

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:

Декан

Л. В. Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

Математическая логика

по направлению подготовки / специальности

01.03.01 Математика, 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки/ специализация:
Современная математика и математическое моделирование
Вычислительная математика и компьютерное моделирование

Форма обучения

Очная

Квалификация

Математик. Преподаватель / Математик. Аналитик / Математик. Исследователь
Математик. Вычислитель / Исследователь в области математики и компьютерных наук

Год приема

2024, 2025

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

Л. В. Гензе

Председатель УМК

Е. А. Тарасов

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук и механики в профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК-1.1 Знает типовые постановки задач математики и механики, классические методы решения, теоретические основы методов и границы их применимости

РООПК-1.2 Способен адаптировать известные математические методы для решения поставленной задачи в области математики и механики

РООПК-1.3 Способен провести решение поставленной задачи в области математики и механики с использованием полученных фундаментальных знаний и получить результат

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– контрольные работы.

Контрольная работа №1 (РООПК-1.1, РООПК-3.3)

Примеры задач:

1. Является ли формула $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \rightarrow \neg Q)$ тавтологией?
2. Упростите формулу $\neg(P \rightarrow \neg Q) \wedge \neg(Q \rightarrow \neg P)$.
3. Привести формулу $\neg(P \vee R) \wedge (P \rightarrow Q)$ к СДНФ.

Ответы:

1. Да. В этом можно убедиться, построив таблицу истинности для данной формулы.
2. $P \wedge Q$.
3. $(\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R)$.

Контрольная работа №2 (РООПК-1.1, РООПК-3.3)

Примеры задач:

1. Найти область истинности двухместного предиката $P(x, y) = \langle y - x^2 = 0 \rangle$, определенного на \mathbf{R}^2 .

2. Является ли один из следующих предикатов, заданных на множестве вещественных чисел, следствием другого: $\langle x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0 \rangle$, $\langle |x - 2| = 1 \rangle$?

3. Привести к пренексной (предваренной) нормальной форме формулу $\forall x [\neg A(x) \rightarrow \exists y (B(y))] \rightarrow (B(z) \rightarrow A(z))$.

Ответы:

1. Точки, лежащие на ветвях параболы $y = x^2$.
2. Первый предикат является следствием второго.
3. $\exists x \forall y [(\neg A(x) \vee \neg B(z) \vee A(z)) \wedge (B(y) \vee \neg B(z) \vee A(z))]$

Результаты контрольных работ определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

Оценка	Критерии соответствия
--------	-----------------------

Отлично	100% заданий выполнено правильно
Хорошо	>70% заданий выполнено правильно
Удовлетворительно	>50% заданий выполнено правильно
Неудовлетворительно	< 50% заданий выполнено правильно

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Зачет в третьем семестре проводится в письменной форме по билетам с устной защитой. Экзаменационный билет состоит из двух частей – одного теоретического вопроса (РООПК-1.1 и РООПК-1.3) и одной задачи, в которой требуется привести формулу логики предикатов к пренексной (предваренной) нормальной форме (РООПК-1.2 и РООПК-1.3).

Продолжительность зачета 1 час.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Высказывания и операции над ними.
2. Формулы алгебры высказываний, их классификация.
3. Равносильность формул алгебры высказываний, основные равносильности.
4. Нормальные формы формул алгебры высказываний.
5. Совершенные нормальные формы.
6. Полные системы логических связей.
7. Логическое следование и его свойства.
8. Предикаты и их классификация.
9. Область истинности предиката.
10. Равносильность и логическое следование предикатов.
11. Операции над предикатами и их свойства.
12. Формулы логики предикатов и их классификация.
13. Равносильность формул логики предикатов.
14. Пренексная (предваренная) нормальная форма в логике предикатов.

Пример задачи

1. Привести к пренексной нормальной форме следующую формулу:
 $(\exists x)(\forall y)[P(x, y)] \rightarrow (\exists x)(\forall y)[Q(x, y)].$

Результаты зачёта определяются оценками «зачтено», «не зачтено»:

Критерии оценивания результатов обучения	
Не зачтено	Зачтено
<p>Студент не может подбирать и обрабатывать литературу по математической логике ни самостоятельно, ни под руководством более опытного математика.</p> <p>Студент не умеет составлять таблицу истинности формулы и её подформул.</p> <p>Студент не умеет приводить формулу алгебры высказываний к СДНФ/СКНФ, а формулу логики предикатов – к ПНФ.</p> <p>Студент не способен записать и доказать</p>	<p>Студент может самостоятельно или под руководством более опытного математика подбирать и обрабатывать литературу по математической логике.</p> <p>Студент умеет составлять таблицу истинности формулы и её подформул.</p> <p>Студент умеет приводить формулы алгебры высказываний к СДНФ/СКНФ, а формулы логики предикатов – к ПНФ (объясняя все этапы преобразования формулы).</p> <p>Студент может записывать и строго доказывать</p>

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Задачи (РООПК 1.1, РООПК 1.2, РООПК 1.3):

1. Ответьте, является ли истинным следующее высказывание, считая, что все переменные пробегает множество вещественных чисел \mathbf{R} :

$$(\forall a)\{[(\exists x)(ax = 6)] \leftrightarrow (a \neq 0)\}$$

2. Найдите множество истинности следующего предиката, заданного над \mathbf{R} :

$$\langle\langle(x_1)^2 + (x_2)^2 = 0\rangle\rangle$$

3. Является ли какой-либо из следующих двух предикатов, заданных на множестве вещественных чисел \mathbf{R} , следствием другого?

$$|x| < 3; \quad x^2 - 3x + 2 = 0$$

- а) Ни один из предикатов не является следствием другого
- б) Второй предикат является следствием первого, но не наоборот
- в) Первый предикат является следствием второго, но не наоборот
- г) Два предиката равносильны, т.е. каждый из них является следствием другого

4. Ответьте, является ли следующее выражение формулой логики предикатов:

$$(\forall x)[P(x) \wedge Q(x)R(x)] \rightarrow (\exists y)[\neg S(x)]$$

Ответы:

- 1. Является
- 2. $\{(0, 0)\}$
- 3. в)
- 4. Не является

Информация о разработчиках

Тимошенко Егор Александрович, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры алгебры

Норбосамбуев Цырендоржи Дашацыренович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры