

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан

Л. В. Гензе

Рабочая программа дисциплины

Аналитическая геометрия

по направлению подготовки/специальности

01.03.01 Математика

02.03.01 Математика и компьютерные науки

01.03.03 Механика и математическое моделирование

Направленность (профиль) подготовки/специализация

Современная математика и математическое моделирование

Вычислительная математика и компьютерное моделирование

Теоретическая, вычислительная и экспериментальная механика

Форма обучения

Очная

Квалификация

Математик. Преподаватель / Математик. Аналитик / Математик. Исследователь

Математик. Преподаватель / Математик. Вычислитель / Исследователь в области

математики и компьютерных наук

Механик. / Механик. Исследователь

Год приема

2025

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

Л.В. Гензе

Председатель УМК

Е.А. Тарасов

Томск – 2024

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

РООПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин

РООПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

2. Задачи освоения дисциплины

– Ознакомление студентов с важным разделом геометрии, в котором существенно используются многие основные понятия и теоремы математического анализа, линейной алгебры, тензорного анализа, теории поля.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Первый семестр, зачет. Второй семестр, экзамен

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Линейная алгебра».

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 з.е., 288 часов, из которых:

-лекции: 56 ч.

-практические занятия: 56 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Векторная алгебра.

Линейные операции над векторами. Скалярное произведение и его свойства. Векторное произведение и его свойства. Смешанное и двойное векторное произведение.

Тема 2. Аналитическая геометрия на плоскости

Уравнение прямой на плоскости. Параллельность, перпендикулярность, углы между прямыми. Пучок прямых. Расстояние от точки до прямой. Эллипс, эксцентриситет, директрисы. Фокальные радиусы и директориальное свойство эллипса. Гипербола, эксцентриситет, директрисы, асимптоты гиперболы. Фокальные радиусы и директориальное свойство гиперболы. Парабола. Фокальные радиусы и директориальное свойство параболы.

Тема 3. Аналитическая геометрия в пространстве

Уравнение плоскости. Параллельность, перпендикулярность, углы между плоскостями. Пучок и связка плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве, способы задания. Углы между прямыми, углы между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды. Линейные поверхности, общее уравнение. Прямолинейные образующие дважды-линейных поверхностей. Коническая поверхность. Цилиндрическая поверхность.

Тема 4. Многомерная аффинная геометрия

Понятие аффинного пространства. Взаимное расположение k -мерных плоскостей. Аффинные преобразования. Гиперповерхности второго порядка. Особые точки, особые направления, сопряженные направления, диаметральные плоскости.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, выполнения домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет в первом семестре проводится в письменной форме по задачам. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Экзамен во втором семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Структура экзамена должна соответствовать компетентностной структуре дисциплины. При описании системы оценивания итогового контроля по дисциплине необходимо продемонстрировать достижение всех запланированных индикаторов – результатов обучения.

Первая часть содержит один вопрос, проверяющий РООПК 1.1. Ответ на вопрос первой части дается в развернутой форме.

Вторая часть содержит один вопрос, проверяющий РООПК 1.3. Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме.

Третья часть содержит 1 вопрос, проверяющих РООПК 1.2 и оформлен в виде практических задач. Ответ на вопрос третьей части предполагает решение задачи и краткую интерпретацию полученных результатов.

Примерный перечень теоретических вопросов:

1. Свободный вектор как класс эквивалентности. Линейные операции над векторами.
2. Линейная зависимость векторов. Теоремы о линейной зависимости.
3. Геометрический смысл линейной зависимости.
4. Базис и координаты вектора. Единственность координат вектора в данном базисе.
5. Проекция вектора на ось. Связь со скалярным произведением векторов.
6. Скалярное произведение векторов и его свойства.
7. Векторное произведение и его свойства.
8. Смешанное и двойное векторное произведение.
9. Аффинная система координат. Формулы перехода от одной аффинной системы координат к другой.
10. Формулы преобразования декартовых координат на плоскости.
11. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении.
12. Способы задания линии на плоскости. Алгебраические линии.

13. Прямая на плоскости как алгебраическая линия первого порядка.
14. Исследование общего уравнения. Другие способы задания.
15. Нормальное уравнение прямой.
16. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
17. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.
18. Пучок прямых на плоскости.
19. Уравнение окружности.
20. Эллипс. Каноническое уравнение, фокальные радиусы.
21. Эллипс. Эксцентриситет. Директивное свойство.
22. Гипербола. Каноническое уравнение.
23. Гипербола. Эксцентриситет. Директивное свойство.
24. Асимптоты гиперболы.
25. Парабола. Каноническое уравнение.
26. Способы задания поверхности и линии в пространстве.
27. Плоскость как алгебраическая поверхность 1-го порядка.
28. Исследование общего уравнения плоскости.
29. Уравнение плоскости с двумя направленными векторами.
30. Нормальное уравнение плоскости.
31. Расстояние от точки до плоскости.
32. Пучок и связка плоскостей.
33. Задание прямой в пространстве.
34. Нахождение расстояния от точки до прямой в пространстве.
35. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.
36. Угол между прямыми и между прямой и плоскостью.
37. Уравнение сферы.
38. Каноническое уравнение эллипсоида.
39. Канонические уравнения гиперболоидов.
40. Канонические уравнения параболоидов.
41. Коническая поверхность.
42. Цилиндрические поверхности.
43. Дважды линейные поверхности.
44. Аффинное n -мерное пространство.
45. Плоскости многомерного аффинного пространства. Определение, параметрическое задание.
46. Задание плоскости многомерного аффинного пространства с помощью системы линейных уравнений.
47. Взаимное расположение двух плоскостей многомерного аффинного пространства. Примеры.
48. Линейная и билинейная форма.
49. Квадратичная форма. Симметричность ее матрицы. Канонический вид.
50. Скалярное произведение. Евклидово пространство.
51. Гиперповерхность 2-го порядка в аффинном пространстве. Изменение уравнения при переносе начала координат.
52. Центр гиперповерхности 2-го порядка.
53. Пересечение гиперповерхности 2-го порядка с прямой. Геометрическая интерпретация возможных случаев.
54. Касательная прямая, касательная плоскость гиперповерхности 2-го порядка.
55. Особые точки. Вырождающиеся гиперповерхности 2-го порядка. Примеры.
56. Асимптоты, асимптотические направления, асимптоты кривых 2-го порядка.
57. Сопряженные направления, диаметральные плоскости гиперповерхности 2-го порядка.
58. Особые направления гиперповерхности 2-го порядка. Характеристическое свойство. Связь с асимптотическими направлениями.
59. Аффинная классификация гиперповерхностей 2-го порядка.
60. Главные направления гиперповерхности 2-го порядка.
61. Основные метрические инварианты гиперповерхности 2-го порядка.
62. Приведение к каноническому виду при помощи инвариантов уравнений кривых 2-го порядка с единственным центром.
63. Приведение к каноническому виду при помощи инвариантов уравнений кривых 2-го порядка параболического типа.
64. Метрическая классификация кривых 2-го порядка.

Примеры задач:

1. Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{3, 5, 7\}$, $\vec{b} = \{-2, 6, 1\}$.
2. Вычислить векторное произведение векторов $\vec{a} = \{3, 0, -6\}$, $\vec{b} = \{2, -4, 0\}$.
3. Вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a} = \{8, 4, 1\}$, $\vec{b} = \{2, -2, 1\}$, $\vec{c} = \{2, 5, 4\}$.
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $(2, 5)$ и параллельной вектору $\{5, 4\}$.
5. Через точку $(7, 4)$ провести прямую, параллельную прямой $3x - 2y + 4 = 0$.
6. Установить, какие из следующих пар прямых будут взаимно перпендикулярны
 - а) $x - 2y + 3 = 0$, $2x + y - 5 = 0$.
 - б) $2x + 3y - 6 = 0$, $2x - 3y + 4 = 0$.
7. Дан эллипс $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$. Найти его эксцентриситет.
8. Определить фокусы эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.
9. Определить фокусы гиперболы $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1$.
10. На параболе $y^2 = 8x$ найти точку, фокальный радиус которой равен 20.
11. Найти координаты фокуса параболы $y^2 = 8x$.
12. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(2, 3, 1)$, $M_2(3, 1, 4)$, $M_3(2, 1, 5)$.
13. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1, 2, 3)$ и параллельной плоскости $x - 3y + 2z - 7 = 0$.
14. Найти косинусы углов между двумя плоскостями $x - 5y + 2z - 3 = 0$, $x - 7z + 2 = 0$.
15. Определить расстояние от точки $A(1, -1, 0)$ до плоскости $2x - y + 2z - 10 = 0$.
16. Составить уравнение прямой по двум точкам $M_1(1, -3, 2)$, $M_2(2, -1, 0)$.
17. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = 4 + t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ и плоскости $3x - y + 2z - 5 = 0$.
18. Определить какие из следующих пар точек лежат на одной прямой
 - а) $A(1, 2, 3)$, $B(5, -7, 2)$, $C(3, -5, 4)$.
 - б) $A(3, -1, 0)$, $B(-1, 5, 2)$, $C(1, 2, 1)$.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «IDo»

