

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан ММФ ТГУ
Л.В.Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

Теория вероятностей

по направлению подготовки

01.03.01 Математика

02.03.01 Математика и компьютерные науки

01.03.03 Механика и математическое моделирование

Направленность (профиль) подготовки

Основы научно-исследовательской деятельности в области математики

**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики
и компьютерных наук**

**Основы научно-исследовательской деятельности в области механики
и математического моделирования**

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
Л.В.Гензе

Председатель УМК
Е.А.Тарасов

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин

ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

- контрольная работа;
- коллоквиум

Контрольная работа (ИОПК-1.2, 1.3)

Контрольная работа состоит из 3 задач.

Примеры задач:

1. 10 вариантов контрольной работы, написанные на отдельных карточках, перемешиваются и выдаются случайным образом восьми студентам, сидящим в одном ряду, причем каждый получает по одному варианту. Найти вероятности следующих событий:

А – варианты с номерами 1 и 2 останутся неиспользованными;

В – варианты 1 и 2 достанутся рядом сидящим студентам;

С – будут выданы последовательные номера вариантов.

2. Мишень состоит из круга и двух колец. Попадание в круг дает 10 очков, в первое кольцо – 5 очков, во второе – штраф 1 очко. Вероятности попадания в круг, первое и второе кольца соответственно равны 0,5, 0,3 и 0,2. Построить функцию распределения числа очков, если производится 2 выстрела и результаты независимы; вычислить математическое ожидание, дисперсию и вероятность того, что число очков будет не меньше 6 и не больше 30.

3. Вакцина против инфекционных заболеваний вызывает нежелательную реакцию в 0,1% случаев и не формирует иммунитет в 0,2% случаев. Положим эти эффекты независимыми. Вакцина назначена 5000 человек. Найти вероятность того, что

а) ни у кого нет нежелательной реакции и у всех выработался иммунитет;

б) у одного человека появилась нежелательная реакция и у двух не выработался иммунитет.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если все задачи решены без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если 2 задачи решены без ошибок.
 Оценка «удовлетворительно» выставляется, если 1 задача решена без ошибок.
 Иначе выставляется оценка «неудовлетворительно».

Коллоквиум (ИОПК 1.1, 1.3)

Билет на коллоквиум состоит из 1 теоретического вопроса.

Перечень теоретических вопросов:

1. Вероятностная модель эксперимента с конечным и счетным числом исходов. Примеры.
2. Классическое определение вероятности события. Примеры.
3. Методы комбинаторики. Примеры.
4. Вероятностное пространство общего вида. Колмогоровское определение вероятностного пространства.
5. Свойства вероятностей событий.
6. Континуальные пространства. Геометрические вероятности. Примеры.
7. Формула для вероятности объединения событий. Условная вероятность. Свойства условных вероятностей.
8. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
9. Независимость событий. Лемма Бореля – Кантелли.
10. Схема Бернулли.
11. Теорема Пуассона и распределение Пуассона.
12. Локальная теорема Муавра – Лапласа.
13. Биномиальная и полиномиальная модели эксперимента.
14. Интегральная теорема Муавра – Лапласа.

Критерии оценивания коллоквиума и зачета

Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Дан неправильный ответ, однозначно неправильная трактовка темы.	В целом дан правильный ответ на вопрос, но он изложен поверхностно и с нарушением логики изложения. Знание минимума литературы.	Дан правильный ответ на вопрос, но не все изложено развернуто и логически структурировано. Знание основной литературы.	Дан правильный и развернутый ответ на вопрос. Студент четко и логично изложил свой ответ на поставленный в билете вопрос. Знание основной и дополнительной литературы.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Зачет с оценкой в пятом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и задачу.

Примерный перечень теоретических вопросов:

1. Случайная величина. Функция распределения случайной величины.
2. Закон распределения дискретной случайной величины.
3. Примеры дискретных распределений.
4. Абсолютно непрерывные распределения.
5. Примеры абсолютно непрерывных распределений.
6. Сингулярные и смешанные распределения.
7. Независимость случайных величин и классов событий.

