

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

УТВЕРЖДЕНО:  
Декан физического факультета  
С.Н. Филимонов

Оценочные материалы по дисциплине

**Методы математической физики**

по направлению подготовки

**03.03.02 Физика**

Направленность (профиль) подготовки:  
**«Медицинская и биологическая физика»**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

**2025**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
В.П. Демкин

Председатель УМК  
О.М. Сюсина

## 1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК 1 – Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 – Знает основные законы, модели и методы исследования физических процессов и явлений

ИОПК 1.2 – Применяет физические и математические модели и методы при решении теоретических и прикладных задач

## 2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля: контрольная работа (ИОПК 1.1, ИОПК 1.2).

По дисциплине «Методы математической физики» предусмотрено четыре контрольные работы (ИОПК 1.1, ИОПК 1.2) в каждом семестре.

Пример билета контрольной работы по теме «Комплексные числа и действия над ними».

Представить в алгебраической форме:

1)  $\sqrt{1-\sqrt{3}i}$

2)  $(1-\sqrt{3}i)^{30}$

Ключи: 1)  $+\sqrt{3/2}-i\sqrt{2}$ ; 2)  $2^{30}$ .

Критерии оценивания: результаты каждой контрольной работы определяются оценками по четырех бальной системе. Оценка «отлично» выставляется, если студент предъявляет правильные письменные решения всех задач. Оценка «хорошо» выставляется, если в предъявляемом решении имеется не более двух ошибок и идея решения всех задач правильная. Оценка «три» выставляется, если в предъявляемом ответе не выполнены указанные выше критерии, но указана правильная идея решения для большей части задач. В противном случае выставляется оценка «неудовлетворительно».

Для углубленного изучения курса по основным разделам курса студентам предлагаются темы для рефератов (ОПК-1, ИОПК 1.1, ИОПК 1.2).

**Темы для рефератов** и учебно-методическая литература для самостоятельной работы по разделам дисциплины «Методы математической физики»:

### Тема 1. Обобщенные функции

Литература:

1) Гельфанд И.М., Шилев Г.Е. Обобщенные функции, вып. 1.

2) Шилев Г.Е., Математический анализ, 2-ой специальный курс

3) Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике

### Тема 2. Специальные функции математической физики.

Литература:

1) Никифоров А.Ф., Уваров В.Б. Специальные функции математической физики.

2) Кузнецов С.С. Специальные функции.

3) Уиттекер Э.Т., Ватсон Дж.Н. Курс современного анализа. т.1, 2.

### Тема 3. Задачи вариационного исчисления.

Литература:

1) Эльсгольц Л.Э. Вариационное исчисление.

2) Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление.

3) Цлаф Л.Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения.

### **3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания**

**Зачет с оценкой в 3 семестре** проводится в устной форме по билетам.

Результаты зачета с оценкой определяются оценкой, исходя из результатов ответов на зачете с оценкой (60%) и текущей аттестации в течение семестра (40%) в соответствии с балльной шкалой оценивания: количество набранных баллов более 80 — «отлично», от 65 до 79 — «хорошо», от 50 до 64 — «удовлетворительно, менее 50 баллов — «неудовлетворительно».

Билет состоит из двух частей.

Первая часть содержит основной вопрос, проверяющий сформированность компетенции ОПК 1 в соответствии с индикатором ИОПК 1.1. Ответы даются в развернутой форме, включая практические задачи.

Вторая часть содержит 2 дополнительных вопроса из списка контрольных вопросов по курсу (приведен в разделе 11), проверяющих соответствие индикатору достижения компетенции ИОПК 1.1. Ответ на вопрос второй части дается в краткой форме, включающей краткую интерпретацию полученных результатов.

Примерный перечень теоретических вопросов

Вопрос 1. Принцип максимума модуля и его следствия.

Вопрос 2. Рекуррентные соотношения для функций Бесселя.

Дополнительные вопросы.

Вопрос 1. Дать определение предела функции комплексно переменного.

Вопрос 2. Сформулировать необходимое условие экстремума функционала.

**Экзамен в 4 семестре** проводится в устной форме по экзаменационным билетам.

Результаты экзамена определяются оценкой, исходя из результатов ответов на экзамене (60%) и текущей аттестации в течение семестра (40%) в соответствии с балльной шкалой оценивания: количество набранных баллов более 80 — «отлично», от 65 до 79 — «хорошо», от 50 до 64 — «удовлетворительно, менее 50 баллов — «неудовлетворительно».

Экзаменационный билет состоит из двух частей.

Первая часть содержит основной вопрос, проверяющий сформированность компетенции ОПК 1 в соответствии с индикатором ИОПК 1.1. Ответы даются в развернутой форме, включая практические задачи.