1й семестр - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=5557>

2й семестр - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=5556>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине.

Линейные операции над векторами. Базис и координаты вектора. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение и его свойства. Смешанное и двойное векторное произведение. Формулы преобразования декартовых координат на плоскости. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Способы задания линии на плоскости. Алгебраические линии. Прямая на плоскости как

алгебраическая линия первого порядка. Исследование общего уравнения. Другие способы задания. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости. Пучок прямых на плоскости. Уравнение окружности. Эллипс. Каноническое уравнение, фокальные радиусы. Эллипс. Эксцентриситет. Директивное свойство. Гипербола. Каноническое уравнение. Гипербола. Эксцентриситет. Директивное свойство. Асимптоты гиперболы. Парабола. Каноническое уравнение. Уравнение плоскости с двумя направленными векторами. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Пучок и связка плоскостей. Задание прямой в пространстве. Нахождение расстояния от точки до прямой в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. Угол между прямыми и между прямой и плоскостью. Уравнение сферы. Каноническое уравнение эллипсоида. Канонические уравнения гиперболоидов. Канонические уравнения параболоидов. Коническая поверхность. Цилиндрические поверхности. Дважды линейные поверхности. Плоскости многомерного аффинного пространства. Определение, параметрическое задание. Задание плоскости многомерного аффинного пространства с помощью системы линейных уравнений. Взаимное расположение двух плоскостей многомерного аффинного пространства. Скалярное произведение. Евклидово пространство. Гиперповерхность 2-го порядка в аффинном пространстве. Изменение уравнения при переносе начала координат. Центр гиперповерхности 2-го порядка. Пересечение гиперповерхности 2-го порядка с прямой. Геометрическая интерпретация возможных случаев. Касательная прямая, касательная плоскость гиперповерхности 2-го порядка. Особые точки. Вырождающиеся гиперповерхности 2-го порядка. Асимптоты, асимптотические направления, асимптоты кривых 2-го порядка. Сопряженные направления, диаметральные плоскости гиперповерхности 2-го порядка. Особые направления гиперповерхности 2-го порядка. Характеристическое свойство. Связь с асимптотическими направлениями. Аффинная классификация гиперповерхностей 2-го порядка. Главные направления гиперповерхности 2-го порядка. Основные метрические инварианты гиперповерхности 2-го порядка. Приведение к каноническому виду при помощи инвариантов уравнений кривых 2-го порядка с единственным центром. Приведение к каноническому виду при помощи инвариантов уравнений кривых 2-го порядка параболического типа. Метрическая классификация кривых 2-го порядка.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Изд-во «Лань», 2015. 448 с.
2. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. М.: Изд-во «Лань», 2016. 912 с.
3. Постников М.М. Аналитическая геометрия. М.: Изд-во «Лань», 2016. 416 с.
4. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. М.: Изд-во «Лань», 2016. 224 с.

б) дополнительная литература:

1. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Изд-во «Лань», 2016. 512 с.
2. Беклемишев Д.В. Сборник задач по линейной алгебре и аналитической геометрии. М.: Изд-во «Лань», 2016. 496 с.
3. Koryakina E.E., Nikol'skii A.V. Analytical geometry. Tomsk.: Publishing House Tomsk state university, 2022. 118с.

в) ресурсы сети Интернет:

- открытые онлайн-курсы
- <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000394624>
- <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:00039462>

13. Перечень информационных технологий

информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юра – <https://urait.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешенном формате («Актру»).

15. Информация о разработчиках

Корякина Елена Евгеньевна, к.ф.-м.н., доцент, ТГУ, кафедра геометрии, доцент.