# Министерство науки и высшего образования Российской Федерации НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО: Директор А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Дискретная математика

по направлению подготовки

09.03.03 Прикладная информатика

Направленность (профиль) подготовки: **Искусственный интеллект и большие данные** 

Форма обучения **Очная** 

Квалификация **Бакалавр** 

Год приема **2024** 

СОГЛАСОВАНО: Руководитель ОП С.П. Сущенко

Председатель УМК С.П. Сущенко

Томск – 2024

## 1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

- ИОПК-1.1 Обладает необходимыми естественнонаучными и общеинженерными знаниями для исследования информационных систем и их компонент
- ИОПК-1.2 Использует фундаментальные знания, полученные в области математических, естественных и общеинженерных наук в профессиональной деятельности
- ИОПК-1.3 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических, естественных и общеинженерных наук для моделирования и анализа задач

#### 2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

#### Элементы текущего контроля:

- работа с тренажером в LMS ТГУ
- работа с программой адаптивного обучения Plario
- контрольные работы включают в себя типовые задачи из тренажера и программы адаптивного обучения.

### Критерии оценивания:

- оценка 1 балл за самостоятельную работу с тренажером в LMS выставляется, если по каждой теме верно решено не менее одной задача, иначе выставляется оценка 0 баллов:
- оценка 1 балл за самостоятельную работу в Plario выставляется, если по каждой теме выполнено не менее 96% заданий, иначе выставляется оценка 0 баллов;
- оценка за каждую контрольную работу соответствует количеству набранных баллов за правильно решенные задачи.

#### Пример оценочных материалов текущего контроля

Контрольная работа №1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)

- 1. Справедливо ли утверждение: если  $A \subset B$ ,  $B \subseteq C$  и  $C \subset D$ , то  $A \subseteq D$ ? (2 балла). Ответ: да.
- 2. Универсум  $U = \{-5; -4; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 4; 5\}$ ,  $A = \{1; -2; 3; -4\}$ , B множество корней уравнения  $x^4 7x^3 + 6x^2 + 32x 32 = 0$ . Найти множества  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \triangle B$ ,  $\bar{B}$ ,  $(A \triangle B) \triangle A$  (3 балла). Ответ:  $A \cup B = \{-4; -2; 1; 3; 4\}$ ,  $A \cap B = \{-2; 1\}$ ,  $A \setminus B = \{-4; 3\}$ ,  $B \setminus A = \{4\}$ ,  $A \triangle B = \{-4; 3; 4\}$ ,  $\bar{B} = \{-5; -4; -3; -1; 2; 3; 5\}$ ,  $(A \triangle B) \triangle A = \{-2; 1; 1; 4\}$ .
- 3. Выяснить взаимное расположение  $D = (B \setminus C) \cup (A \setminus B)$ ,  $E = A \setminus (B \setminus C)$ ,  $F = A \cup B$  множеств произвольных подмножеств A, B, C универсума (4 балла). Ответ:  $D \subseteq F$ ,  $E \subseteq F$ .
- 4. Решить систему соотношений относительно множества X и указать условия ее совместности:  $\begin{cases} B\Delta C = X \cap A \\ X \setminus C = A \cap B \end{cases}$  Ответ: X = B,  $B \subseteq A$ ,  $C = \emptyset$ .

5. Решить систему уравнений относительно множества X и указать условия ее

тешить систему уравнении относительно мно совместности: 
$$\begin{cases} A\Delta X = B \setminus C \\ C \cap X \setminus C = A \cup X. \text{ (5 баллов)}. \\ B \setminus X = A \setminus X \end{cases}$$

Otbet:  $X = A, B \subseteq A \subseteq C$ .

6. Являются ли системы  $\begin{cases} B \cap D \subseteq A \cap C \\ B \cap A \subseteq D \cup C \end{cases}$  и  $\begin{cases} B \setminus A \subseteq A \setminus C \\ B \cap D \subseteq A \cap C \end{cases}$  равносильными?  $B \subseteq D \cup A$ 

(5 баллов).

