

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:

Директор

А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Оценка параметров дважды стохастических потоков событий

по направлению подготовки

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки:

Обработка данных, управление и исследование сложных систем

Форма обучения

Очная

Квалификация

Магистр

Год приема

2025

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

Л.А. Нежелская

Председатель УМК

С.П. Сущенко

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ПК-1 Способен изучить работу системы и подсистем, выявить требования к функциям системы и подсистем, обрабатывать запросы на изменения к функциям системы и подсистем.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИПК-1.1 Осуществляет декомпозицию системы на подсистемы.

ИПК-1.2 Строит математическую модель системы или подсистемы, вводит целевую функцию системы или подсистемы, строит ограничения, соответствующие требованиям к системе или подсистеме.

ИПК-1.3 Модернизирует математическую модель системы или подсистемы на изменение требований к системе или подсистеме.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

- посещаемость;
- контрольная работа;
- опрос на занятиях;
- коллоквиум.

Контрольная работа (ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-1.3)

Контрольная работа состоит из 2-х теоретических вопросов и 1-й задачи.

Перечень теоретических вопросов:

1. Математическая модель дважды стохастического обобщённого асинхронного потока событий. Матрица инфинитезимальных характеристик процесса $\lambda(t)$.
2. Методика построения плотности вероятности значений длительности интервала между соседними событиями дважды стохастического потока событий.

Пример задачи:

Построить матрицы инфинитезимальных характеристик процесса $\lambda(t)$ для обобщённого асинхронного потока событий. Объяснить содержательный смысл элементов матриц.

Ответ к задаче.

$$\mathbf{D}_0 = \begin{bmatrix} -(\lambda_1 + \alpha_1) & (1-p)\alpha_1 \\ (1-q)\alpha_2 & -(\lambda_2 + \alpha_2) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & p\alpha_1 \\ q\alpha_2 & \lambda_2 \end{bmatrix}.$$

Элементами матрицы $\mathbf{D}_1$ являются интенсивности переходов процесса $\lambda(t)$ из состояния в состояние с наступлением события потока. Недиагональные элементы матрицы $\mathbf{D}_0$ – интенсивности переходов процесса $\lambda(t)$ из состояния в состояние без наступления события. Диагональные элементы матрицы $\mathbf{D}_0$ – интенсивности выхода процесса $\lambda(t)$ из своих состояний, взятые с противоположным знаком.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на оба теоретических вопроса, и задача решена без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если даны ответы на оба теоретических вопроса, хотя и с погрешностями, и задача решена без ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если: а) даны правильные ответы на оба теоретических вопроса, но задача не решена или решена неверно; б) даны ответы на оба теоретических вопроса, хотя и с погрешностями, и задача решена с ошибками.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если: а) даны неверные ответы на оба теоретических вопроса, и задача решена с ошибками; б) отсутствуют ответы на теоретические вопросы, задача решена с ошибками или ее решение отсутствует.

Коллоквиум (ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-1.3)

Коллоквиум предполагает письменный вариант ответа на билет из 2-х теоретических вопросов.

Перечень теоретических вопросов:

1. Почему для оценивания параметров плотности вероятности дважды стохастического потока событий выбран метод моментов?
2. Условия полной наблюдаемости потока событий. Условия неполной наблюдаемости потока событий. Мёртвое время. Формирование наблюдаемого потока событий.

За коллоквиум ставится «зачёт», если даны правильные ответы на оба вопроса из предложенного варианта либо даны ответы с незначительными погрешностями.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации в форме экзамена.

1. Об истории возникновения дважды стохастических потоков событий.
2. МАР-поток событий (МС-поток) и его свойства.
3. Марковость процесса $\lambda(t)$ для МАР-потока событий.
4. Функция распределения длительности пребывания процесса $\lambda(t)$ в i -м состоянии.
5. Построение матрицы инфинитезимальных характеристик процесса $\lambda(t)$. О физическом смысле инфинитезимальных характеристик.
6. Метод моментов для оценки параметров плотности вероятности.
7. Совместная плотность вероятности. Условия рекуррентности.

