

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:  
Директор  
А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

**Оценка состояний дважды стохастических потоков событий**

по направлению подготовки

**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки:

**Обработка данных, управление и исследование сложных систем**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Магистр**

Год приема

**2024**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
Л.А. Нежелская

Председатель УМК  
С.П. Сущенко

## **1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК-3 – Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности;

– ПК-1 – Способен изучить работу системы и подсистем, выявить требования к функциям системы и подсистем, обрабатывать запросы на изменения к функциям системы и подсистем.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-3.1 Разрабатывает математические модели в области прикладной математики и информатики.

ИПК-1.1 Осуществляет декомпозицию системы на подсистемы.

ИПК-1.2 Строит математическую модель системы или подсистемы, вводит целевую функцию системы или подсистемы, строит ограничения, соответствующие требованиям к системе или подсистеме.

ИПК-1.3 Модернизирует математическую модель системы или подсистемы на изменение требований к системе или подсистеме.

## **2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания**

Элементы текущего контроля:

- посещаемость;
- контрольная работа;
- опрос на занятиях;
- коллоквиум.

### **Контрольная работа (ИПК-3.2)**

Контрольная работа состоит из 2-х теоретических вопросов и 1-й задачи.

Перечень теоретических вопросов:

1. Построить математическую модель дважды стохастического асинхронного потока (ММРР-поток) событий.
2. Принципы построения рекуррентного соотношения для апостериорных вероятностей состояний процесса  $\lambda(t)$  в дважды стохастическом потоке событий.

### **Пример задачи:**

Построить матрицы инфинитезимальных характеристик процесса  $\lambda(t)$  для асинхронного потока событий. Объяснить содержательный смысл элементов матриц.

Ответ к задаче.

$$\mathbf{D}_0 = \begin{vmatrix} -(\lambda_1 + \alpha_1) & \alpha_1 \\ \alpha_2 & -(\lambda_2 + \alpha_2) \end{vmatrix}, \quad \mathbf{D}_1 = \begin{vmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{vmatrix}.$$

Элементами матрицы  $\mathbf{D}_1$  являются интенсивности переходов процесса  $\lambda(t)$  из состояния в состояние с наступлением события потока. Недиагональные элементы матрицы  $\mathbf{D}_0$  – интенсивности переходов процесса  $\lambda(t)$  из состояния в состояние без наступления события. Диагональные элементы матрицы  $\mathbf{D}_0$  – интенсивности выхода процесса  $\lambda(t)$  из своих состояний, взятые с противоположным знаком.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на оба теоретических вопроса, и задача решена без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если даны ответы на оба теоретических вопроса, хотя и с погрешностями, и задача решена без ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если: а) даны правильные ответы на оба теоретических вопроса, но задача не решена или решена неверно; б) даны ответы на оба теоретических вопроса, хотя и с погрешностями, и задача решена с ошибками.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если: а) даны неверные ответы на оба теоретических вопроса, и задача решена с ошибками; б) отсутствуют ответы на теоретические вопросы, задача решена с ошибками или ее решение отсутствует.

### **Коллоквиум (ОПК-3, ПК-1)**

Коллоквиум предполагает письменный вариант ответа на билет из 2-х теоретических вопросов.

Перечень теоретических вопросов:

1. Характеристики математических моделей дважды стохастических потоков событий.
2. Алгоритм принятия решения о состоянии процесса  $\lambda(t)$  в произвольный момент времени.

За коллоквиум ставится «зачёт», если даны правильные ответы на оба вопроса из предложенного варианта либо даны ответы с незначительными погрешностями.

### **3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания**

Контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации в форме зачёта:

1. Об истории возникновения дважды стохастических потоков событий.
2. МАР-поток событий (МС-поток) и его свойства.
3. Марковость процесса  $\lambda(t)$  для МАР-потока событий.
4. Функция распределения длительности пребывания процесса  $\lambda(t)$  в  $i$ -м состоянии.
5. Построение матрицы инфинитезимальных характеристик процесса  $\lambda(t)$ . О физическом смысле инфинитезимальных характеристик.
6. Вывод рекуррентного соотношения для апостериорных вероятностей состояний.
7. Оптимальная оценка состояний асинхронного потока. Вывод дифференциального уравнения Риккати для апостериорных вероятностей.

Пропуски занятий, несданный или неудовлетворительно написанный коллоквиум по лекционному материалу, написанная на «неудовлетворительно» контрольная работа влекут за собой необходимость ликвидации перечисленных задолженностей для получения допуска к зачёту.

Если студент имеет допуск к зачёту, то промежуточная аттестация проходит по типовому билету. Экзаменационный билет включает два вопроса. Оба вопроса нацелены на проверку компетенции ИПК-3.2.

Типовой экзаменационный билет имеет следующий вид.

*Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра прикладной математики*

---

**Оценка состояний дважды стохастических потоков событий**

1. Определение МАР-потока событий. Матрица инфинитезимальных характеристик. Временная реализация случайного процесса  $\lambda(t)$ .
2. Вывод дифференциального уравнения Риккати для апостериорных вероятностей состояний МАР-потока событий.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор \_\_\_\_\_

/Л.А. Нежелская

Результаты зачёта определяются оценками «зачтено», «не зачтено» в соответствии с приведённой ниже таблицей для студента, имеющего допуск к зачёту.

Не зачтено	Не зачтено	Зачтено
Нет ответа ни на один из двух вопросов билета	Имеется ответ на один из двух вопросов билета	Имеются полные с доказательствами ответы на оба вопроса в билете

Если студент не имеет допуска к зачёту, но желает пройти промежуточную аттестацию (*студент имеет право проходить промежуточную аттестацию вне зависимости от результатов текущей успеваемости*), то для него промежуточная аттестация проходит по нетиповому билету. Экзаменационный билет включает три вопроса. Все три вопроса нацелены на проверку компетенции ИПК-3.2.

Нетиповой экзаменационный билет имеет следующий вид.

*Томский государственный университет  
Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра прикладной математики*

---

**Оценка состояний дважды стохастических потоков событий**

1. Определение МАР-потока событий. Матрица инфинитезимальных характеристик. Временная реализация случайного процесса  $\lambda(t)$ .
2. Вывод дифференциального уравнения Риккати для апостериорных вероятностей состояний МАР-потока событий.
3. Вывод системы дифференциальных уравнений для априорных вероятностей состояний МАР-потока событий. Нахождение решения полученной системы.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор \_\_\_\_\_

/Л.А. Нежелская

Результаты зачёта определяются оценками «зачтено», «не зачтено» в соответствии с приведённой ниже таблицей для студента, не имеющего допуска к зачёту.

Не зачтено	Не зачтено	Зачтено	Зачтено
Нет ответа ни на один из трёх вопросов билета	Имеется ответ на один или два из трёх вопросов билета	Имеются полные с доказательствами ответы на два вопроса в билете и ответ на третий вопрос	Имеются полные с доказательствами ответы на три вопроса в билете

#### 4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

##### Тесты:

1. Какие из перечисленных ниже матриц инфинитезимальных характеристик процесса  $\lambda(t)$  относятся к МАР-потoku событий (ИПК-3.2)?

$$\text{а) } \mathbf{D}_0 = \begin{vmatrix} -(\lambda_1 + \alpha_1) & \alpha_1 \\ \alpha_2 & -(\lambda_2 + \alpha_2) \end{vmatrix}, \mathbf{D}_1 = \begin{vmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{vmatrix};$$

$$\text{б) } \mathbf{D}_0 = \begin{vmatrix} -\lambda_1 & 0 \\ 0 & -\lambda_2 \end{vmatrix}, \mathbf{D}_1 = \begin{vmatrix} (1-p)\lambda_1 & p\lambda_1 \\ q\lambda_2 & (1-q)\lambda_2 \end{vmatrix};$$

$$\text{в) } \mathbf{D}_0 = \begin{vmatrix} -\lambda_1 & 0 \\ \alpha_2 & -(\lambda_2 + \alpha_2) \end{vmatrix}, \mathbf{D}_1 = \begin{vmatrix} (1-p)\lambda_1 & p\lambda_1 \\ 0 & \lambda_2 \end{vmatrix};$$

$$\text{г) } \mathbf{D}_0 = \begin{vmatrix} -\lambda_1 & \lambda_1 P_0(\lambda_2 | \lambda_1) \\ \lambda_2 P_0(\lambda_1 | \lambda_2) & -\lambda_2 \end{vmatrix}, \mathbf{D}_1 = \begin{vmatrix} \lambda_1 P_1(\lambda_1 | \lambda_1) & \lambda_1 P_1(\lambda_2 | \lambda_1) \\ \lambda_2 P_1(\lambda_1 | \lambda_2) & \lambda_2 P_1(\lambda_2 | \lambda_2) \end{vmatrix}.$$