Ответ: да.

7. Для отношения  $P = \{(1; 1); (1; 2); (2; 3); (2; 2)\}$  построить  $P \times P, P^{-1} \times P$  (3 балла).

Otbet:  $P \times P = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (2; 2); (2; 3)\},\$  $P^{-1} \times P = \{(1; 1); (1; 2); (2; 1); (2; 2); (2; 3); (3; 2); (3; 3)\}.$ 

- 8. Определите свойства отношения «*x* обыграл *y* по результатам личных встреч» на множестве теннисистов, участвующих в турнире, по правилам которого каждый теннисист должен сыграть с каждым ровно три партии (4 балла). Ответ: отношение не обладает рефлексивностью, симметричностью, транзитивностью, является антирефлексивным, антисимметричным, полным.
- 9. Между множествами  $X = \{a; b; c; d\}$ ,  $Y = \{1; 2; 3; 4; 5\}$  установлено соответствие  $\{(a; 2); (b; 1); (b; 5); (d; 4)\}$ . Определить, какими свойствами обладает соответствие (3 балла).

Ответ: не всюду определенное, не сюръекция, не функция, инъекция.

10. Для соответствия  $\{(a;2);(b;1);(b;5);(d;4)\}$  найти образ множества  $A=\{a;b\}$  и прообраз множества  $B=\{3;4\}$  (1 балл). Ответ:  $\{1;2;5\},\{d\}$ .

Контрольная работа №2 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3)

- 1. Для функции 00010101 построить совершенную ДНФ (2 балла). Ответ:  $\bar{x}yz \lor x\bar{y}z \lor xyz$ .
- 2. Для функции 00010101 построить совершенную КНФ, преобразовав (преобразованием совершенной ДНФ 8 баллов, по таблице 2 балла). Ответ:  $(x \lor y \lor z)(x \lor y \lor \bar{z})(x \lor \bar{y} \lor z)(\bar{x} \lor y \lor z)(\bar{x} \lor \bar{y} \lor \bar{z})$ .
- 3. Для функции 00010101 построить полином Жегалкина (5 баллов). Ответ:  $xz \oplus yz \oplus xyz$ .
- 4. Определить, к каким классам Поста принадлежит функция 00010101 (5 баллов). Ответ: принадлежит к классам  $T_0$ ,  $T_1$ , M, не принадлежит к классам L, S.
- 5. Минимизировать функцию 1101 1010 1101 1100 (10 баллов методом Квайна-МакКласски, 7 баллов путем составления матриц Грея или карт Карно). Ответ:  $\bar{x}y\bar{t} \vee \bar{z}\bar{t} \vee \bar{y}t \vee x\bar{z}$ .

# 3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Экзамен проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех вопросов. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первый вопрос требует доказательства утверждения, проверяет сформированность ИОПК-1. Максимальная оценка 10 баллов.

Второй вопрос предполагает решение задачи по теории множеств и краткую интерпретацию полученных результатов; проверяет сформированность ИОПК-1.2. Максимальная оценка 15 баллов.

Третий вопрос предполагает решение задачи по булевым функциям и краткую интерпретацию полученных результатов; проверяет сформированность ИОПК-1.3. Максимальная оценка 15 баллов.

