

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:  
Декан  
Л. В. Гензе

Рабочая программа дисциплины

**Решение многомерных задач математической физики**

по направлению подготовки

**01.04.03 Механика и математическое моделирование**

Направленность (профиль) подготовки :  
**Механика жидкости, газа и нефтегазотранспортных систем**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Магистр**

Год приема  
**2024, 2025**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
А.М. Бубенчиков

Председатель УМК  
Е.А. Тарасов

Томск – 2024

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ПК-1 Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач

ИПК 1.2 Определяет способы практического использования научных (научно-технических) результатов

ИПК 1.3 Осуществляет наставничество в процессе проведения исследований

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Навыки разработки и применения в исследованиях физических, математических и численных моделей в современной математической физике при решении отдельных многомерных задач.

– Знакомство и освоение актуальных прикладных задач в области современной математической физики, способов использования результатов исследований в данной тематике.

– Способность передать основные концепции современной математической физики менее опытным коллегам.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Третий семестр, экзамен

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: математический анализ, дифференциальные уравнения, теоретическая механика.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 з.е., 216 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Блок1:

Тема 1. Модели проницаемости систем из нанопластин.

Тема 2. Потенциалы взаимодействий. Континуальная модель проницаемости наносетчатой структуры.

Тема 3. Модели взаимодействия нанотрубок со свободными молекулами/атомами.  
Тема 4. Модели взаимодействия фуллерита со свободными молекулами/атомами.  
Тема 5. Модель динамики фуллеренов.  
Тема 6. Модели вращения нанотрубки.  
Тема 7. Модель вращения наноторов.  
Тема 8. Модель вращения фуллеренов в абсолютном базисе.

Блок2:

Тема 1. Разделение газов и разделение изотопов одного вещества.  
Тема 2. Одноатомные мембранны.  
Тема 3. Уравнение Шредингера.  
Тема 4. Квантовое просеивание.  
Тема 5. Обзор современной литературы по разделению газов и изотопов.

Блок3:

Тема 1. Сеточные методы численного моделирования. Метод решёточных уравнений Больцмана.  
Тема 2. Математические основы метода решёточных уравнений Больцмана.  
Тема 3. Кинетические уравнения Больцмана.  
Тема 4. Дискретизация по времени и пространству кинетических уравнений Больцмана. Связь макроскопических параметров с функциями распределения.  
Тема 5. Типы решёток. Начальные и граничные условия.  
Тема 6. Обезразмеривание уравнений. Выбор параметров численного моделирования.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, выполнения индивидуальных заданий по каждой теме, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Экзамен в третьем семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из двух частей. Продолжительность экзамена 2 часа.

Первая часть содержит один вопрос, проверяющий ИПК-1.2. Ответ на вопрос первой частидается в развернутой форме.

Вторая часть содержит 1 вопрос, проверяющий ИПК-1.1 и ИПК-1.3 и оформленный в виде практической задачи. Ответ на вопрос второй части предполагает решение индивидуальной задачи и краткую интерпретацию полученных результатов.

Примерный перечень теоретических вопросов:

1. Различные потенциалы межмолекулярного взаимодействия.
2. Силы притяжения и отталкивания. Потенциальная яма.
3. Поверхностные и объемные углеродные кристаллы. Дискретное представление взаимодействия нанообъектов.
4. Континальное представление взаимодействия нанообъектов.
5. Энергия воздействия от бесконечнойmonoатомной нанонити, бесконечной нанотрубки.
6. Континальное представление взаимодействия нанообъектов. Сглаженная энергия поверхностных и объемных кристаллов.
7. Энергия воздействия от сферы, от шара.
8. Кристаллические решетки. Эффективные размеры наночастиц.
9. Проницаемость и селективность мембранны.

10. Теорема о моменте количества движения. Динамические уравнения Эйлера.
11. Кинематические соотношения Эйлера. Матрица поворота
12. Учет магнитных и электрических сил в системе динамических уравнений Эйлера.
13. Вращение нанотрубки в газовой среде. Сила сопротивления среды
14. Интегральный потенциал нанотора. Жидкие кристаллы

Примеры практических задач:

Задача 1. Используя континуальную модель взаимодействия плоского фрагмента листа графена и пробной молекулы газа, найти проницаемость (методом однородного эквивалентного слоя) молекулой углекислого газа мембранны, составленной 3 листами деформированного графена ( $q=14$ ), расположенными перпендикулярно оси  $Oy$ , параллельно друг другу на расстоянии 0,3 нм между соседними. Начальные данные:  $x_0 = 0$  нм,  $y_0 = -5$  нм,  $z_0 = 0$  нм,  $u_0 = 0$  м/с,  $v_0 = 780$  м/с,  $w_0 = 0$  м/с.

Задача 2. Используя континуальную модель взаимодействия бесконечной нанотрубки и пробной молекулы газа, найти проницаемость (методом “стрельбы”) атомом гелия полотна составленного 8 открытыми трубками, радиуса 0,475 нм с осями, параллельными  $Oz$ , расположенными в одной плоскости на расстоянии 1,25 нм друг от друга по 4 в положительном направлении оси  $Ox$  и в отрицательном. Начальные данные:  $x_0 = 0$  нм,  $y_0 = -5$  нм,  $z_0 = 0$  нм,  $u_0 = 0$  м/с,  $v_0 = 1360$  м/с,  $w_0 = 0$  м/с.

Задача 3. Используя дискретную модель взаимодействия сферической частицы и пробной молекулы газа, найти проницаемость (методом “стрельбы”) молекулой метана и атомом гелия фрагмента фуллерита составленного 16 фуллеренами  $C_{60}$ , расположенными в одной плоскости, перпендикулярной оси  $Oy$ , на расстоянии 1 нм между центрами соседних фуллеренов по 4 в ряд, в 4 параллельных оси  $Ox$  ряда. Начальные данные:  $x_0 = 0$  нм,  $y_0 = -5$  нм,  $z_0 = 0$  нм,  $u_0 = 0$  м/с,  $v_0 = 680$  м/с,  $w_0 = 0$  м/с.

При решении практической задачи и ответе на теоретический вопрос оценивается полнота, точность решения заданий, логичность и аргументированность изложения материала, умения использовать в ответе фактический материал. Для выставления оценки рекомендуется использовать следующую таблицу.

Оценка результатов контроля СРС	Критерии соответствия
(отлично)	Дан правильный и развернутый ответ на вопрос или полностью решена практическая задача. Студент четко и логично изложил свой ответ на поставленный вопрос.
(хорошо)	Дан правильный ответ на вопрос, но не все изложено развернуто и логически структурировано. Частично решена практическая задача, верно представлен общий ход решения, незначительные ошибки в ходе решения.
(удовлетворительно)	

	В целом дан правильный ответ на вопрос, но он изложен поверхностно и с нарушением логики изложения. Частично решена практическая задача, имеются значительные ошибки в ходе решения.
(неудовлетворительно)	Ответ представлен очень поверхностно и с нарушением логики изложения. Студент очень плохо владеет основными моделями и концепциями. Допущены существенные терминологические и фактические ошибки.
	Дан неправильный ответ, однозначно неправильный ход решения практической задачи.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Итоговая оценка суммируется из оценок за обе части. Ниже приведена формула расчета итоговой оценки:

$$S = \sum_{i=1}^2 d_i / 2,$$

где  $S$  – итоговая оценка за экзамен,  $d_i$  – баллы за  $i$ -ую часть: «отлично» – 5 баллов, «хорошо» – 4 балла, «удовлетворительно» – 3 балла, «неудовлетворительно» – 2 балла. Итоговая оценка округляется в пользу студента при значении дроби превышающем 0,5.

