

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт дистанционного образования

УТВЕРЖДЕНО:

Директор ИДО-проректор по РДО
М. О. Шепель

Оценочные материалы по дисциплине

Продвинутая математика

по направлению подготовки

45.04.03 Фундаментальная и прикладная лингвистика

Направленность (профиль) подготовки:
Обработка естественного языка (NLP) в лингвистике и IT

Форма обучения

Очная

Квалификация

Магистр

Год приема

2024

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОПОП
З.И. Резанова

Председатель УМК

С.В. Велединская

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-6 Способен осуществлять эффективное управление разработкой программных средств и информационных проектов в сфере своей профессиональной деятельности.

УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-6.1 Аргументированно выбирает математические и лингвистические методы решения профессиональных задач с применением языков программирования

ИУК-1.1 Выявляет проблемную ситуацию, на основе системного подхода осуществляет её многофакторный анализ и диагностику

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Текущий контроль по дисциплине проводится с учетом специфики реализации дисциплины. Дисциплина реализуется в смешанном формате с применением онлайн платформы адаптивного обучения Plario, которая интегрирована с LMS IDO ТГУ.

В системе LMS IDO преподаватель курса имеет возможность отслеживать индивидуальные траектории по каждому разделу, степень освоенности навыков, контролировать количество времени, проведенное в системе, количество пройденного материала по каждому разделу.

Элементы текущего контроля:

- задания в адаптивной системе Plario по разделам (каждый раздел должен быть выполнен не менее чем на 60 %):
 - Операции над матрицами
 - Векторы и линейные операции над векторами
 - Пределы дробно-рациональных/иррациональных выражений
 - Производная
 - Неопределенный интеграл (методы по частям, замена переменной)

Примеры заданий из системы Plario (ИОПК 6.1., ИУК 1.1.):

I. Найдите предел

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{n^4 + 5n^3}{n^3 + 3} - \frac{n^2 + 2n + 3}{n + 7} \right]$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + x - 6x^2}{3 - 2x + 7x^2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^3 + 5x^2 - 7x - 4}{3x^3 + 4x^2 - 2x - 5}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - 1}{\sin^2(2x)}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - e^{2x}}{\operatorname{tg} x}$

II. Найдите производную функции

1. $\frac{\sin x}{\arcsin x} + \sqrt{x} \cdot \operatorname{arctg} x$
2. $\cos(e^{\arccos x})$
3. $\ln\left(\frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}\right) + \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}}$

III. Постройте график и найдите точки разрыва функции

1. $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{при } |x| < 1, \\ -x, & \text{при } |x| \geq 1. \end{cases}$
2. $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{(x-1)^2}.$

IV. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 10 & -1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

1. найдите произведения AB и BA
2. вычислите определители: а) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 7 & -2 & 4 \\ -1 & 2 & 8 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 5 \\ 7 & 0 & 2 & 8 \\ 3 & -5 & 4 & 1 \end{vmatrix}$
3. найдите матрицу обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Сделайте проверку.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Экзамен проводится в формате итогового контрольного тестирования (ИОПК 6.1., ИУК 1.1.).

Допуском к итоговому тестированию является прогресс выполнения заданий в адаптивной системе Plagio по разделам: операции над матрицами, векторы и линейные операции над векторами, пределы дробно-рациональных/иррациональных выражений, производная, неопределенный интеграл (методы по частям, замена переменной), каждый раздел не менее чем на 60 %. Далее обучающийся допускается к итоговому тестированию.

Примеры тестовых заданий, выносимые на итоговое тестирование (ИОПК 6.1., ИУК 1.1.):

1. (1 балл) Какой размер имеет матрица, которая есть произведение матриц $C = \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ -3 & -1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$

на $D = \begin{bmatrix} -10 & 1 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$?

☐ 3×3

☒ 3×2

☐ 2×2

☐ матрицы нельзя перемножить

2. (4 балла) Для матрицы $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$ найти собственные числа и векторы.

