

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:
Директор
А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Вычислительная математика

по направлению подготовки

09.03.03 Прикладная информатика

Направленность (профиль) подготовки:
Искусственный интеллект и большие данные

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2024

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
С.П. Сущенко

Председатель УМК
С.П. Сущенко

Томск – 2024

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1 Обладает необходимыми естественнонаучными и общетехническими знаниями для исследования информационных систем и их компонент

ИОПК-1.2 Использует фундаментальные знания, полученные в области математических, естественных и общетехнических наук в профессиональной деятельности

ИОПК-1.3 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических, естественных и общетехнических наук для моделирования и анализа задач

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

- сдача лабораторной работы;
- контрольная работа.

Лабораторные работы (ОПК-1, ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3):

Темы лабораторных работ первой части, выполняются в среде Mathcad:

1. Решение уравнений. Нахождение корней функции;
2. Исследование функций одной переменной на максимум и минимум;
3. Алгебра векторов и матриц;
4. Ранжированные переменные, векторы;
5. Трехмерные поверхности, комплексные числа;
6. Разложение функции в ряд, интегрирование;
7. Задачи интегрирования;
8. Интерполяционная формула Лагранжа, сплайны;
9. Нахождение объема тел вращения;

Темы лабораторных работ второй части:

1. Вычисление значений элементарных функций. Составить программу и вычислить значение функции для заданных значений аргументов с точностью не ниже 0.0001.
Цель работы: Изучение методов вычисления значений элементарных функций (экспоненты, натурального логарифма, синуса, косинуса, квадратного корня) с заданной точностью.
Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода вычисления через разложение функции в ряд Тейлора, получить расчетные формулы для соответствующего итеративного процесса, связанные с заданной точностью. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу вычисления.
2. Вычислить с точностью 0.0001 сумму числового ряда с общим членом $(1/k)^2$.
Цель работы: Изучение метода вычисления значения суммы сходящегося числового ряда с заданной точностью.
Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода вычисления, получить расчетные формулы для необходимого количества

элементов числового ряда, связанного с заданной точностью. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу вычисления.

3. Решение уравнений (нахождение корней функций) с заданной точностью методом хорд.

Цель работы: Изучение метода хорд для нахождения корней функции с заданной точностью.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода хорд, получить расчетные формулы для итеративного процесса, связанного с заданной точностью поиска корня. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

4. Решение уравнений (нахождение корней функций) с заданной точностью методом итераций.

Цель работы: изучение метода итераций для нахождения корней функции с заданной точностью.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода итераций, получить расчетные формулы для итеративного процесса, связанного с заданной точностью поиска корня. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

5. Решение уравнений (нахождение корней функций) с заданной точностью методом Ньютона.

Цель работы: Изучение метода Ньютона для нахождения корней функции с заданной точностью.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода Ньютона, получить расчетные формулы для итеративного процесса, связанного с заданной точностью поиска корня. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

6. Решение систем линейных уравнений с заданной точностью методом релаксации.

Цель работы: Изучение метода релаксации для решения систем линейных уравнений с заданной точностью.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода релаксации, получить расчетные формулы для итеративного процесса, связанного с заданной точностью поиска решений. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

7. Решение систем линейных уравнений с заданной точностью методом итераций.

Цель работы: Изучение метода простой итерации для решения систем линейных уравнений с заданной точностью.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода простой итерации, получить расчетные формулы для итеративного процесса, связанного с заданной точностью поиска решений. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

8. Решение систем линейных уравнений с заданной точностью методом Зейделя

Цель работы: Изучение метода Зейделя для решения систем линейных уравнений с заданной точностью.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода Зейделя, получить расчетные формулы для итеративного процесса, связанного с заданной точностью поиска решений. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

9. Решение систем линейных уравнений методом квадратных корней

Цель работы: Изучение метода квадратных корней для решения систем линейных уравнений.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы

метода квадратных корней, получить расчетные формулы поиска решений. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

10. Решение систем линейных уравнений методом Халецкого

Цель работы: Изучение метода Халецкого для решения систем линейных уравнений.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода Халецкого, получить расчетные формулы для поиска решений. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

11. Решение систем нелинейных уравнений методом Ньютона.

