

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:
Декан
Л. В. Гензе

Рабочая программа дисциплины

Слайны и вейвлеты сеточных функций

по направлению подготовки

01.04.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки :
Фундаментальная математика

Форма обучения
Очная

Квалификация
Магистр

Год приема
2023, 2024

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
П.А. Крылов

Председатель УМК
Е.А. Тарасов

Томск – 2023

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ПК-1 Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач

2. Задачи освоения дисциплины

1. Овладение понятиями: сплайн-функция, полиномиальный сплайн, рациональный сплайн, локальный сплайн, В-сплайн, глобальный сплайн. Освоение сплайн-технологии восполнения сеточных функций и ее использование в приложениях.
2. Изложение основ нового направления в теории функций – теории вейвлетов (всплесков). Показ перспективности использования этой теории в задачах обработки сигналов, сжатия информации, сглаживания экспериментальных данных, приближенного решения дифференциальных и интегральных уравнений. Обсуждается состояние и направление развития этой тематики в России и в мировой науке

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций)
ОПК-1: - Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.	ИОПК 1.1: - Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.	Имеет навыки работы с профессиональной литературой по численным методам для осуществления профессиональной деятельности. Знает терминологию и методы анализа сеточных функций. Умеет решать задачи математического моделирования теоретического характера в области теории обработки сигналов.
	ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач	Владеет методами анализа сеточных функций, возникающих при математическом моделировании явлений и процессов. Имеет навыки оценки сложности вычислительных алгоритмов.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Первый семестр, зачет с оценкой

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 часов, из которых:

-лекции: 16 ч.

-практические занятия: 16 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Восполнение сеточных функций сплайнами

Введение. Определение сплайна. Построение кубического сплайна через моменты. и наклоны. Сплайн Акима. Параметрические сплайны.

Тема 2. Представление сплайнов через базисные функции с локальным носителем.

Свойства В-сплайнов. Вычисление значений базисных функций. Построение интерполяционного кубического сплайна с использованием базисных функций.

Сглаживающие сплайны. Сглаживающая кривая Безье. Составные В-сплайновые кривые.

Тема 3. Сплайны двух переменных

Билинейные и бикубические сплайны и их свойства.

Триангуляция Делоне и ячейки Вороного. Локальные сплайны на нерегулярной сетке.

Тема 4. Основы вейвлет-анализа сигналов.

Оцифровка аналогового сигнала. Фильтрация и сглаживание сигнала. Вейвлеты и их главные признаки. Базисные функции и кардинальные сплайны.

Тема 5. Ортогональное кратномасштабное разложение.

Вейвлеты Хаара и их свойства

Вычисление коэффициентов аппроксимации и детализации. Примеры.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, контроля выполнения заданий по практике и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

К аттестации допускается студент, выполнивший программу практики по дисциплине.

Зачет с оценкой в первом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит три теоретических вопроса. Продолжительность зачета 1,5 часа.
Примерное содержание билетов

Билет №1

1. Преимущества и недостатки лагранжевой и сплайновой интерполяции.
2. . Параболические сплайны.
3. Вейвлеты Хаара.

Билет №2

1. Билинейные сплайны.
2. Построение кубического сплайна через наклоны.
3. Ряд Фурье.

Билет №3

1. Построение кубического сплайна через моменты.
2. Метод циклической прогонки.
3. Главные признаки вейвлетов.

Билет №4

1. Сглаживающие сплайны, сглаживание сеточных функций.
2. Билинейные сплайны.
3. Кардинальные сплайны.

Билет №5

1. Триангуляция Делоне. Локальные сплайны первой степени на нерегулярной сетке.
2. Построение кубического сплайна через коэффициенты.
3. Масштабирующие функции и их свойства.

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Система критериев при оценивании ответов на вопросы экзамена

Полный, логически обоснованный ответ, изложенный кратко и ясно	отлично
Полный ответ, но имеются не критичные логические несоответствия, при этом форма изложения достаточно ясная и понятная.	хорошо
Ответ не является полным, но изложенная часть логически не противоречива и изложена ясно и понятно.	удовлетворительно
Ответ является неполным (примерно 10%- 20%), изложение логически противоречиво. Допущены существенные терминологические и фактические ошибки.	неудовлетворительно

11. Учебно-методическое обеспечение

- а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «IDo» - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=12424>
- б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.
- в) План практических занятий по дисциплине.

Задание №1. Построить кубический сплайн $S(x)$ через моменты или наклоны для одной из функций $f(x)$, заданных на сетке ω для $N=5,10$. Оценить погрешность интерполяции в центрах интервалов сетки ω .

Функция	Интервал	Тип пополнит условия
$\exp(x)$	$[0, 2]$	I
$\exp(-x)$	$[-1, 1]$	II
$1/(1+25x^2)$	$[-1, 1]$	I
$\sin(x)$	$[0, 2\pi]$	III
$\ln(x)$	$[0.9, 1.9]$	I
$ x $	$[-1, 1]$	I
$\operatorname{tg}(x)$	$[0, \pi/4]$	IV
$\cos(x)$	$[0, \pi/4]$	II
$\ln(x)^2$	$[0.9, 1.9]$	I
$\sin(5x)$	$[0, 1]$	II
$(1-x)/(1+x)$	$[0, 1]$	I

Задание №2. Для функций из задания №1 построить сплайн через В-функции.

Задание №3.

1. Нарисовать кардинальные сплайны $K_m(x)$, $[K_m(x)]'$, $m = 2, 3, 4, 5$
1. Вычислить значения в узлах носителя.
2. Найти максимум и минимум функций.

Задание №4.

1. Выполнить прямое и обратное вейвлет-разложение Хаара для функции

$$\varphi(x) = A \left[\frac{\sin\left(2\pi\left(x + \frac{3}{2}\right)\right) - \sin\left(\pi\left(x + \frac{3}{2}\right)\right)}{\pi\left(x + \frac{3}{2}\right)} \right], x \in [1, 2]; N = 8, h = \frac{b-a}{N}.$$

Глубина разложения $L = \log_2 N = 3$. $A=1, \dots, 10$.

Сеточную функцию глубины разложения 3 определить как среднее арифметическое на каждом интервале.

2. Выдать таблицы коэффициентов аппроксимации и детализации для глубин разложения $j=2, 1, 0$.

3. Нарисовать графики функций для $j=3, 2, 1, 0$.

г) Методические указания по проведению лабораторных работ.

Результат выполнения каждого задания оформляется в виде отчета, который защищает студент.

д) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

Студенты обязаны соблюдать дисциплину, вовремя приходить на занятия, в установленные сроки осуществлять выполнение практических заданий, активно работать на занятиях. Допуск к экзамену осуществляется на основании выполнении всех практических заданий и сдачи собеседования по ним.

Важное место в освоении дисциплины занимает самостоятельная работа студентов, включающая в себя работу с информационными источниками, поиск, анализ и синтез информации, использование и развитие навыков построения математических моделей и решения задач.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Grossman A., Morlet J. Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape // SIAM J. Math. 1984 P. 723–736.
2. Чуи Ч. Введение в вейвлеты. Москва: Мир, 2001. 412 с.
3. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. Москва: РХД, 2001
4. Столниц Э. Вейвлеты в компьютерной графике: Теория и приложения. Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2002. 271 с.
5. Берцун В.Н. Сплаины сеточных функций. Томск: ТМЛ-Пресс, 2007. 136 с.
6. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. Москва: СОЛОН-Р, 2002. 448 с.
7. Polikar R. Введение в вейвлет-преобразование. (Автор перевода В Грибунин)
8. Битюков Ю. И., Платонов Е. Н. Применение вейвлетов для расчета линейных систем управления с сосредоточенными параметрами, *Информ. и её примен.*, 11:4 (2017), с. 94–103
9. Смоленцев Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. Москва: ДМК Пресс, 2014. 628 с.
10. Астафьева Н. М. Вейвлет-анализ : основы теории и примеры применения. УФН.1996. Т.166, №11. с. 1145-1170.
11. Седов А. В., Тришечкин Е. В. Двумерное вейвлет- преобразования в задачах краткосрочного анализа и моделирования нагрузок энергосистем. Вестник южного научного центра РАН. Т.7, №2, 2011, с.15-21.
12. Фрик А. Г. Вейвлет-анализ и иерархические модели турбулентности. ИМСС Уро РАН. Пермь, 1992. 40 с.
13. Демьянович Ю.К., Левина А.В. Вэйвлетные разложения и шифрование // Методы вычислений / Под ред. В.М. Рябова. СПб: Изд-во С.-Петербургского ун-та, 2008. Вып. 22. С. 41-63.
14. Zadeh, Lotfi A., «Fuzzy Logic, Neural Networks, and Soft Computing», Communications of the ACM, March 1994, Vol. 37 No. 3, pages 77—84.
15. [Nazmul Siddique](#), [Hojjat Adeli](#). Computational Intelligence: Synergies of Fuzzy Logic, Neural Networks and Evolutionary Computing John Wiley & Sons, 6 мая 2013 г. - 536с.
16. Камалов А.З. Курс лекций по теории колебаний. Казань: Казанский государственный архитектурно-строительный университет, 2006. 128 с.
17. Рональд Н. Брейсуэлл. Преобразование Фурье. В мире науки, №8, август 1989, с.48-56.
18. Курс лекций «Основы цифровой обработки сигналов».
<https://habr.com/ru/post/460445/>

