

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:  
И.о. директора  
Д.Д. Даммер

Рабочая программа дисциплины

**Теория оптимального управления**

по направлению подготовки

**02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем**

Направленность (профиль) подготовки:

**DevOps-инженерия в администрировании инфраструктуры ИТ-разработки**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2025**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
А.С. Шкуркин

Председатель УМК  
С.П.Сущенко

Томск – 2025

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ПК-2 Способен проектировать базы данных, разрабатывать компоненты программных систем, обеспечивающих работу с базами данных, с помощью современных инструментальных средств и технологий.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИПК-2.2 Готов осуществлять поиск, хранение, обработку и анализ информации из различных источников и баз данных, представлять ее в требуемом формате с использованием информационных, компьютерных и сетевых технологий

## **2. Задачи освоения дисциплины**

- Привить навыки работы с учебной литературой по теории оптимального управления,
- Обучить основным понятиям теории оптимального управления,
- Научить решать типовые задачи, уметь пользоваться методами теории оптимального управления при решении практических задач и исследовании математических моделей технических и социально-экономических систем с целью их оптимизации.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор. Дисциплина входит в модуль Модуль «Введение в прикладную математику и информатику».

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Шестой семестр, экзамен

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Дифференциальные уравнения».

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 часов, из которых:

-лекции: 64 ч.

-лабораторные: 16 ч.

в том числе практическая подготовка: 0 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Введение в теорию управления.

Математическая модель объекта. Критерии оптимальности. Допустимые управления. Дополнительные условия. Формулировка задачи оптимального управления.

Примеры постановки задач оптимального управления. Задача оптимального управления производством, хранением и сбытом товара. Оптимальное управление односекторной экономикой на конечном интервале времени. Динамическая модель рекламы в задаче страхования.

Тема 2. Общая теория линейных систем управления

Переходная матрица, ее свойства и методы построения. Ряд Пеано. Спектральное представление переходной матрицы. Представление в виде суммы степеней матрицы. Критерии устойчивости линейных систем: спектральный критерий, критерий Рауса-Гурвица, критерий Ляпунова. Свойства уравнения Ляпунова. Исследование колебательного контура. Анализ линейных дискретных систем. Критерии устойчивости: спектральный критерий устойчивости, критерий Ляпунова. Поведение линейных систем при внешних возмущениях. Передаточная матрица. Постоянное управление. Задача слежения.

Тема 3. Управляемость и наблюдаемость

Критерии управляемости. Критерии наблюдаемости. Общая декомпозиция линейной системы по Калману.

Тема 4. Синтез регуляторов и наблюдателей

Синтез регуляторов и наблюдателей. Общий принцип регулируемости. Метод АКОР для непрерывных систем. Метод АКОР для дискретных систем. Модальное управление. Вычисление матрицы регулятора. Выбор заданного спектра. Синтез полных наблюдателей. Наблюдатель Луенбергера. Фильтр Калмана для непрерывных систем. Фильтр Калмана для дискретных систем.

Тема 5. Вариационное исчисление

Вариационное исчисление. Содержание метода. Вариация функционала. Функция Гамильтона. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Задача Больца. Примеры. Задачи с ограничениями на правый конец траектории. Задача с произвольным временем и без ограничений на правый конец траектории. Задача с ограничениями общего вида. Примеры.

Исследование второй вариации функционала. Квадратические функционалы. Достаточные условия положительности второй вариации. Условие Лежандра-Клебша. Второе достаточное условие положительной определенности второй вариации. Присоединенная задача. Условие Якоби. Свойства уравнения Риккати. Примеры.

Тема 6. Принцип максимума Понтрягина.

Принцип максимума Понтрягина. Содержание метода. Недостатки вариационного метода. Игольчатая вариация. Принцип максимума. Особое управление. Оптимальное по быстродействию управление для линейных систем. Примеры.

Тема 7. Динамическое программирование.

Динамическое программирование. Содержание метода. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана. Связь с принципом максимума Понтрягина. Решение задачи АКОР. Управление линейной системой с ограничениями на правый конец траектории. Примеры.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проверки усвоения лекционного материала и решения задач, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Экзамен в шестом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из двух частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## **11. Учебно-методическое обеспечение**

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «LMS IDO»

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине.

г) Методические указания по проведению лабораторных работ.

1. Знакомство с пакетом «Управление».

2. Устойчивость непрерывных и дискретных систем.

3. Модальное управление.

4. Динамический наблюдатель.

5. Фильтр Калмана для дискретных систем.

6. Фильтр Калмана для непрерывных систем.

7. Задача оптимального быстродействия.

д) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

Основой обучения является курс лекций, читаемый преподавателем, а также выполнение лабораторных работ, при выполнении которых путем имитационного моделирования исследуются предложенные ранее алгоритмы управления. Для самостоятельной работы и дополнительного расширения круга знаний рекомендуется использовать литературу, приведенную в разделе 12, а также информационные системы, приведенные в разделе 13.

Примеры решения типовых задач теории оптимального управления можно найти в перечне учебной литературы. Методические указания к выполнению лабораторных работ содержатся в перечне учебной литературы

## **12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет**

а) основная литература:

– Лившиц К.И., Параев Ю.И. Теории управления: учебник / К.И. Лившиц [и др.]. – СПб: Лань, 2020. – 232 с.

– Абдрахманов В.Г., Рабчук А.В. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания / В.Г. Абдрахманов [и др.]. – СПб.: Издательство «Лань», 2014. – 112 с.

б) дополнительная литература:

– Параев Ю.И., Цветницкая С.А. Устойчивость линейных систем: учеб. - метод. пособие по курсу «Теория управления» / Ю. И. Параев [и др.]. – Томск: ТГУ, 2009. – 22 с.

– Параев Ю.И. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов для непрерывных и дискретных систем: учеб. - метод. пособие по курсу «Теория управления» / Ю.И. Параев. – Томск: ТГУ, 2009. – 19 с.

– Параев Ю.И. Фильтр Калмана для непрерывных и дискретных систем: учеб. - метод. пособие по курсу «Теория управления» / Ю.И. Параев. – Томск: ТГУ, 2009. – 19 с.

– Параев Ю.И. Задача оптимального быстродействия: учеб. - метод. пособие по курсу «Теория управления» / Ю.И. Параев. – Томск: ТГУ, 2010. – 16 с.

- Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления / Х. Квакернаак [и др.]. – М.: Мир, 1977. – 652 с.
- Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин [и др.]. – М.: Наука, 1983. – 393 с.
- Лагоша Б.А. Оптимальное управление в экономике: учебное пособие / Б.А. Лагоша. – М.: Моск. гос. ун-та экономики, статистики и информатики, 2004. – 133 с.
- Брайсон А., Ю-Ши Хо Прикладная теория оптимального управления / А. Брайсон [и др.]. – М.: Мир, 1972. – 544 с.
- Ройтенберг Я.Н. Автоматическое управление: учебник / Я.Н. Ройтенберг. – М.: Наука. 1992. – 576 с.
- Смагин В.И. Динамические регуляторы: учеб. - метод. пособие по курсу «Теория управления» / В.И. Смагин. – Томск: ТГУ, 2004. – 18 с.
- Параев Ю.И., Смагин В.И. Динамические наблюдатели: учеб. - метод. пособие по курсу «Теория управления» / Ю.И. Параев [и др.]. – Томск: ТГУ, 2004. – 25 с.
- Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М.: Изд-во Иностранная литература, 1960. – 400 с.

### **13. Перечень информационных технологий**

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).
- Пакет «**Управление**», разработанный на кафедре прикладной математики ТГУ

б) информационные справочные системы:

- «Образовательный математический сайт Exponenta.ru». – URL: <http://www.exponenta.ru>.
- «Образовательный математический сайт Math.ru». – URL: <http://www.math.ru>
- Онлайн-библиотека: точные науки. – URL : [http://www.edu\\_lib/net](http://www.edu_lib/net) .
- Электронно-библиотечная система Издательства Лань [Электронный ресурс]/ Издательство «Лань». – Электрон. дан. – URL: <https://e.lanbook.com/>
- Электронная библиотека ТГУ: <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>.
- ScienceDirect [Electronic resource] / Elsevier B.V. – Electronic data. – Amsterdam, Netherlands, 2016. – URL: <http://www.sciencedirect.com/>

### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Для проведения лабораторных работ необходима аудитория, оборудованные персональными компьютерами, на которых установлен пакет «Управление», разработанный на кафедре прикладной математики ТГУ.

## **15. Информация о разработчиках**

Лившиц Климентий Исаакович, д.т.н., профессор, кафедра прикладной математики  
ИПМиКН, профессор