Цель работы: Изучение метода Ньютона для решения систем нелинейных уравнений.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода Ньютона, получить расчетные формулы для поиска решений. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

12. Нахождение характеристического многочлена, собственных чисел и собственных векторов методом Данилевского.

Цель работы: Изучение метода Данилевского для решения проблемы собственных чисел и собственных векторов квадратной матрицы.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода Данилевского, получить расчетные формулы для определения коэффициентов характеристического полинома матрицы и компонентов собственных векторов. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

13. Нахождение собственных чисел и собственных векторов методом вращений.

Цель работы: Изучение метода вращений для решения проблемы собственных чисел и собственных векторов квадратной матрицы.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода вращений. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

14. Построение параболического интерполяционного сплайна для таблично заданной функции.

Цель работы: Изучение параболического интерполяционного сплайна функции одной переменной.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы метода построения по данным таблично заданной функции кубического интерполяционного сплайна, получить расчетные формулы для поиска решений. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

15. Вычисление значений определенных интегралов по квадратурной формуле Гаусса.

Цель работы: Изучение метода численного интегрирования функций методом Гаусса.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы квадратурной формулы Гаусса, получить расчетные формулы для построения такой формулы. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

16. Вычисление значений определенных интегралов по квадратурной формуле Чебышева.

Цель работы: Изучение метода численного интегрирования функций методом

Чебышева.

Описание: При выполнении работы необходимо изучить математические основы квадратурной формулы Чебышева, получить расчетные формулы для построения такой формулы. Составить, отладить и продемонстрировать компьютерную программу, реализующую данный метод.

Текущий контроль успеваемости проводится во время сдачи лабораторных работ с применением рейтинговой системы оценивания. Лабораторные работы первой части оцениваются по пятибалльной шкале. Лабораторные работы второй части оцениваются по 20-и балльной шкале. Всего предусмотрено четыре лабораторных работы первой части, три лабораторных работы второй части.

Контрольная работа (ОПК-1, ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3):

Вопросы и задачи для контрольных работ:

1. Приближенные числа, абсолютная и относительная погрешности, соотношения между ними, источники погрешности.
2. Верные значащие цифры, связь количества верных значащих цифр и относительной погрешности.
3. Погрешность алгебраической суммы и произведения приближенных чисел.
4. Прямая и обратная задачи теории погрешностей.
5. Вычисление с заданной точностью суммы сходящегося числового ряда.
6. Метод хорд для поиска корня функции, условие сходимости.
13. Поиск корня функции методом Ньютона, условие сходимости.
14. Геометрическая интерпретация метода хорд и метода Ньютона.
15. Модификации метода Ньютона.
16. Метод простых итераций для поиска корня функции. Условие сходимости метода. Оценка точности метода. Геометрическая интерпретация.
17. Решение систем линейных уравнений методом квадратного корня.
19. Решение систем линейных уравнений методом Халецкого.
20. Метод итераций для решения систем линейных уравнений, условие сходимости.
21. Решение систем линейных уравнений методом релаксации.
23. Решение систем нелинейных уравнений методом Ньютона.
25. Численные методы нахождения собственных чисел матрицы.
28. Задача интерполирования. Интерполяционная формула Лагранжа.
29. Приближенное вычисление однократных определенных интегралов. Квадратурная формула трапеций, Симпсона.
33. Квадратурная формула Чебышева.

Примеры задач:

Задача 1

Определите, какое количество слагаемых n необходимо взять для вычисления суммы ряда

$$S = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{5 \cdot i^2}$$

с остаточной погрешностью $\varepsilon = 0,04$.