☐ $\lambda_1 = 10, \lambda_2 = 1, \bar{x}_{\lambda_1} = \begin{bmatrix} a \\ \frac{a}{2} \end{bmatrix}, \bar{x}_{\lambda_2} = \begin{bmatrix} b \\ 2b \end{bmatrix}, a \in R \setminus \{0\}, b \in R \setminus \{0\}$

☒ $\lambda_1 = 5, \lambda_2 = -1, \bar{x}_{\lambda_1} = \begin{bmatrix} a \\ 4a \end{bmatrix}, \bar{x}_{\lambda_2} = \begin{bmatrix} b \\ -2b \end{bmatrix}, a \in R \setminus \{0\}, b \in R \setminus \{0\}$

☐ $\lambda_1 = 10, \lambda_2 = -5, \bar{x}_{\lambda_1} = \begin{bmatrix} -a \\ 3a \end{bmatrix}, \bar{x}_{\lambda_2} = \begin{bmatrix} b \\ -b \end{bmatrix}, a \in R \setminus \{0\}, b \in R \setminus \{0\}$

☐ $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1, \bar{x}_{\lambda_1} = \begin{bmatrix} 2a \\ 3a \end{bmatrix}, \bar{x}_{\lambda_2} = \begin{bmatrix} -b \\ 3b \end{bmatrix}, a \in R \setminus \{0\}, b \in R \setminus \{0\}$

3. (2 балла) Определите градиент функции $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ в точке $A(1, 2, -2)$.

☐ $\nabla f = \left(\frac{1}{6}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{6} \right)$

☒ $\nabla f = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3} \right)$

☐ $\nabla f = \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3} \right)$

☐ $\nabla f = \left(\frac{1}{3}, -\frac{5}{6}, \frac{1}{6} \right)$

4. (1 балл) Как можно определить направление наибольшего увеличения функции?

☐ Поиском максимума функции

☐ По координатам точки

☒ По градиенту функции

☐ По значениям функции

5. (2 балла) Для функции многих переменных $f(x_1, \dots, x_n)$, в какой из следующих ситуаций можно утверждать, что точка $\mathbf{x}_0 = (x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ является точкой локального минимума?

☒ Градиент функции $f(x_1, \dots, x_n)$ в точке $\mathbf{x}_0$ равен нулю, а матрица частных производных второго порядка в этой точке положительно определена

☐ Градиент функции $f(x_1, \dots, x_n)$ в точке $\mathbf{x}_0$ равен нулю, а матрица частных производных второго порядка в этой точке отрицательно определена

☐ Градиент функции $f(x_1, \dots, x_n)$ в точке $\mathbf{x}_0$ не равен нулю, и все вторые частные производные положительны в этой точке

☐ Градиент функции $f(x_1, \dots, x_n)$ в точке $\mathbf{x}_0$ равен нулю, и все вторые частные производные отрицательны в этой точке

6. (1 балл) Как называется формула: $P(H_j | A) = \frac{P(H_j)P(A | H_j)}{p(A)}$?

- ☐ Формула полной вероятности
- ☒ Формула Байеса
- ☐ Формула произведения событий
- ☐ Формула произведения для независимых событий

7. (2 балла) Найдите числовые характеристики случайной величины ξ , распределенной по геометрическому закону с параметром $p = 0.2$.

- ☐ $M\xi = -2, D\xi = 5$
- ☐ $M\xi = 0, D\xi = 10$
- ☒ $M\xi = 5, D\xi = 20$
- ☐ $M\xi = \frac{1}{2}, D\xi = 8$

8. (1 балл) Выберите выражение закона распределения случайной величины, распределенной по закону Пуассона.

- ☐ $p(\xi) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda\xi}, & \xi > 0 \\ 0, & \xi < 0 \end{cases}$
- ☐ $p(\xi = m) = p(1-p)^{m-1}, m = 1, 2, \dots$
- ☒ $p(\xi = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}, m = 0, 1, 2, \dots$
- ☐ $p(\xi) = \frac{e^{-\frac{(\xi-a)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}, a = M(\xi), \sigma^2 = D(\xi)$

9. (1 балл) Какой из следующих пунктов верен относительно метода градиентного спуска?

- ☐ Метод градиентного спуска всегда находит глобальный минимум функции
- ☐ В методе градиентного спуска шаг сходимости фиксированный и одинаковый для всех итераций
- ☒ Метод градиентного спуска использует информацию о градиенте функции для обновления параметров в направлении, противоположном градиенту
- ☐ Метод градиентного спуска требует, чтобы функция была линейной
- ☐ Нет верного варианта ответа

10. (3 балла) Примените метод градиентного спуска с постоянным шагом для определения локального минимума функции $f(x_1, x_2) = -1 + \sqrt[3]{(x_1^2 + x_2^2)^2}$. Величину шага положить равным $\delta = 0.3$, а критерий остановки определить как $|f(x_k) - f(x_{k-1})| < 0.01, k = 1, 2, 3, \dots$. Начальное приближение взять точку (3,1).

- ☐ (0.112345, 0.112311)
- ☒ (0.082633, 0.027545)
- ☐ (2.443009, 0.814336)
- ☐ (-0.091207, -0.030403)

11. (1 балл) Какое из следующих утверждений об обратной матрице является верным?