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «IDo» - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=11436>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

- Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа.- М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
- Андреев В.К., Гапоненко Ю.А., Гончарова О.Н., Пухначев В.В. Современные математические модели конвекции. – М.: Физматлит, 2008. – 368 с.
- Рудяк В.Я. Статистическая аэрогидромеханика гомогенных и гетерогенных сред. Т. 1. Кинетическая теория. Новосибирск: НГАСУ. 2004. 320 с.
- Рыжонков Д.И. Наноматериалы [Электронный ресурс] : учебное пособие / Д.И. Рыжонков, В.В. Лёвина, Э.Л. Дзидзигури. – 3-е изд. (эл.). – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 365 с.
- Томилов Е.Д. Теоретическая механика Ч.1, Ч.2. – Томск, Издательство ТГУ, 1970. – 317с.
- L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Quantum mechanics. Non-relativistic Theory. Vol. 3 of Theoretical Physics (Pergamon press, London, 1965), pp. 60--80.
- Morse, P.M., Feshbach, H.: Methods of Theoretical Physics, Part II: Pt. 2 (Pure and Applied Physics). McGraw-Hill. 1953.
- Kruger T., Kusumaatmaja H., Kuzmin A., Shardt O., Silva G. Viggen E.M. The Lattice Boltzmann Method. Springer International Publishing Switzerland 2017.
- Mohamad A. A. Lattice Boltzmann Method: Springer-Verlag London Ltd., part of Springer Nature 2019.

б) дополнительная литература:

- Гебхарт Б., Джалурия Й., Махаджан Р., Саммакия Б. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен. – М.: Мир, 1991. – Т. 1. – 678 с.
- Andreas W. Hauser, Joshua Schrier, Peter Schwerdtfeger. Helium Tunneling through Nitrogen-Functionalized Graphene Pores: Pressure- and Temperature-Driven Approaches to Isotope Separation // The Journal of Physical Chemistry C 2012, 116, 19. 10819-10827
- Qu, Y., Li, F., Zhou, H. et al.: Highly Efficient Quantum Sieving in Porous Graphene-like Carbon Nitride for Light Isotopes Separation // Scientific Reports. 6, 19952 (2016).
- Alfonso Gijón, José Campos-Martínez, Marta I. Hernández. Wave Packet Calculations of the Quantum Transport of Atoms through Nanoporous Membranes // The Journal of Physical Chemistry C 2017, 121, 19751–19757.
- Kampe de Feriet, J.: Fonctions de la physique mathematique. Paris, Centre National de la Recherche Scientifique. 1957.
- Wolf-Gladrow D.A. Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000.
- Succi S. The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond. Clarendon Press. Oxford, 2001.
- Sukop M.C. Thorne Jr. D.T. Lattice Boltzmann Modeling. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.

в) ресурсы сети Интернет:

- <https://flowvision.ru/> – сайт российского разработчика программных комплексов вычислительной гидродинамики
- <http://www.ansys.com/> – сайт разработчика программных комплексов вычислительной гидродинамики
- <http://www.study.com/> – сайт с обучающими предметными видеоматериалами
- <http://www.openedu.ru/> – сайт обучающих курсов ведущих вузов России
- <http://www.coursera.org/> – сайт обучающих курсов ведущих вузов мира

### 13. Перечень информационных технологий

- а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:
- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
  - публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.) ;
  - средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015;
  - PascalABC.NET
  - математический пакет: PTC Mathcad 15, MatLab
  - пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –  
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –  
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
  - ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
  - ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
  - Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

#### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Компьютерные классы для выполнения лабораторных и практических работ.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

#### **15. Информация о разработчиках**

Гибанов Никита Сергеевич, к.ф.-м.н., доцент, кафедра теоретической механики механико-математического факультета ТГУ

Потеряева Валентина Александровна, старший преподаватель, кафедра теоретической механики механико-математического факультета ТГУ

Челнокова Анна Сергеевна, старший преподаватель кафедра теоретической механики механико-математического факультета ТГУ