Пропуски занятий, несданный или неудовлетворительно написанный коллоквиум по лекционному материалу, написанная на «неудовлетворительно» контрольная работа влекут за собой необходимость ликвидации перечисленных задолженностей для получения допуска к экзамену.

Если студент имеет допуск к экзамену, то промежуточная аттестация проходит по типовому билету. Экзаменационный билет включает два вопроса. Оба вопроса нацелены на проверку компетенций ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-1.3.

Типовой экзаменационный билет имеет следующий вид.

Оценка параметров дважды стохастических потоков событий

Билет № 1

1. Определение МАР-потока событий. Матрица инфинитезимальных характеристик. Временная реализация случайного процесса $\lambda(t)$.
2. Вывод уравнения моментов для оценки параметров плотности вероятности в МАР-потоке событий при полной наблюдаемости потока.

Зав. кафедрой, д.ф.м.-н., профессор _____ /Л.А. Нежелская /

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно» в соответствии с приведённой ниже табл.

Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Нет ответа ни на один из двух вопросов билета	Имеется ответ на один из двух вопросов билета	Имеются ответы на оба вопроса в билете, однако ответ на один вопрос содержит неточности в доказательстве	Имеются полные с доказательствами ответы на оба вопроса в билете

Если студент не имеет допуска к экзамену, но желает пройти промежуточную аттестацию, то для него промежуточная аттестация проходит по нетиповому билету. Экзаменационный билет включает три вопроса. Все три вопроса нацелены на проверку компетенций ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-1.3.

Нетиповой экзаменационный билет имеет следующий вид.

Оценка параметров дважды стохастических потоков событий

Билет № 1

3. Определение МАР-потока событий. Матрица инфинитезимальных характеристик. Временная реализация случайного процесса $\lambda(t)$.
4. Вывод уравнения моментов для оценки параметров плотности вероятности в МАР-потоке событий при полной наблюдаемости потока.
5. Мёртвое время.

Зав. кафедрой, д.ф.м.-н., профессор _____ /Л.А. Нежелская /

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно» в соответствии с приведённой ниже таблицей для студента, не имеющего допуска к экзамену.

Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Нет ответа ни на один из трёх вопросов билета	Имеется правильный ответ на один вопрос билета и с погрешностями хотя бы на один из двух оставшихся вопросов билета	Имеются полные с доказательствами ответы на два вопроса в билете и ответ на третий вопрос	Имеются полные с доказательствами ответы на три вопроса в билете

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Тесты:

- Какие из перечисленных ниже матриц инфинитезимальных характеристик процесса $\lambda(t)$ относятся к МАР-поток событий (ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-1.3.)?

$$\text{а) } \mathbf{D}_0 = \begin{bmatrix} -(\lambda_1 + \alpha_1) & \alpha_1 \\ \alpha_2 & -(\lambda_2 + \alpha_2) \end{bmatrix}, \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix};$$

$$\text{б) } \mathbf{D}_0 = \begin{bmatrix} -\lambda_1 & 0 \\ 0 & -\lambda_2 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} (1-p)\lambda_1 & p\lambda_1 \\ q\lambda_2 & (1-q)\lambda_2 \end{bmatrix};$$

$$\text{в) } \mathbf{D}_0 = \begin{bmatrix} -\lambda_1 & 0 \\ \alpha_2 & -(\lambda_2 + \alpha_2) \end{bmatrix}, \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} (1-p)\lambda_1 & p\lambda_1 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix};$$

$$\text{г) } \mathbf{D}_0 = \begin{bmatrix} -\lambda_1 & \lambda_1 P_0(\lambda_2 | \lambda_1) \\ \lambda_2 P_0(\lambda_1 | \lambda_2) & -\lambda_2 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} \lambda_1 P_1(\lambda_1 | \lambda_1) & \lambda_1 P_1(\lambda_2 | \lambda_1) \\ \lambda_2 P_1(\lambda_1 | \lambda_2) & \lambda_2 P_1(\lambda_2 | \lambda_2) \end{bmatrix}.$$