- ☒ Обратная матрица существует только для квадратных матриц
- ☐ Если матрица не имеет определителя, то она обязательно имеет обратную матрицу
- ☐ Обратная матрица всегда является диагональной
- ☐ Обратная матрица может быть найдена только средствами численных методов
- ☐ Нет верного варианта ответа

12. (1 балл) Какое из следующих утверждений верно для вырожденной матрицы?

- ☐ Её строки линейно независимы
- ☐ У неё есть обратная матрица
- ☐ Её ранг совпадает с числом строк
- ☐ Определитель равен 1
- ☐ Она содержит исключительно положительные элементы
- ☒ Нет верного варианта ответа

13. (1 балл) Выберите вариант, который соответствует применению формулы по частям при интегрировании функции $x \ln x$

- ☐ $\frac{\ln x}{2} + \int dx$
- ☐ $\frac{x \ln x}{2} - \int x dx$
- ☒ $\frac{x^2 \ln x}{2} - \frac{1}{2} \int x dx$
- ☐ $x + \ln x - \int \frac{x}{2} dx + \int dx$

14. (1 балл) Укажите понятие противоположных событий.

- ☐ события являются не единственно возможными и несовместимыми исходами некоторого опыта (испытания)
- ☐ событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из конечного числа событий
- ☐ событие, состоящее в совместном осуществлении событий
- ☒ два единственно возможных и несовместных события

15. (1 балл) Укажите условие нормировки непрерывной случайной величины.

- ☒ $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$
- ☐ $\sum_i p_i = 1$
- ☐ $\int_{\alpha}^{\beta} x f(x) dx = 1$
- ☐ $\sum_i x_i \cdot p_i = 1$

16. (2 балла) Найти вероятность того, что из 10 книг, расположенных в случайном порядке, 3 определенные книги окажутся рядом.

- ☐ $\frac{1}{10!}$

- ☐ $\frac{3}{10!}$
☒ $\frac{1}{15}$
☐ $\frac{2}{35}$

17. (1 балл) Корреляционный момент μ_{xy} двух случайных величин X, Y положителен тогда, когда ...

- ☐ X, Y - независимые случайные величины
☒ X, Y - положительно зависимые (прямая корреляция) случайные величины
☐ X, Y - отрицательно зависимые (обратная корреляция) случайные величины
☐ Нет верного варианта ответа

18. (1 балл) Мультипликативная модель ряда динамики это

- ☐ $y_t = T_t + S_t + \varepsilon_t$
☐ $y_t = T_t \cdot S_t + \varepsilon_t$
☒ $y_t = T_t \cdot S_t \cdot \varepsilon_t$
☐ $y_t = T_t + S_t \cdot \varepsilon_t$

19. (1 балл) Выберите из предложенных выражений то, которое соответствует модели скользящего среднего второго порядка.

- ☒ $y_t = \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \alpha_2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
☐ $y_t = \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}$
☐ $y_t = \alpha_1 \varepsilon_{t-3} + \alpha_2 \varepsilon_{t-2} \cdot \varepsilon_t$
☐ $y_t = \alpha_1 y_{t-3} + \alpha_2 y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}$

20. (1 балл) Определите ранг матрицы $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$.

- ☐ $\text{rang}(A) = 3$
☐ $\text{rang}(A) = 1$
☒ $\text{rang}(A) = 2$
☐ $\text{rang}(A) = 4$

21. (1 балл) Выберите типы неопределенных выражений, которые могут возникать при нахождении пределов функций:

- ☐ $\frac{\infty}{0}, \infty - \infty, 1^\infty$
☐ $1^0, \infty - \infty, \frac{\infty}{\infty}$
☐ $\infty + 0, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty$
☒ верного ответа нет

22. (2 балл) Какой из следующих случаев не приводит к неопределенности $\frac{0}{0}$ при вычислении предела?

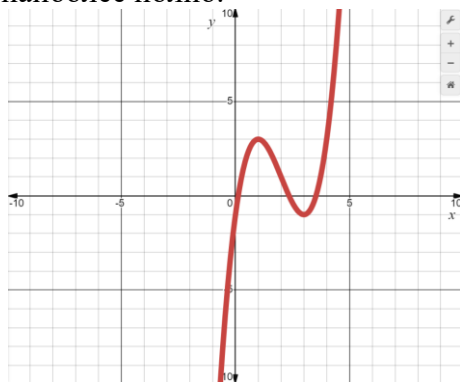
☐ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

☒ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1}{x - 3}$

☐ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

☐ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

23. (2 балл) Дана функция: график. Выберите вариант ответа, отражающий ее свойства наиболее полно.



- ☐ Функция непрерывная, принимает положительные и отрицательные значения на своей области определения, на участке $(4, +\infty)$ вторая производная больше нуля, первая – меньше нуля
- ☐ Функция не является непрерывной, принимает положительные и отрицательные значения на своей области определения, имеет разрывы первого рода
- ☐ Функция является непрерывной, принимает положительные и отрицательные значения, имеет разрывы первого рода, на участке $(0, +\infty)$ производные первого и второго порядка положительны и непрерывны
- ☒ Функция является непрерывной, принимает положительные и отрицательные значения, на участке $(1, 3)$ производная первого порядка отрицательна

24. (3 балла) Для временного ряда построить простое скользящее среднее третьего порядка.

t	1	2	3	4	5	6	7	8
y_t	213	171	291	309	317	362	351	361

- ☒ 225; 257; 305.667; 329.333; 343.333; 358
- ☐ 220; 260; 308.223; 320.444; 345; 360
- ☐ 200; 260; 310.223; 380.444; 350; 333
- ☐ 180; 260; 312.283; 392.228; 348.333; 333

25. (3 балла) Найти коэффициенты автокорреляции (для лага равного 1, 2) временного ряда:

t	1	2	3	4	5	6	7	8
y_t	213	171	291	309	317	362	351	361

☒ 0.72519; 0.84224

☐ 0.01231; 0.4432

☐ 1; 2

☐ 0.1302; 0.8856

Критерии оценивания:

Итоговое контрольное тестирование состоит из 25 вопросов разной сложности, за каждый правильный ответ можно получить от 1 до 4 баллов. Максимум за тест 40 баллов. Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно» в соответствии с результатами итогового контрольного тестирования и определены таблицей ниже.

Кол-во баллов	Оценка
0-16	«неудовлетворительно»
17-26	«удовлетворительно»
27-33	«хорошо»
34-40	«отлично»

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Проверка остаточных знаний проводится в форме теста.

Примеры вопросов к тесту (ИОПК 6.1., ИУК 1.1.):

1. (1 балл) Долгосрочная тенденция динамики показателя — это

☐ шум;

☒ тренд;

☐ сезонные колебания;

☐ циклические колебания.

2. (2 балла) К каким видам матрицы можно отнести матрицу $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$?

☐ прямоугольная

☒ квадратная

☐ диагональная

☒ верхняя треугольная

3. (3 балла) Какие виды СЛАУ (систем линейных алгебраических уравнений) выделяют

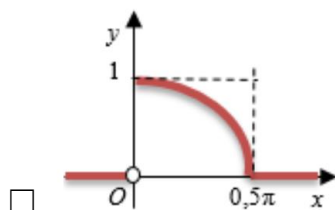
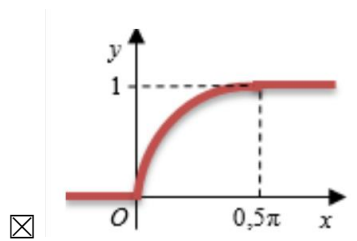
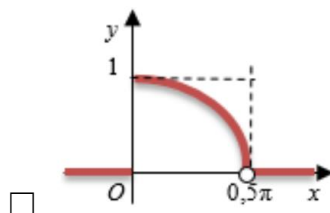
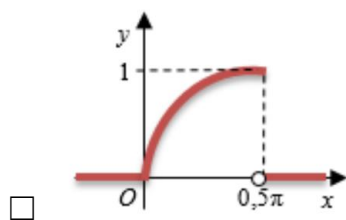
☒ совместная

- ☒ несовместная
- ☒ определенная
- ☒ неопределенная

4. (3 балла) Выберите дискретные случайные величины

- ☒ число попаданий в мишень при n выстрелах
- ☐ измерение времени ожидания поезда
- ☒ число выпавших гербов при подкидывании монеты
- ☐ измерение скорости движения автомобиля
- ☒ число прибывших кораблей в порт
- ☒ число вызовов, поступающих на АТС (автоматическую телефонную станцию)

5. (1 балл) На какой иллюстрации изображена функция распределения (интегральная) НСВ?



Тест для проверки остаточных знаний состоит из 10 вопросов разной сложности от 1 до 3 баллов. Максимум за тест 20 баллов. Тест оценивается на «зачтено» или «не зачтено». Оценка «зачтено» ставится, если студент набрал 11 баллов и выше.

Информация о разработчиках

Кеба Анастасия Владимировна, кафедра прикладной математики НИ ТГУ, ассистент.