

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:

Декан
Л.В.Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

Аналитическая геометрия

по направлению подготовки/специальности

01.03.01 Математика

02.03.01 Математика и компьютерные науки

01.03.03 Механика и математическое моделирование

Направленность (профиль) подготовки/специализация

Современная математика и математическое моделирование

Вычислительная математика и компьютерное моделирование

Теоретическая, вычислительная и экспериментальная механика

Форма обучения

Очная

Квалификация

Математик. Преподаватель / Математик. Аналитик / Математик. Исследователь
Математик. Преподаватель / Математик. Вычислитель / Исследователь в области
математики и компьютерных наук

Год приема

2025

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП
Л.В.Гензе

Председатель УМК

Е.А.Тарасов

Томск – 2024

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

РООПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин

РООПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– контрольная работа;

Контрольная работа состоит из 3-4 задач.

Примеры задач:

1. Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{3,5,7\}$, $\vec{b} = \{-2,6,1\}$.
2. Вычислить векторное произведение векторов $\vec{a} = \{3,0,-6\}$, $\vec{b} = \{2,-4,0\}$.
3. Вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a} = \{8,4,1\}$, $\vec{b} = \{2,-2,1\}$, $\vec{c} = \{2,5,4\}$.
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $(2,5)$ и параллельной вектору $\{5,4\}$.
5. Через точку $(7,4)$ провести прямую, параллельную прямой $3x - 2y + 4 = 0$.
6. Установить, какие из следующих пар прямых будут взаимно перпендикулярны
 - а) $x - 2y + 3 = 0$, $2x + y - 5 = 0$.
 - б) $2x + 3y - 6 = 0$, $2x - 3y + 4 = 0$.
7. Дан эллипс $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$. Найти его эксцентриситет.
8. Определить фокусы эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.
9. Определить фокусы гиперболы $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1$.
10. На параболе $y^2 = 8x$ найти точку, фокальный радиус которой равен 20.
11. Найти координаты фокуса параболы $y^2 = 8x$.
12. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(2,3,1)$, $M_2(3,1,4)$, $M_3(2,1,5)$.

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1,2,3)$ и параллельной плоскости $x - 3y + 2z - 7 = 0$.
14. Найти косинусы углов между двумя плоскостями $x - 5y + 2z - 3 = 0$, $x - 7z + 2 = 0$.
15. Определить расстояние от точки $A(1,-1,0)$ до плоскости $2x - y + 2z - 10 = 0$.
16. Составить уравнение прямой по двум точкам $M_1(1,-3,2)$, $M_2(2,-1,0)$.
17. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = 4 + t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ и плоскости $3x - y + 2z - 5 = 0$.
18. Определить какие из следующих пар точек лежат на одной прямой
- а) $A(1,2,3)$, $B(5,-7,2)$, $C(3,-5,4)$.
- б) $A(3,-1,0)$, $B(-1,5,2)$, $C(1,2,1)$.

Ответы к задачам:

1. 31.
2. $\{-24, -12, -12\}$.
3. -114.
4. $4x - 5y + 17 = 0$.
5. $3x - 2y - 13 = 0$.
6. а)
7. $\frac{2}{3}$.
8. $F_1(-3,0)$, $F_2(3,0)$.
9. $F_1(-13,0)$, $F_2(13,0)$.
10. $(16, \pm 8\sqrt{2})$.
11. $(2,0)$.
12. $x + 2y + z - 0 = 0$.
13. $x - 3y + 2z - 1 = 0$.
14. $\frac{13}{50}$, $-\frac{13}{50}$.
15. $\frac{7}{3}$.
16. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{-2}$.
17. $(2,3,1)$.
18. б)

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «зачёт», «незачёт».

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Экзаменационный билет состоит из трех частей.

Первая часть, вторая часть содержит один вопрос, проверяющий ИОПК-1.2. Ответ на вопрос дается в развернутой форме.

Третья часть содержит вопрос, проверяющий ИПК-1.3 и оформлен в виде практической задачи. Ответ на вопрос третьей части предполагает решение задачи и краткую интерпретацию полученных результатов.

Перечень теоретических вопросов:

1. Свободный вектор как класс эквивалентности. Линейные операции над векторами.
2. Линейная зависимость векторов. Теоремы о линейной зависимости.
3. Геометрический смысл линейной зависимости.
4. Базис и координаты вектора. Единственность координат вектора в данном базисе.
5. Проекция вектора на ось. Связь со скалярным произведением векторов.
6. Скалярное произведение векторов и его свойства.
7. Векторное произведение и его свойства.
8. Смешанное и двойное векторное произведение.
9. Аффинная система координат. Формулы перехода от одной аффинной системы координат к другой.
10. Формулы преобразования декартовых координат на плоскости.
11. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении.
12. Способы задания линии на плоскости. Алгебраические линии.
13. Прямая на плоскости как алгебраическая линия первого порядка.
14. Исследование общего уравнения. Другие способы задания.
15. Нормальное уравнение прямой.
16. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
17. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.
18. Пучок прямых на плоскости.
19. Уравнение окружности.
20. Эллипс. Каноническое уравнение, фокальные радиусы.
21. Эллипс. Эксцентриситет. Директивное свойство.
22. Гипербола. Каноническое уравнение.
23. Гипербола. Эксцентриситет. Директивное свойство.
24. Асимптоты гиперболы.
25. Парабола. Каноническое уравнение.
26. Способы задания поверхности и линии в пространстве.
27. Плоскость как алгебраическая поверхность 1-го порядка.
28. Исследование общего уравнения плоскости.
29. Уравнение плоскости с двумя направленными векторами.
30. Нормальное уравнение плоскости.
31. Расстояние от точки до плоскости.
32. Пучок и связка плоскостей.
33. Задание прямой в пространстве.
34. Нахождение расстояния от точки до прямой в пространстве.
35. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.
36. Угол между прямыми и между прямой и плоскостью.
37. Уравнение сферы.
38. Каноническое уравнение эллипсоида.
39. Канонические уравнения гиперболоидов.
40. Канонические уравнения параболоидов.
41. Коническая поверхность.
42. Цилиндрические поверхности.
43. Дважды линейные поверхности.
44. Аффинное n -мерное пространство.
45. Плоскости многомерного аффинного пространства. Определение, параметрическое задание.
46. Задание плоскости многомерного аффинного пространства с помощью системы линейных уравнений.
47. Взаимное расположение двух плоскостей многомерного аффинного пространства.
- Примеры.
48. Линейная и билинейная форма.
49. Квадратичная форма. Симметричность ее матрицы. Канонический вид.
50. Скалярное произведение. Евклидово пространство.
51. Гиперповерхность 2-го порядка в аффинном пространстве. Изменение уравнения при переносе начала координат.
52. Центр гиперповерхности 2-го порядка.
53. Пересечение гиперповерхности 2-го порядка с прямой. Геометрическая интерпретация возможных случаев.
54. Касательная прямая, касательная плоскость гиперповерхности 2-го порядка.
55. Особые точки. Вырождающиеся гиперповерхности 2-го порядка. Примеры.
56. Асимптоты, асимптотические направления, асимптоты кривых 2-го порядка.

57. Сопряженные направления, диаметральные плоскости гиперповерхности 2-го порядка.
58. Особые направления гиперповерхности 2-го порядка. Характеристическое свойство. Связь с асимптотическими направлениями.
59. Аффинная классификация гиперповерхностей 2-го порядка.
60. Главные направления гиперповерхности 2-го порядка.
61. Основные метрические инварианты гиперповерхности 2-го порядка.
62. Приведение к каноническому виду при помощи инвариантов уравнений кривых 2-го порядка с единственным центром.
63. Приведение к каноническому виду при помощи инвариантов уравнений кривых 2-го порядка параболического типа.
64. Метрическая классификация кривых 2-го порядка.

Примеры задач:

1. Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{3, 5, 7\}$, $\vec{b} = \{-2, 6, 1\}$.
2. Вычислить векторное произведение векторов $\vec{a} = \{3, 0, -6\}$, $\vec{b} = \{2, -4, 0\}$.
3. Вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a} = \{8, 4, 1\}$, $\vec{b} = \{2, -2, 1\}$, $\vec{c} = \{2, 5, 4\}$.
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $(2, 5)$ и параллельной вектору $\{5, 4\}$.
5. Через точку $(7, 4)$ провести прямую, параллельную прямой $3x - 2y + 4 = 0$.
6. Установить, какие из следующих пар прямых будут взаимно перпендикулярны
 - а) $x - 2y + 3 = 0$, $2x + y - 5 = 0$.
 - б) $2x + 3y - 6 = 0$, $2x - 3y + 4 = 0$.
7. Дан эллипс $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$. Найти его эксцентриситет.
8. Определить фокусы эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.
9. Определить фокусы гиперболы $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1$.
10. На параболе $y^2 = 8x$ найти точку, фокальный радиус которой равен 20.
11. Найти координаты фокуса параболы $y^2 = 8x$.
12. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(2, 3, 1)$, $M_2(3, 1, 4)$, $M_3(2, 1, 5)$.
13. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1, 2, 3)$ и параллельной плоскости $x - 3y + 2z - 7 = 0$.
14. Найти косинусы углов между двумя плоскостями $x - 5y + 2z - 3 = 0$, $x - 7z + 2 = 0$.
15. Определить расстояние от точки $A(1, -1, 0)$ до плоскости $2x - y + 2z - 10 = 0$.
16. Составить уравнение прямой по двум точкам $M_1(1, -3, 2)$, $M_2(2, -1, 0)$.
17. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = 4 + t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ и плоскости $3x - y + 2z - 5 = 0$.
18. Определить какие из следующих пар точек лежат на одной прямой
 - а) $A(1, 2, 3)$, $B(5, -7, 2)$, $C(3, -5, 4)$.
 - б) $A(3, -1, 0)$, $B(-1, 5, 2)$, $C(1, 2, 1)$.

Ответы к задачам:

1. 31.
2. $\{-24, -12, -12\}$.
3. -114.

4. $4x - 5y + 17 = 0$.
5. $3x - 2y - 13 = 0$.
6. а)
7. $\frac{2}{3}$.
8. $F_1(-3,0), F_2(3,0)$.
9. $F_1(-13,0), F_2(13,0)$.
10. $(16, \pm 8\sqrt{2})$.
11. $(2,0)$.
12. $x + 2y + z - 0 = 0$.
13. $x - 3y + 2z - 1 = 0$.
14. $\frac{13}{50}, -\frac{13}{50}$.
15. $\frac{7}{3}$.
16. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{-2}$.
17. $(2,3,1)$.
18. б)

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны развернутые ответы на все теоретические вопросы и задача решена без ошибок. Оценка «хорошо» выставляется, если ответы на теоретические вопросы не полные или один освещен в полной мере, а ответ на второй вопрос отсутствует, задача решена без ошибок или развернутые ответы на все теоретические вопросы, но задача не решена. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если оба теоретических вопроса развернуты очень слабо, но решена задача или нет ответа на теоретический вопрос и не решена задача. Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если нет ответа на все вопросы.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Примеры задач(ИПК-1.3):

1. Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{3,5,7\}$, $\vec{b} = \{-2,6,1\}$.
2. Вычислить векторное произведение векторов $\vec{a} = \{3,0,-6\}$, $\vec{b} = \{2,-4,0\}$.
3. Вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a} = \{8,4,1\}$, $\vec{b} = \{2,-2,1\}$, $\vec{c} = \{2,5,4\}$.
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $(2,5)$ и параллельной вектору $\{5,4\}$.
5. Через точку $(7,4)$ провести прямую, параллельную прямой $3x - 2y + 4 = 0$.
6. Установить, какие из следующих пар прямых будут взаимно перпендикулярны
 - а) $x - 2y + 3 = 0$, $2x + y - 5 = 0$.
 - б) $2x + 3y - 6 = 0$, $2x - 3y + 4 = 0$.
7. Дан эллипс $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$. Найти его эксцентриситет.

8. Определить фокусы эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.
9. Определить фокусы гиперболы $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1$.
10. На параболе $y^2 = 8x$ найти точку, фокальный радиус которой равен 20.
11. Найти координаты фокуса параболы $y^2 = 8x$.
12. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(2,3,1)$, $M_2(3,1,4)$, $M_3(2,1,5)$.
13. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1,2,3)$ и параллельной плоскости $x - 3y + 2z - 7 = 0$.
14. Найти косинусы углов между двумя плоскостями $x - 5y + 2z - 3 = 0$, $x - 7z + 2 = 0$.
15. Определить расстояние от точки $A(1, -1, 0)$ до плоскости $2x - y + 2z - 10 = 0$.
16. Составить уравнение прямой по двум точкам $M_1(1, -3, 2)$, $M_2(2, -1, 0)$.
17. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = 4 + t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ и плоскости $3x - y + 2z - 5 = 0$.
18. Определить какие из следующих пар точек лежат на одной прямой
 - а) $A(1, 2, 3)$, $B(5, -7, 2)$, $C(3, -5, 4)$.
 - б) $A(3, -1, 0)$, $B(-1, 5, 2)$, $C(1, 2, 1)$.