2. Выбрать из предложенных ниже априорные финальные вероятности состояний процесса  $\lambda(t)$  для синхронного потока событий.

$$\text{а) } \pi_1 = \frac{\lambda_2 [1 - P_1(\lambda_2 | \lambda_2)]}{\lambda_1 [1 - P_1(\lambda_1 | \lambda_1)] + \lambda_2 [1 - P_1(\lambda_2 | \lambda_2)]},$$

$$\pi_2 = \frac{\lambda_1 [1 - P_1(\lambda_1 | \lambda_1)]}{\lambda_1 [1 - P_1(\lambda_1 | \lambda_1)] + \lambda_2 [1 - P_1(\lambda_2 | \lambda_2)]}.$$

$$\text{б) } \pi_1 = \frac{\alpha_2}{p\lambda_1 + \alpha_2}, \pi_2 = \frac{p\lambda_1}{p\lambda_1 + \alpha_2}.$$

$$\text{в) } \pi_1 = \frac{q\lambda_2}{p\lambda_1 + q\lambda_2}, \pi_2 = \frac{p\lambda_1}{p\lambda_1 + q\lambda_2}.$$

$$\text{г) } \pi_1 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}, \pi_2 = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

Правильные ответы: 1 г), 2 в).

##### Задачи:

Задача 1 (ИПК-1.1).

Вывести дифференциальное уравнение Риккати для апостериорной вероятности первого состояния процесса  $\lambda(t)$  для асинхронного потока событий при полной наблюдаемости потока.

Задача 2 (ИПК-1.2).

Решить систему дифференциальных уравнений для априорных вероятностей состояний полусинхронного потока событий.

Ответы:

$$\text{Задача 1. } \frac{dw(\lambda_1 | t)}{dt} + (\alpha_1 + \alpha_2 + \lambda_1 - \lambda_2)w(\lambda_1 | t) - (\lambda_1 - \lambda_2)w^2(\lambda_1 | t) = \alpha_2.$$

Задача 2.

$$\pi_1(t | t^0) = \frac{\alpha_2}{p\lambda_1 + \alpha_2} - \left( \frac{\alpha_2}{p\lambda_1 + \alpha_2} - \pi \right) e^{-(p\lambda_1 + \alpha_2)(t - t^0)},$$

$$\pi_2(t | t^0) = \frac{p\lambda_1}{p\lambda_1 + \alpha_2} + \left( \frac{\alpha_2}{p\lambda_1 + \alpha_2} - \pi \right) e^{-(p\lambda_1 + \alpha_2)(t - t^0)}.$$

### **Теоретические вопросы:**

1. Этапы построения математических моделей дважды стохастических потоков событий (в частности, МАР-потока событий) (ИПК-1.3).

Ответ должен содержать анализ данных о дважды стохастическом потоке событий и результатов наблюдений за потоком, в частности, функцию распределения длительности интервалов между событиями потока в каждом состоянии; функцию распределения длительности пребывания процесса  $\lambda(t)$  в том или ином состоянии; матрицу инфинитезимальных характеристик процесса  $\lambda(t)$ ; рисунок, представляющий одну из реализаций процесса  $\lambda(t)$  и наблюдаемого потока событий; явный вид априорных финальных вероятностей процесса  $\lambda(t)$ .

2. Условия неполной наблюдаемости потока событий. Мёртвое время. Формирование наблюдаемого потока событий (ИОПК-3.1).

Ответ должен содержать анализ данных о дважды стохастическом потоке событий, функционирующем в условиях непродлевающегося мёртвого времени, и анализ результатов наблюдений в условиях неполной наблюдаемости за потоком: описание условий неполной наблюдаемости потока; определение мёртвого времени; рисунок, на котором показан процесс формирования наблюдаемого потока событий.

3. Почему для оценивания состояний дважды стохастического потока событий выбран критерий максимума апостериорной вероятности (ИПК-1.2)?

Ответ должен содержать анализ результатов наблюдений за потоком событий, в частности, необходима оценка функции вероятности ошибки принятия решения о состоянии потока по моментам наблюдения за потоком для выбранного критерия.

### **Информация о разработчиках**

Нежелская Людмила Алексеевна, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики НИ ТГУ.