Задача 2

1. Дана система нелинейных уравнений:

$$f_1(x, y) = x + xy^2 - x^2 = 0$$

$$f_2(x, y) = -x^2 y + 2x = 0$$

Методом Ньютона найдите первое приближение корня (x_1, y_1) , исходя из начального приближения $x_0 = 3, y_0 = 1$.

Задача 3

Вычислите интеграл по квадратурной формуле Чебышёва с тремя ординатами ($n=3$)

$$\int_2^6 \frac{2x}{5+x^2} dx.$$

Ответы:

Задача 1. 10 слагаемых.

Задача 2. $x_1 = 2,25, y_1 = 1$.

Задача 3. $x = 1,52$.

Текущий контроль успеваемости проводится на основании контрольных работ. Контрольная работа может проводиться в двух формах – в виде письменного опроса или в виде теста. При оценке текущей успеваемости применяется рейтинговая система оценивания. Контрольные работы оцениваются по 30-и бальной шкале. Всего предусмотрено три контрольных работы: по разделам 1-2 на пятой неделе семестра, по разделам 3-4 на десятой неделе семестра, по разделам 5-8 в конце семестра.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Видом промежуточной аттестации является экзамен. Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов (ОПК-1) и одной задачи (ОПК-1, ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3).

Вопросы для промежуточной аттестации:

1. Приближенные числа, абсолютная и относительная погрешности, соотношения между ними, источники погрешности.
2. Верные значащие цифры, связь количества верных значащих цифр и относительной погрешности.
3. Погрешность алгебраической суммы и произведения приближенных чисел.
4. Прямая и обратная задачи теории погрешностей. Их суть и решение.
5. Вычисление с заданной точностью суммы сходящегося числового ряда.
6. Вычисление значения полинома по схеме Горнера.
7. Итеративный метод вычисления значения функции, вычисление квадратного корня по методу Герона.
8. Вычисление с заданной точностью значения экспоненты.
9. Вычисление с заданной точностью значения натурального логарифма.
10. Задача поиска корня функции, Общая теорема о погрешности приближенного значения корня. Метод дихотомии для поиска корня функции.
12. Метод хорд для поиска корня функции, условие сходимости, оценка погрешности.

13. Поиск корня функции методом Ньютона, оценка точности, условие сходимости.
14. Геометрическая интерпретация метода хорд и метода Ньютона.
15. Модификации метода Ньютона.
16. Метод простых итераций для поиска корня функции. Условие сходимости метода. Оценка точности метода. Геометрическая интерпретация.
17. Вычисление определителя квадратной матрицы произвольного размера.
18. Решение систем линейных уравнений методом квадратного корня.
19. Решение систем линейных уравнений методом Халецкого.
20. Метод итераций для решения систем линейных уравнений, условие сходимости.
21. Решение систем линейных уравнений методом Зейделя.
22. Решение систем линейных уравнений методом релаксации.
23. Оценка погрешности решения систем линейных уравнений методом итерации.
24. Решение систем нелинейных уравнений методом Ньютона.
25. Получение характеристического полинома квадратной матрицы методом Данилевского.
26. Нахождение собственных векторов матрицы методом Данилевского.
27. Нахождение собственных чисел и векторов методом вращений.
28. Задача интерполирования. Интерполяционная формула Лагранжа.
29. Оценка погрешности интерполяционной формулы Лагранжа.
30. Интерполяционный параболический сплайн.
31. Приближенное вычисление однократных определенных интегралов. Квадратурная формула трапеций, Симпсона.
33. Квадратурная формула Чебышева.
34. Квадратурная формула Гаусса.