Ответы к задачам:

1. 31.
2. $\{-24, -12, -12\}$.
3. -114.
4. $4x - 5y + 17 = 0$.
5. $3x - 2y - 13 = 0$.
6. а)
7. $\frac{2}{3}$.
8. $F_1(-3, 0)$, $F_2(3, 0)$.
9. $F_1(-13, 0)$, $F_2(13, 0)$.
10. $(16, \pm 8\sqrt{2})$.
11. $(2, 0)$.
12. $x + 2y + z - 0 = 0$.
13. $x - 3y + 2z - 1 = 0$.
14. $\frac{13}{50}$, $-\frac{13}{50}$.
15. $\frac{7}{3}$.
16. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{-2}$.
17. $(2, 3, 1)$.
18. б)

Теоретические вопросы:

1. Свободный вектор как класс эквивалентности. Линейные операции над векторами.

2. Линейная зависимость векторов. Теоремы о линейной зависимости.
3. Геометрический смысл линейной зависимости.
4. Базис и координаты вектора. Единственность координат вектора в данном базисе.
5. Проекция вектора на ось. Связь со скалярным произведением векторов.
6. Скалярное произведение векторов и его свойства.
7. Векторное произведение и его свойства.
8. Смешанное и двойное векторное произведение.
9. Аффинная система координат. Формулы перехода от одной аффинной системы координат к другой.
10. Формулы преобразования декартовых координат на плоскости.
11. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении.
12. Способы задания линии на плоскости. Алгебраические линии.
13. Прямая на плоскости как алгебраическая линия первого порядка.
14. Исследование общего уравнения. Другие способы задания.
15. Нормальное уравнение прямой.
16. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
17. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.
18. Пучок прямых на плоскости.
19. Уравнение окружности.
20. Эллипс. Каноническое уравнение, фокальные радиусы.
21. Эллипс. Эксцентриситет. Директивное свойство.
22. Гипербола. Каноническое уравнение.
23. Гипербола. Эксцентриситет. Директивное свойство.
24. Асимптоты гиперболы.
25. Парабола. Каноническое уравнение.
26. Способы задания поверхности и линии в пространстве.
27. Плоскость как алгебраическая поверхность 1-го порядка.
28. Исследование общего уравнения плоскости.
29. Уравнение плоскости с двумя направленными векторами.
30. Нормальное уравнение плоскости.
31. Расстояние от точки до плоскости.
32. Пучок и связка плоскостей.
33. Задание прямой в пространстве.
34. Нахождение расстояния от точки до прямой в пространстве.
35. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.
36. Угол между прямыми и между прямой и плоскостью.
37. Уравнение сферы.
38. Каноническое уравнение эллипсоида.
39. Канонические уравнения гиперболоидов.
40. Канонические уравнения параболоидов.
41. Коническая поверхность.
42. Цилиндрические поверхности.
43. Дважды линейные поверхности.
44. Аффинное n -мерное пространство.
45. Плоскости многомерного аффинного пространства. Определение, параметрическое задание.
46. Задание плоскости многомерного аффинного пространства с помощью системы линейных уравнений.
47. Взаимное расположение двух плоскостей многомерного аффинного пространства.
- Примеры.
48. Линейная и билинейная форма.
49. Квадратичная форма. Симметричность ее матрицы. Канонический вид.
50. Скалярное произведение. Евклидово пространство.
51. Гиперповерхность 2-го порядка в аффинном пространстве. Изменение уравнения при переносе начала координат.
52. Центр гиперповерхности 2-го порядка.
53. Пересечение гиперповерхности 2-го порядка с прямой. Геометрическая интерпретация возможных случаев.
54. Касательная прямая, касательная плоскость гиперповерхности 2-го порядка.
55. Особые точки. Вырождающиеся гиперповерхности 2-го порядка. Примеры.
56. Асимптоты, асимптотические направления, асимптоты кривых 2-го порядка.

57. Сопряженные направления, диаметральные плоскости гиперповерхности 2-го порядка.
58. Особые направления гиперповерхности 2-го порядка. Характеристическое свойство. Связь с асимптотическими направлениями.
59. Аффинная классификация гиперповерхностей 2-го порядка.
60. Главные направления гиперповерхности 2-го порядка.
61. Основные метрические инварианты гиперповерхности 2-го порядка.
62. Приведение к каноническому виду при помощи инвариантов уравнений кривых 2-го порядка с единственным центром.
63. Приведение к каноническому виду при помощи инвариантов уравнений кривых 2-го порядка параболического типа.
64. Метрическая классификация кривых 2-го порядка.

Информация о разработчиках

Корякина Елена Евгеньевна, к.ф.-м.н., доцент, ТГУ, ММФ, доцент