

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:

Декан
Л. В. Гензе

Рабочая программа дисциплины

Теория алгоритмов

по направлению подготовки / специальности
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки/ специализация:
Вычислительная математика и компьютерное моделирование

Форма обучения

Очная

Квалификация

**Математик. Преподаватель / Математик. Вычислитель /
Исследователь в области математики и компьютерных наук**

Год приема

2024, 2025

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП
Л.В. Гензе

Председатель УМК
Е.А. Тарасов

Томск – 2024

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-3 Способен разрабатывать и реализовывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК-3.1 Владеет теоретическими основами программирования и алгоритмизации

РООПК-3.2 Способен реализовывать алгоритмы на языках программирования высокого уровня

РООПК-3.3 Способен разрабатывать программные алгоритмы при решении задач методами математики и механики

2. Задачи освоения дисциплины

– Освоить аппарат Теории алгоритмов.

– Научиться применять понятийный аппарат Теории алгоритмов для решения практических задач профессиональной деятельности.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, является обязательной для изучения.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Шестой семестр, экзамен.

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенция ОПК-3, сформированная в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Программирование», «математическая логика».

6. Язык реализации

Русский.

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 часов, из которых:

– лекции: 32 ч.

– практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Понятие алгоритма и неформальная вычислимость.

Основные особенности алгоритма. Неформальная вычислимость.

Тема 2. Машины Тьюринга.

Описание машин Тьюринга. Вычислимость по Тьюрингу. Пример работы машины Тьюринга. Комментарий к машинам Тьюринга.

Тема 3. Частично-рекурсивные функции.

Определение частично-рекурсивных функций. Примеры частично-рекурсивных функций. Прimitивно-рекурсивные функции. Функция Аккермана.

Тема 4. Тезис Черча.

Альтернативные способы формализации понятия алгоритма и вычислимых функций. Основной результат. Комментарии к тезису Черча.

Тема 5. Алгоритмически неразрешимые проблемы.

Понятие об алгоритмической неразрешимости. Теорема о неразрешимости проблемы останова (Тьюринга). Неразрешимость логики предикатов (Черч).

Тема 6. Перечислимость и диофантовость.

Программы и вычислимые функции. Существование невычислимой функции. Перечислимые и разрешимые множества.

Тема 7. Диофантовы уравнения.

Определение диофантовых уравнений и диофантовых множеств. Теорема о равносильности диофантовых множеств и перечислимости. Диофантово множество для чисел Фибоначчи.

Тема 8. 10-я проблема Гильберта.

Теорема об отрицательном решении проблемы Гильберта. Диофантово множество для простых чисел.

Тема 9. Лямбда-исчисление как формальная система.

Синтаксис и семантика лямбда-исчисления. Вычисление лямбда-выражений. Комбинаторы. Тезис Черча и алгоритмическая неразрешимость. Лямбда-исчисление и функциональное программирование.

Тема 10. Асимптотические обозначения.

O -, Ω - и Θ -отношения. Оценка скорости роста функций. Анализ вычислительных ресурсов, используемыми алгоритмами

Тема 11. Сложность задач.

Задачи классов P и E . Задачи разрешения и оптимизации.

Тема 12. Задачи класса NP .

Сводимость задач. NP -полные задачи: определения и примеры. Решение NP -полных задач. Оптимизация перебора. Приближенные алгоритмы. Эвристики локально поиска. Задача коммивояжера.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, выполнения индивидуальных заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет с оценкой в шестом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет состоит из трех частей: теоретический вопрос и две задачи. Продолжительность зачета 1 час.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Определение и пример работы машины Тьюринга.
2. Какие особенности машин Тьюринга не важны для определения вычислимости.
3. Определения и примеры примитивно рекурсивных функций.
4. Определение и примеры частично-рекурсивных функций.
5. Необходимость минимизации и пример применения минимизации.
6. Свойства функции Аккермана.

7. Что такое тезис Чёрча с математической точки зрения: аксиома, теорема, гипотеза, или что-то иное? Применение тезиса Чёрча на практике.
8. Применения лямбда-исчисления.
9. Что такое комбинаторы и их применения?
10. Метод «разделяй и властвуй». Примеры алгоритмов.
11. Жадные алгоритмы. Примеры.
12. Динамическое программирование. Примеры.
13. Определения и примеры алгоритмически неразрешимых задач.
14. Определения и примеры диофантовых множеств.
15. Теорема Матиясевича.
16. Генетический подход к решению задачи коммивояжера.
17. Сводка наиболее популярных NP -полных задач.
- 18 – 28. Вопросы по λ -исчислению.

Каждый студент получает свою индивидуальную задачу следующего типа:

«Существуют ли примитивно-рекурсивные функции для решения следующих задач? Если да, то привести алгоритм, если – нет, то обосновать.»

Примерные варианты:

1. Для данного натурального числа n найдутся ли простые числа, чья разность равна n ?
2. Пусть дана произвольная формальная теория. Является ли данная последовательность формул в формальной теории доказательством?
3. Пусть дана произвольная формальная теория. Является ли данная последовательность формул в формальной теории доказательством данной теоремы?
4. Пусть дана произвольная формальная теория. Является ли данная формула в формальной теории теоремой?
5. Является ли данная формула в исчислении высказываний выполнимой?
6. Является ли данная формула в исчислении высказываний противоречием?
7. Является ли данная формула в исчислении высказываний тавтологией?
8. Является ли данное натуральное число точным квадратом?
9. Является ли данное натуральное число целой степенью двойки?
10. Пусть множество X – конечное множество упорядоченных пар. Является ли множество X отношением эквивалентности?

Каждый студент получает свою индивидуальную задачу на λ -исчисление.

Примерные варианты:

1. Пусть $B \equiv \lambda f g x. f(gx)$, $C \equiv \lambda f g x. f x g$. Докажите, что $S(KE_1)E_2 \equiv BE_1E_2$ и $SE_1(KE_2) \equiv CE_1 E_2$. Используйте экстенциональность.
2. Пусть $W \equiv \lambda x y. x y y$. Докажите, что для нумералов Черча $W x y = x y \dots y$ (терм y повторяется $n+1$ раз). Используйте математическую индукцию.
3. Пусть $K \equiv \lambda x y. x$. Докажите, что для нумералов Черча $K x_1 x_2 \dots x_{n+1} = x_1$ ($n > 0$). Используйте математическую индукцию.
4. Пусть $B \equiv \lambda f g x. f(gx)$ и $C \equiv \lambda f g x. f x g$. Докажите, что для нумералов Черча при $n > 0$ имеем $BC f x_1 x_2 \dots x_{n+1} x_{n+2} = f x_1 x_2 \dots x_{n+2} x_{n+1}$ (последние два аргумента меняются местами). Используйте математическую индукцию.
5. Пусть $B \equiv \lambda f g x. f(gx)$. Доказать, что для любого нумерала Черча при $n > 0$ имеет место равенство $B f g x_1 \dots x_n = f(g x_1 \dots x_n)$. (Bfg – аналог композиции функций f и g , когда g имеет n аргументов.) Используйте математическую индукцию.
6. Пусть $B \equiv \lambda f g x. f(gx)$ и $K \equiv \lambda x y. x$. Доказать, что для любого нумерала Черча имеет место равенство $BK f x_1 \dots x_n x_{n+1} = f x_1 \dots x_n$ (удаляется последний аргумент). Используйте математическую индукцию.

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «IDo» - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=7133>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Зюзьков В. М. Введение в математическую логику – Томск: Издательский дом ТГУ, 2015. – 258 с.
2. Зюзьков В. М. Введение в математическую логику – СПб.: Издательство «Лань», изд. второе, дополненное, 2018. – 268 с.
3. Зюзьков В. М. Теория алгоритмов. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2009. – 162 с.

б) дополнительная литература:

1. Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У. Алгоритмы. – М.: МЦНМО, 2014. – 320 с.
2. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. М.: МЦНМО, 2001. – 960 с.
3. Зюзьков В. М. Ленивое функциональное программирование: Учебное пособие. – 2-е изд. Томск. «издательство ТГУ», 2007.
4. Абрамов С.А. Лекции о сложности алгоритмов. М.: МЦНМО, 2012. – 246 с.
5. Босс В. Лекции по математике. Т. 6: Алгоритмы, логика, вычислимость. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. – 208 с.
6. Босс В. Лекции по математике. Т. 10: Перебор и эффективные алгоритмы. М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 216 с.

в) ресурсы сети Интернет:

1. https://portal.tpu.ru/SHARED/a/AD/Education/Tab1/Complexity_of_algorithms.pdf
2. https://ru.hexlet.io/courses/basic-algorithms/lessons/algorithm-complexity/theory_unit
3. [Weisstein, Eric W. "Complexity Theory." From *MathWorld*—A Wolfram Web Resource. <https://mathworld.wolfram.com/ComplexityTheory.htm>](https://mathworld.wolfram.com/ComplexityTheory.htm)
4. Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система. <http://www.consultant.ru>
– Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система. <http://www.consultant.ru> (?)

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Зюзьков Валентин Михайлович, к.ф.-м. н., старший научный сотрудник, доцент каф. ВМ и КМ.