- Выбрать из предложенных ниже априорные финальные вероятности состояний процесса $\lambda(t)$ для синхронного потока событий.

$$\text{а) } \pi_1 = \frac{\lambda_2 [1 - P_1(\lambda_2 | \lambda_2)]}{\lambda_1 [1 - P_1(\lambda_1 | \lambda_1)] + \lambda_2 [1 - P_1(\lambda_2 | \lambda_2)]},$$

$$\pi_2 = \frac{\lambda_1 [1 - P_1(\lambda_1 | \lambda_1)]}{\lambda_1 [1 - P_1(\lambda_1 | \lambda_1)] + \lambda_2 [1 - P_1(\lambda_2 | \lambda_2)]}.$$

$$\text{б) } \pi_1 = \frac{\alpha_2}{p\lambda_1 + \alpha_2}, \pi_2 = \frac{p\lambda_1}{p\lambda_1 + \alpha_2}.$$

$$\text{в) } \pi_1 = \frac{q\lambda_2}{p\lambda_1 + q\lambda_2}, \pi_2 = \frac{p\lambda_1}{p\lambda_1 + q\lambda_2}.$$

$$\text{г) } \pi_1 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}, \pi_2 = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

Правильные ответы: 1 г), 2 в).

Задачи:

Задача 1. (ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-1.3.).

Решить систему дифференциальных уравнений для априорных вероятностей состояний полусинхронного потока событий.

Задача 2. (ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-1.3.).

Вывести явный вид плотности вероятности длительности интервала между соседними событиями в синхронном потоке.

Ответы:

Задача 1.

$$\pi_1(t|t^0) = \frac{\alpha_2}{p\lambda_1 + \alpha_2} - \left(\frac{\alpha_2}{p\lambda_1 + \alpha_2} - \pi \right) e^{-(p\lambda_1 + \alpha_2)(t-t^0)},$$
$$\pi_2(t|t^0) = \frac{p\lambda_1}{p\lambda_1 + \alpha_2} + \left(\frac{\alpha_2}{p\lambda_1 + \alpha_2} - \pi \right) e^{-(p\lambda_1 + \alpha_2)(t-t^0)}.$$

Задача 2.

$$p(\tau) = \gamma\lambda_1 e^{-\lambda_1\tau} + (1-\gamma)\lambda_2 e^{-\lambda_2\tau}, \quad \tau \geq 0,$$

$$\gamma = \frac{q}{p+q}, \quad 0 < p \leq 1, \quad 0 < q \leq 1.$$

Теоретические вопросы:

1. Этапы построения математических моделей дважды стохастических потоков событий (в частности, МАР-потока событий) (ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-1.3.).

Ответ должен содержать анализ данных о дважды стохастическом потоке событий и результатов наблюдений за потоком, в частности, функцию распределения длительности интервалов между событиями потока в каждом состоянии; функцию распределения длительности пребывания процесса $\lambda(t)$ в том или ином состоянии; матрицу инфинитезимальных характеристик процесса $\lambda(t)$; рисунок, представляющий одну из реализаций процесса $\lambda(t)$ и наблюдаемого потока событий; явный вид априорных финальных вероятностей процесса $\lambda(t)$.

2. Условия неполной наблюдаемости потока событий. Мёртвое время. Формирование наблюдаемого потока событий (ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-1.3.).

Ответ должен содержать анализ данных о дважды стохастическом потоке событий, функционирующем в условиях непродлевающегося мёртвого времени, и анализ результатов наблюдений в условиях неполной наблюдаемости за потоком: описание условий неполной наблюдаемости потока; определение мёртвого времени; рисунок, на котором показан процесс формирования наблюдаемого потока событий.

3. Почему для оценивания параметров дважды стохастического потока событий выбран метод моментов (ИПК-1.1, ИПК-1.2, ИПК-1.3.)?

Ответ должен содержать анализ результатов наблюдений за потоком событий; анализ качества получаемых методом моментов оценок параметров как для коррелированного, так и для рекуррентного потока событий.

Информация о разработчиках

Нежелская Людмила Алексеевна, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики НИ ТГУ.