональной деятельности

РООПК 1.1 Знает фундаментальные законы естественнонаучных и инженерных дисциплин и математические законы

2. Задачи освоения дисциплины

– Применять аппарат стохастического моделирования для решения задач профессиональной деятельности.

– Выявлять структуры и объекты, которые возможно описать понятийным языком теории вероятностей.

– Выявлять несоответствие между моделью и реальным объектом, критически оценивать результаты моделирования.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Третий семестр, зачет

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: Математика.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

в том числе практическая подготовка: 0 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Случайные события.

Элементы комбинаторики. Случайные события. Классическое определение вероятности. Условная вероятность. Теорема сложения несовместных и совместных

событий. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формула Байеса. Схема испытаний Бернулли: формула Бернулли, формула Пуассона, локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

Тема 2. Случайные величины и их характеристики.

Понятие случайной величины. Дискретные случайные величины. Закон распределения случайной величины. Функция распределения. Операции над дискретными случайными величинами. Числовые характеристики дискретных случайных величин: среднее, дисперсия, СКО, мода, медиана. Непрерывные случайные величины. Функция распределения и плотность распределения. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, коэффициент асимметрии, коэффициент эксцесса, мода и медиана.

Тема 3. Важнейшие распределения случайных величин.

Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальное распределение. Кривая Гаусса.

Тема 4. Элементы математической статистики.

Генеральная совокупность и выборка. Оценка параметров генеральной совокупности по ее выборке. Выборочные характеристики случайных величин. Оценки. Несмещенные, состоятельные и эффективные оценки.

Оценки математического ожидания и дисперсии. Теория интервального оценивания. Доверительный интервал и доверительная вероятность. Построение доверительных интервалов для оценки параметров выборки из нормальной совокупности.

Статистическая гипотеза. Ошибки 1-го и 2-го рода. Отыскание критических областей. Проверка гипотез о совпадении параметров распределения. Сравнение средних и дисперсий нормальных генеральных совокупностей. Проверка гипотез о виде распределения.

Непараметрические критерии согласия. Теорема Пирсона. Критерий хи-квадрат.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет в третьем семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и две задачи. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Аксиоматическое определение случайных событий.
2. Действия над случайными событиями.
3. Определение вероятности случайного события.
4. Свойства вероятностей событий.
5. Теорема сложения вероятностей.
6. Независимость случайных событий.
7. Условная вероятность события.
8. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
9. Схема Бернулли.
10. Теорема Муавра-Лапласа.
11. Теорема Пуассона.
12. Случайные величины как измеримые функции.
13. Функция распределения случайной величины.
14. Дискретные и непрерывные случайные величины.

15. Плотность распределения вероятностей.
16. Числовые характеристики случайных величин.

Примеры задач:

1. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «книга». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы и затем собрал в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось слово «книга».

2. В лифт семиэтажного дома на первом этаже вошли три человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом этаже, начиная со второго. Какова вероятность того, что все пассажиры выйдут на четвертом этаже.

3. Студент пришел на зачет, зная ответы на 20 вопросов из 30. с какой вероятностью он сдаст зачет, если в случае его отказа отвечать на первый заданный вопрос, он получает еще один вопрос.

4. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов, 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму составляет: 0.9 для лыжника, 0.8 для велосипедиста, 0.6 для бегуна. Выбранный наудачу спортсмен выполнил норматив. Найти вероятность того, что норматив выполнил бегун.

5. Производится 5 независимых испытаний, в каждом из которых событие наступает с вероятностью 0.6. Рассматривается случайная величина X – число появлений события в пяти испытаниях. Построить ряд распределения, найти математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение случайной величины X .

6. К случайной величине X прибавили 10. Как от этого изменятся ее характеристики: математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение.

7. Производится 3 независимых испытания, в каждом из которых может появиться событие с вероятностью 0.6. Испытания производятся до первого появления события, после чего испытания прекращаются. Случайная величина X – число произведенных опытов. Построить ряд распределения случайной величины X , найти математическое ожидание и дисперсию.

8. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, равномерно распределенной в интервале $(3, 9)$, записать плотность и функцию распределения вероятностей случайной величины, равномерно распределенной в интервале $(3, 9)$.

9. Найти математическое ожидание и дисперсию, случайной величины, если плотность распределения ее равна $f(x) = 5e^{-5x}$, $x > 0$. Найти вероятность того, что случайная величина примет значение из интервала $(2, 5)$, записать функцию распределения случайной величины, заданной такой плотностью распределения.

10. Из генеральной совокупности X , распределенной нормально, извлечена выборка $\frac{x_i}{n_i} \left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} 2 & 4 & 5 & 6 & 8 \\ \hline 2 & 4 & 3 & 5 & 6 \end{array} \right|$. Построить доверительный интервал для оценки математического ожидания генеральной совокупности, если известно $\sigma = 3$, $\gamma = 0.95$.

11. Из генеральной совокупности X , распределенной нормально, извлечена выборка $\frac{x_i}{n_i} \left| \begin{array}{c|c|c} 2 & 4 & 6 \\ \hline 2 & 4 & 4 \end{array} \right|$. Построить доверительный интервал для оценки среднеквадратического отклонения генеральной совокупности, если известно $\gamma = 0.95$.

12. Совокупность разбита на две группы: первая: $\frac{x_i}{n_i} \left| \begin{array}{c|c} 3 & 6 \\ \hline 2 & 3 \end{array} \right|$, вторая: $\frac{x_i}{n_i} \left| \begin{array}{c|c|c} 2 & 3 & 6 \\ \hline 2 & 2 & 4 \end{array} \right|$.
Найти внутригрупповую, межгрупповую и общую дисперсии.

13. Имеются две генеральные совокупности X и Y , распределенные нормально. Из этих совокупностей извлечены выборки x и y соответственно с объемами $n = 10$, $m = 12$.

По каждой из выборок найдены исправленные дисперсии $S_x^2 = 24.4$, $S_y^2 = 12.2$. Проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух генеральных совокупностей X и Y , при конкурирующей гипотезе $H_1: D(X) > D(Y)$ при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Результаты зачета определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

До зачета допускаются студенты, успешно прошедшие текущую аттестацию по дисциплине.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронной образовательной среде LMS «iDO» - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=19791>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

д) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2001.

– Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшая школа, 2001.

б) дополнительная литература:

– Просветов Г. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и решения. -М.: Альфа-Пресс, 2009.– 272 с.

– Мятлев В.Д., Панченко Л.А., Ризниченко Г.Ю., Терехин А.Т. Теория вероятностей и математическая статистика. Математические модели. -М.: Академия, 2009.– 320 с.

– Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник. – М.: Юнити-Дата, 2009.– 352 с.

в) ресурсы сети Интернет:

– Теория вероятностей Электронный ресурс : учебное пособие /Ю. В. Потапов; Том. гос. ун-т. Потапов, Юрий Викторович. Электронный ресурс <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000391402>

Теория вероятностей и случайных процессов : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям: 010501-Прикладная математика и информатика, 080116-Математические методы в экономике] / А. А. Назаров, А. Ф. Терпугов; Том. гос. ун-т. Назаров, Анатолий Андреевич,

<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000398228>

Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие /А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин, Туганбаев Аскар Аканович

http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=652.

Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах : учебно-методическое пособие /Том. гос. ун-т, Каф. оптико-электрон. систем и дистанционного зондирования ; [сост.: Л. А. Большасова, А. И. Елизаров] Электронный ресурс: <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000421623>.

Теория вероятностей и математическая статистика Электронный ресурс : учебное пособие / Б. А. Горлач

Электронный ресурс:

http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=4864.

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешанном формате («Актру»).

15. Информация о разработчиках

Пауль Светлана Владимировна, доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры теории вероятностей и математической статистики.