Вторая часть содержит 2 дополнительных вопроса из списка контрольных вопросов по курсу (приведен в разделе 11), проверяющих соответствие индикатору достижения компетенции ИОПК 1.1. Ответ на вопрос второй части дается в краткой форме, включающей краткую интерпретацию полученных результатов.

Примерный перечень теоретических вопросов

Вопрос 1. Решение задачи Дирихле для круга и шара.

Вопрос 2. Теорема об экстремуме решений уравнения теплопроводности. Следствия.

Дополнительные вопросы.

Вопрос 1. Записать канонические формы для квазилинейного ДУЧП с двумя переменными.

Вопрос 2. Что такое сферические волны.

#### **Открытый перечень вопросов, выносимых на зачет с оценкой в 3 семестре.**

1. Комплексные числа и действия над ними. Комплексная плоскость. Множества на комплексной плоскости.
2. Функции комплексного переменного. Элементарные функции.
3. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Примеры.
4. Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства.
5. Теорема Коши и ее следствия.
6. Формула Коши. Интеграл Коши. Интеграл типа Коши.

7. Высшие производные от аналитической функции. Интеграл типа Коши.
8. Принцип максимума модуля и его следствия.
9. Равномерная сходимоть.
10. Ряд Тейлора аналитической функции. Примеры.
11. Степенные ряды и их свойства.
12. Ряды Лорана.
13. Изолированные особые точки.
14. Понятие аналитического продолжения. Примеры.
15. Вычеты. Теорема о вычетах.
16. Принцип аргумента. Примеры.
17. Бесконечно удаленная точка. Вычет в бесконечно удаленной точке.
18. Вычисление интегралов при помощи вычетов. Лемма Жордана. Примеры.
19. Основная теорема алгебры.
20. Понятие конформного отображения.
21. Основная теорема теории конформных отображений и ее различные формулировки. Теорема о соответствии границ и принцип соответствия границ (без доказательства).
22. Дробно-линейное отображение. Основные свойства.
23. Дробно-линейное отображение. Свойства: круговое, сохранения симметричных точек. Теорема о 3-х точках. Пример.
24. Преобразование Лапласа. Основные свойства. Обратное преобразование Лапласа. Теорема единственности.
25. Преобразование Лапласа. Свойства.
26. Гармонические функции двух переменных. Свойства.
27. Обыкновенные и особые точки линейного дифференциального уравнения второго порядка.
28. Правильные особые точки линейного дифференциального уравнения второго порядка.
29. Функция Бесселя первого рода.
30. Функции Бесселя разного рода. Определения. Уравнения, которым они подчиняются.
31. Производящая функция функций Бесселя целого индекса (с выводом).
32. Интегральные представления для функции Бесселя (типа Пуассона и специальное интегральное представление).
33. Рекуррентные соотношения для функций Бесселя.
34. Ортогональность функций Бесселя и интеграл нормировки.
35. Нули функции Бесселя и ряд Фурье-Бесселя.
36. Полиномы гипергеометрического типа Формула Родрига.
37. Полиномы Якоби, Лежандра, Чебышёва, Гегенбауэра.
38. Полиномы Лагерра.
39. Полиномы Эрмита.
40. Производные полиномов гипергеометрического типа. Пример.
41. Ортогональность полиномов гипергеометрического типа. Примеры.
42. Разложение произвольного полинома по ортогональным полиномам.
43. Единственность системы полиномов, ортогональных с заданным весом.
44. Рекуррентные соотношения для классических ортогональных полиномов. Примеры.
45. Свойства нулей ортогональных полиномов.
46. Производящие функции для полиномов гипергеометрического типа. Примеры.
47. Явные выражения для полиномов Эрмита, Лагерра, Лежандра.
48. Присоединенные функции Лежандра.
49. Сферические (шаровые функции).

50. Функции Эрмита.
51. Интегральное представление для функций гипергеометрического типа.
52. Гипергеометрические уравнения.
53. Частные решения гипергеометрического уравнения и их свойства.
54. Частные решения вырожденного гипергеометрического уравнения и их свойства.
55. Представление различных функций через гипергеометрические функции.
56. Функциональные пространства. Определение, примеры.
57. Функционалы на функциональных пространствах, непрерывные функционалы. Определение, примеры.
58. Вариация функционала.
59. Необходимое условие экстремума.
60. Леммы вариационного исчисления.
61. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.
62. Основные и обобщенные функции.
63. Производные обобщенных функций.
64. Предельный переход. Примеры.
65. Дельта-образные последовательности. Примеры.
66. Локальные свойства обобщенных функций.
67. Свойства дельта-функции (с доказательством).
68. Регуляризация обобщенных функций. Примеры.
69. Многомерная дельта-функция.
70. Линейные дифференциальные уравнения с обобщенными функциями.
71. Свертка обобщенных функций.
72. Уравнение в свертках. Фундаментальное решение.
73. Преобразование Фурье обобщенных функций. Свойства. Примеры.

#### **Открытый перечень вопросов, выносимых на экзамен в 4 семестре.**

1. Основные уравнения математической физики.
2. Классификация квазилинейных дифференциальных уравнений второго порядка с двумя переменными.
3. Классификация уравнений второго порядка со многими переменными. Примеры.
4. Краевые задачи математической физики. Краевые задачи для эллиптических уравнений.
5. Формулы Грина.
6. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.
7. Фундаментальное решение уравнения Гельмгольца.
8. Гармонические функции в  $R_n$ . Принцип максимума для гармонических функций.
9. Принцип максимума для гармонических функций. Единственность решения краевых задач для уравнений Лапласа и Гельмгольца.
10. Решение граничных задач для уравнений Лапласа и Гельмгольца методом функций Грина.
11. Плоскопараллельное обтекание цилиндра и пластины.
12. Решение задачи Дирихле для круга и шара.
13. Решение краевых задач для уравнения Лапласа и Пуассона методом Фурье.
14. Постановка задачи Коши для уравнений гиперболического типа.
15. Фундаментальное решение волнового оператора.
16. Запаздывающие потенциалы.
17. Запаздывающие поверхностные потенциалы.
18. Решение задачи Коши для волнового уравнения.
19. Сферические волны
20. Метод Фурье решения смешанной (начально-краевой) задачи для однородного уравнения.

21. Полностью однородная смешанная задача. Метод Дюамеля.
22. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.
23. Тепловые потенциалы.
24. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности.
25. Распространение тепла в полуограниченном стержне.
26. Теорема об экстремуме решений уравнения теплопроводности. Следствия.

#### **4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)**

Задачи (ИОПК-1.1).

Вычислить интеграл:  $\int_C \frac{dz}{z(z+1)}$ , где контур  $C$  – окружность радиуса 2 с центром в точке  $5/2 i$ , проходимая в положительном направлении.

Ответ:  $(1+i) \pi$ .

Теоретические вопросы (ИОПК 1.1, ИОПК 1.2):

1. Дать определение комплексных чисел и операций с ними
2. Что такое модуль и аргумент комплексного числа
3. Дать определение функции комплексного переменного
4. Дать определение степенной функции
5. Дать определение предела функции комплексно переменного
6. Какие функции комплексного переменного называются непрерывными и какие дифференцируемыми
7. Дать определение производной функции комплексного переменного
8. Сформулировать необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции комплексного переменного
9. Какие функции называются аналитическими
10. Дать определение интеграла от функции комплексного переменного
11. Сформулировать теорему Коши (об интеграле от функции комплексного переменного)
12. Записать формулу Коши.
13. Как вычисляются коэффициенты ряда Тейлора
14. Что такое ряд Лорана
15. Какими бывают изолированные особые точки
16. Сформулировать необходимые и достаточные условия того, что особая точка является устранимой, полюсом или существенно особой точкой
17. Дать определение вычета
18. Сформулировать теорему о вычетах
19. Привести примеры линейных пространств
20. Дать определение функционала в линейном пространстве
21. Привести примеры функционалов в линейном пространстве
22. Дать определение линейного функционала и привести примеры
23. Дать определение относительного минимума (максимума) функционала
24. Дать определение вариации функционала и вариации функции
25. Дать определение дифференцируемости функционала по Фреше
26. Дать определение дифференцируемости функционала по Гато
27. Сформулировать необходимое условие экстремума функционала
28. Дать определение стационарной точки функционала
29. Записать уравнения Эйлера-Лагранжа для простейшего функционала
30. Дать определение основных функций, на которых определены обобщенные функции. Примеры
31. Дать определение обобщенной функции. Примеры.
32. Дать определения регулярных и сингулярных обобщенных функций. Примеры.

33. Дать определение производной обобщенной функции. Примеры.
34. Дать определение одномерной и многомерной дельта-функций.
35. Привести общую формулу для дельта-функции сложного аргумента. Примеры.
36. Перечислить свойства дельта-функции.
37. Дать определение решения линейного дифференциального уравнения в классе обобщенных функций.
38. Дать определение свертки обобщенных функций.
39. Дать определение фундаментального решения сверточного оператора. Примеры.

## **5. Информация о разработчиках**

Казинский Петр Олегович, доктор физико-математических наук, доцент, кафедра квантовой теории поля физического факультета ТГУ, профессор.