б) дополнительная литература:

19. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. - Москва: Наука, 1989.-432с.
20. Штарк Г. Г. Применение вейвлетов для ЦОС. Москва: Техносфера, 2007.-192с.
21. Демьянович Ю.К., Ходаковский В.А. Введение в теорию вейвлетов: курс лекций. - СПб.: Изд-во С.-Пб. ун-та, 2007. - 49 с.
22. Квасов Б. И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Использование Matlab и Scilab. Санкт-Петербург: Лань, 2016. 323с.

23. Де Бор К. Практическое руководство по слайдам. Пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1985. — 304 с, ил.
24. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу.: Учебник для университетов и пед. вузов / Под ред. В. А. Садовничего - М.: Высш. шк. 1999. — 695 с.

в) ресурсы сети Интернет:

<https://habr.com/ru/post/460445/>
<http://matlab.exponenta.ru/wavelet/>
[http://www.imageprocessingplace.com/
www.wavelet.org](http://www.imageprocessingplace.com/www.wavelet.org)

ЭБС Лань <http://e.lanbook.com/books>

Открытый университет Интуит.ру <http://intuit.ru>

<http://www.intuit.ru/studies/courses/1012/168/info>

Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система.
<http://www.consultant.ru>

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

в) профессиональные базы данных (*при наличии*):

- <http://e-science.sources.ru/> – портал естественных наук
- Университетская информационная система РОССИЯ – <https://uisrussia.msu.ru/>
- Единая межведомственная информационно-статистическая система (ЕМИСС) – <https://www.fedstat.ru/>

– ...

14. Материально-техническое обеспечение

Оборудование аудиторий для проведения занятий лекционного типа, практических занятий и самостоятельной работы студентов:

314 ауд.

Интерактивный набор (доска InterWrite, экран, 2 проектора EPSON)

16 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:

- операционные системы: Microsoft Windows 10.
- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX+ TeXstudii, Libre Office.
- средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran Compiler 2015 (Parallel Studio), CUDA Toolkit 10.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++, Fortran), Qtcreator, cmake, python3 (anakonda3), Visual Studio Code, R-lang, node.js, Pycharm, free pascal.

- математические пакеты: PTC Mathcad 15, Mathematica 8, Maple 15, Matlab R2015.
- пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer.
- пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit.
- Утилиты для получения удаленного доступа Winscp, Putty, Xming.
- утилиты 7zip, Adobe Acrobat Reader, DjVu Reader, Far manager, Mozilla Firefox, Notepad++.

316 ауд.

Интерактивный набор (доска InterWrite, экран, 2 проектора EPSON)

16 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:

- операционные системы: Microsoft Windows 7
- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX 2.9+Texmaker+TeXstudio, Libre Office.
- средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran Compiler 2015, CUDA Toolkit 9.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++, Fortran), PGI fortran.
- математические пакеты: PTC Mathcad 15, Maple 15, Matlab R2015; Statistica 10, Mathematica 8
- пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer.
- пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit.
- Утилиты для получения удаленного доступа Winscp, Putty, Xming.
- утилиты 7zip, Adobe Acrobat Reader, DjVu Reader, Far manager, Mozilla Firefox, Notepad++.

319 ауд.

Интерактивный набор (доска Smart с проектором, экран и проектор EPSON)

13 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:

- операционные системы: Microsoft Windows 7
- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX 2.9;
- средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran Compiler 2015, CUDA Toolkit 9.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++, Fortran), python3 (anakonda3).
- математические пакеты: PTC Mathcad 15, Maple 15, Matlab R2015.
- пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer.
- пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit.
- утилиты для получения удаленного доступа Winscp, Putty, Xming

15. Информация о разработчиках

Берцун Владимир Николаевич, к.ф.-м.н., доцент, ТГУ, доцент.