

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:  
Декан ММФ  
Л. В. Гензе

Рабочая программа дисциплины

**Кольца и модули**

по направлению подготовки

**01.04.01 Математика**

Направленность (профиль) подготовки :  
**Фундаментальная математика**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Магистр**

Год приема  
**2023, 2024**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
П. А. Крылов

Председатель УМК  
Е. А. Тарасов

Томск – 2023

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ПК-1 Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Освоить аппарат теории колец и модулей.

– Научиться применять понятийный аппарат теории колец и модулей для решения практических задач профессиональной деятельности.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Второй семестр, экзамен

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: Математическая логика, Алгебра, Теория чисел, Теория колец.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 з.е., 216 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Первичные понятия теории модулей.

Определение модуля, подмодули, фактор-модули. Гомоморфизмы и эндоморфизмы модулей. Прямые суммы и произведения. Теоремы об изоморфизмах.

Тема 2. Некоторые важные классы модулей.

Простые и полупростые модули. Конечно порожденные модули, артиновы и нётеровы модули и кольца. Проективные и свободные модули. Инъективные модули. Лемма Бэра. Инъективные оболочки.

Тема 3. Классическая теория ассоциативных колец.  
Обратимые и нильпотентные элементы. Ниль-радикал и первичный радикал.  
Радикал Джекобсона. Локальные кольца. Теоремы Веддербарна-Артина-Молина.

### **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения самостоятельных работ, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

### **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Экзамен во втором семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Вопрос 1. Теоремы об изоморфизмах.
2. Вопрос 2. Инъективные модули.
3. Вопрос 3. Теоремы Веддербарна-Артина-Молина.

Примеры задач:

1. Задача 1.

Дано отображение  $f$  модулей.

Требуется проверить, что  $f$  является гомоморфизмом.

2. Задача 2.

Дан модуль  $M$ .

Требуется найти инъективную оболочку модуля  $M$ .

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

### **11. Учебно-методическое обеспечение**

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «LMS IDo» - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=25417>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине: в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

в) План практических занятий по дисциплине.

г) Набор задач и заданий для аудиторной и домашней работы.

### **12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет**

а) основная литература:

- 1) Ламбек И. Кольца и модули. Мир, 1971.
- 2) Каш Ф. Модули и кольца. Мир. 1981.
- 3) Фейс К. Алгебра: кольца, модули и категории. Т.1. Мир. 1974.
- 4) Фейс К. Алгебра: кольца, модули и категории. Т.2. Мир. 1977.

б) дополнительная литература:

- 1). Крылов П.А., Туганбаев А.А., Чехлов А.Р. Упражнения по группам, кольцам и полям. М.: ФЛИНТА. 2012.
- 2). Туганбаев А.А. Теория колец. Арифметические модули и кольца. М.: МЦНМО, 2009.
- 3) Маклейн С . Гомология. Мир, 1966.
- 4) Крылов П.А., Михалев А.В., Туганбаев А.А. Абелевы группы и их кольца эндоморфизмов. М.: Факториал Пресс, 2006.
- 5) Ван дер Вандер Б.Л. Алгебра. Наука. 1979.
- 6) Пунинский Г.Е., Туганбаев А.А. Кольца и модули. Изд-во Союз. 1998.
- 7) Крылов П.А., Туганбаев А.А. Модули над областями дискретного нормирования. М.: Факториал Пресс, 2007.
- 8) Джекобсон Н. Структура колец. Изд-во Иностранная литература. 1961.
- 9) Бурбаки Н. Коммутативная алгебра. Мир. 1971.

в) ресурсы сети Интернет:  
 Журнал «Вестник ТГУ. Математика и механика» Сайт:  
<http://journals.tsu.ru/mathematics/>  
 – открытые онлайн-курсы [ru.bmstu.wiki/Теория\\_колец](http://ru.bmstu.wiki/Теория_колец)

### 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:  
 – Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook).

б) информационные справочные системы:  
 – Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –  
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>  
 – Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –  
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>  
 – ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>  
 – ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

### 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешанном формате («Актру»).

### 5. Информация о разработчиках

Крылов Пётр Андреевич, доктор физико-математических наук, профессор. Томский государственный университет, профессор кафедры алгебры.