Типовые задачи для промежуточной аттестации:

1. Решить нелинейное уравнение с заданной точностью методом хорд.
2. Решить нелинейное уравнение с заданной точностью простых итераций.
3. Решить нелинейное уравнение с заданной точностью Методом Ньютона.
4. Решить систему нелинейных уравнений методом Ньютона.
5. Решить систему нелинейных уравнений методом простых итераций.
6. Решить систему линейных уравнений с заданной точностью методом итераций.
7. Решить систему линейных уравнений с заданной точностью методом Ньютона.
8. Решить систему линейных уравнений методом квадратных корней.
9. Решить систем линейных уравнений методом Халецкого.
10. Решить систему линейных уравнений методом Зейделя.
11. Решить систему линейных уравнений методом релаксации.
12. Найти собственные числа и векторы матрицы методом Данилевского.
13. Найти собственные числа и векторы методом вращений.
14. Построить интерполяционный параболический сплайн.
15. Вычислить с заданной точностью однократный определенный интеграл с использованием квадратурной формулы трапеций.
16. Вычислить с заданной точностью однократный определенный интеграл с использованием квадратурной формулы Симпсона.
17. Вычислить однократный определенный интеграл по квадратурной формуле Чебышева.

Оценивание обучающегося при проведении экзамена формируется в соответствии с нижеприведенной таблицей.

Оценка	Критерии оценивания
Отлично	По трем вопросам экзаменационного билета студент демонстрирует высокий уровень знаний. В течение семестра сданы все лабораторные работы.
Хорошо	По трем вопросам экзаменационного билета студент демонстрирует высокий уровень знаний, но содержащее отдельные пробелы в знании теоретического материала и в умении использовать методы вычислительной математики. В течение семестра сданы не менее шести лабораторных работ.
Удовлетворительно	По трем вопросам экзаменационного билета студент демонстрирует фрагментарные знания теоретического материала, частично освоенное умение использования методов вычислительной математики. В течение семестра сданы не менее пяти лабораторных работ.
Неудовлетворительно	По трем вопросам экзаменационного билета студент демонстрирует низкий уровень знаний теоретического материала, не может продемонстрировать умение использования методов вычислительной математики. В течение семестра не сданы лабораторные работы второй части.

Студент имеет возможность получить оценку автоматически по результатам работы в семестре, на основе текущей оценки успеваемости. Максимальный результирующий балл по работе в семестре равен 170. Пересчет баллов в оценки промежуточной успеваемости при автоматическом оценивании производится согласно следующим условиям:

Оценка	Критерии оценивания
Отлично	Более 90% от максимальной суммы баллов
Хорошо	От 70% до 90% от максимальной суммы баллов
Удовлетворительно	От 50% до 69% от максимальной суммы баллов
Неудовлетворительно	< 50% от максимальной суммы баллов

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Задача 1

Определите, какое количество слагаемых n необходимо взять для вычисления суммы ряда

$$S = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{5 \cdot i^2}$$

с остаточной погрешностью $\varepsilon = 0,04$.

Задача 2

1. Дана система нелинейных уравнений:

$$f_1(x, y) = x + xy^2 - x^2 = 0$$

$$f_2(x, y) = -x^2 y + 2x = 0$$

Методом Ньютона найдите первое приближение корня (x_1, y_1) , исходя из начального приближения $x_0 = 3, y_0 = 1$.

Задача 3

Вычислите интеграл по квадратурной формуле Чебышёва с тремя ординатами ($n=3$)

$$\int_2^6 \frac{2x}{5+x^2} dx.$$

Ответы:

Задача 1. 10 слагаемых.

Задача 2. $x_1 = 2,25, y_1 = 1$.

Задача 3. $x = 1,52$.

Теоретические вопросы:

1. Поиск корня функции методом Ньютона, оценка точности, условие сходимости (ОПК-1, ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3).

Ответ должен содержать вывод итерационной формулы, указание условия сходимости метода, оценку точности найденного решения.

2. Метод простых итераций для решения систем линейных уравнений (ОПК-1, ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3).

Ответ должен содержать вывод итерационной формулы, обоснование условия сходимости метода, оценку точности найденного решения.

Информация о разработчиках

Романович Ольга Владимировна, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры теоретических основ информатики ТГУ;

Лапатин Иван Леонидович, канд. техн. наук, доцент кафедры прикладной информатики ТГУ.