8. Многомерные распределения и плотности.
9. Преобразования случайных величин.
10. Примеры распределений сумм независимых случайных величин.
11. Математическое ожидание случайной величины. Свойства. Примеры.
12. Моменты случайной величины.
13. Дисперсия случайной величины. Свойства. Примеры.
14. Ковариация и корреляция случайных величин. Свойства коэффициента корреляции случайных величин. Связь с независимостью случайных величин.
15. Нормальное распределение (одномерное и многомерное). Свойства нормального распределения.
16. Условные распределения. Условное математическое ожидание относительно случайной величины.
17. Условное математическое ожидание относительно сигма-алгебры и как проекция. Задача о наилучшем приближении.
18. Распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера.
19. Характеристическая функция. Свойства.
20. Примеры характеристических функций распределений. Формула обращения и следствия из нее.
21. Сходимости по вероятности и в среднем квадратическом последовательностей случайных величин и связь между ними.
22. Сходимость почти наверное последовательностей случайных величин.
23. Слабая сходимость распределений.
24. Закон больших чисел (Теорема Хинчина). Усиленный закон больших чисел.
25. Связь между функциями распределения и характеристическими функциями.
26. Центральная предельная теорема.
27. Скорость сходимости в ЦПТ и ее применения.
28. Оценка погрешности в теореме Пуассона.
29. Теорема Колмогорова-Прохорова. Тождество Вальда и его применение к решению задачи о разорении.
30. Цепи Маркова: основные определения и примеры.
31. Критерий возвратности состояния цепи Маркова.
32. Теорема солидарности и эргодическая теорема.
33. Ветвящиеся процессы. Вид производящей функции потомства.
34. Вероятность вырождения процесса Гальтона-Ватсона.

Задачи на зачет берутся из соответствующих разделов сборника задач: Коршунов Д.А., Фосс С.Г. Сборник задач и упражнений по теории вероятностей, СПб, Лань, 2004

Итоговая оценка – среднее арифметическое из оценок за контрольные работы, коллоквиумы и зачет. При ответе на теоретический вопрос оценивается полнота и точность ответа, логичность и аргументированность изложения материала, умения использовать в ответе фактический материал, знания основной и дополнительной литературы.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Задачи (ИОПК 1.1-1.3)

1. В лифт 7-этажного дома на первом этаже вошли 3 человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом этаже, начиная со второго. Найти вероятности следующих событий:

А – все пассажиры выйдут на четвертом этаже;

В – все пассажиры выйдут одновременно;

С – все пассажиры выйдут на разных этажах.

2. Вор задумал совершить кражу между 11 и 12 часами вечера, для совершения которой ему требуется около 15 минут. Какова вероятность того, что вор будет пойман, если моменты прихода вора и полицейского равновероятны в интервале с 11 до 12 часов.

3. В тесте 5 заданий, на каждый из которых дается 4 варианта ответов (один из которых верен). Найти вероятность того, что неподготовленный и поэтому выбирающий ответы наугад студент

а) ответит верно ровно на 3 задания;

б) получит зачет, если для этого необходимо ответить верно не менее, чем на 3 задания.

4. Определить при каких значениях параметра a функция $f(x) = \frac{a}{e^x + e^{-x}}$ является плотностью распределения случайной величины ξ . Найти функцию распределения, $E\xi$ и $D\xi$.

Ответы к задачам: 1 - $P(A)=1/216$, $P(B)=1/36$, $P(C)=5/9$; 2 - $7/16$; 3 – $0,088$ и $0,1$; 4 - $a = 2/\pi$, $\frac{2}{\pi} \arctg(e^x)$, 0 , $\frac{\pi^2}{4}$.

Информация о разработчиках

Пчелинцев Евгений Анатольевич, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математического анализа и теории функций ММФ ТГУ