### Примерный перечень утверждений для доказательства

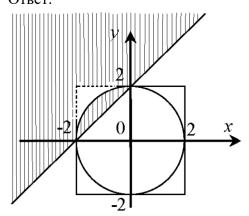
- 1. Перестановки
- 2. Размещения
- 3. Сочетания
- 4. Принципы интуитивной теории множеств
- 5. Сравнение множеств
- 6. Булеан и его мощность
- 7. Свойства операций над множествами
- 8. Формула включения и исключения
- 9. Прямые произведения множеств и отношения
- 10. Свойства бинарных отношений
- 11. Замыкание отношений
- 12. Ядро бинарного отношения
- 13. Матрицы конечных бинарных отношений
- 14. Отношения эквивалентности
- 15. Отношения толерантности
- 16. Функции
- 17. Отношения порядка
- 18. Экстремальные элементы в частично упорядоченных множествах
- 19. Решетки
- 20. Матроиды
- 21. Алгоритм построения базы матроида
- 22. Жадный алгоритм поиска подмножества наибольшего веса
- 23. Суперпозиции булевых функций
- 24. Дизъюнктивная нормальная форма
- 25. Конъюнктивная нормальная форма
- 26. Построение совершенной ДНФ
- 27. Построение совершенной КНФ
- 28. Разложение функций по части переменных
- 29. Принцип двойственности
- 30. Самодвойственные функции
- 31. Свойства несамодвойственных функций
- 32. Метод Квайна-МакКласки построения минимальной ДНФ
- 33. Минимизация функций с помощью карты Карно / матрицы Грея
- 34. Минимизация частично определенных функций
- 35. Арифметический полином
- 36. Построение полинома Жегалкина
- 37. Линейные булевы функции
- 38. Нелинейные булевы функции
- 39. Монотонные булевы функции
- 40. Немонотонные булевы функции
- 41. Функции, сохраняющие 0 и 1
- 42. Полные системы функций
- 43. Функционально замкнутые классы
- 44. Теорема Поста
- 45. Предполные функционально замкнутые классы

### Примеры задач:

Задача 1. Координаты множеств точек плоскости удовлетворяют условиям:

$$\begin{cases} A: x + 2 > y, \\ B: x^2 + y^2 \le 4, \\ C: |x| \le 2, |y| \le 2. \end{cases}$$

Изобразить на координатной плоскости множество  $D = A \setminus (B\Delta C)$ . Ответ:



Задача 2. Найти  $h(x,y)=f\big(y,y,g(x,y,x)\big)$ , где f=(01101011),g=(10010111). Ответ:  $h(x,y)\equiv 0$ .

Задача 3. Упростить выражение:  $xy \lor \bar{y}z \lor \bar{x}y\bar{z} \lor yz \lor \bar{x}\lor \bar{y}\lor z$ . Ответ:  $z \lor y$ .

Оценка по дисциплине формируется на основе балльно-рейтинговой системы, учитывающей результаты текущего контроля и промежуточной аттестации по формуле  $K_1 \times K_2 \times (K_3 + K_4) + K_5$ , где:

Вид учебной активности	Показатель	Значения
Самостоятельная работа с тренажером в LMS	$K_1$	0 - 1
Самостоятельная работа в Plario	$K_2$	0 - 1
Контрольная работа №1	$K_3$	0 - 30
Контрольная работа №2	$K_4$	0 - 30
Экзамен	K <sub>5</sub>	0 - 40

Оценка по дисциплине выставляется в соответствии с итоговым баллом:

Балл	Оценка
0 - 20	Неудовлетворительно
21 - 30	Удовлетворительно
31 - 40	Хорошо
41 - 100	Отлично

# 4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

1. Какими свойствами обладает отношение «отличаться значением только одной координаты» на множестве *n*-мерных булевых векторов? Ответ: антирефлексивность, симметричность.

2. Для булевой функции (11001010) построить совершенную ДНФ, совершенную КНФ и полином Жегалкина.

Otbet:  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z}$ ;  $(x \vee \bar{y} \vee z)(x \vee \bar{y} \vee \bar{z})(\bar{x} \vee y \vee \bar{z})(\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})$ ;  $xy \oplus xz \oplus y \oplus 1$ .

3. Минимизировать функцию 1111 1101 1010 0000. Ответ:  $\bar{y}\bar{t} \vee \bar{x}\bar{z} \vee \bar{x}t$ .

### Информация о разработчиках

Ерёмина Наталия Леонидовна, канд. техн. наук, доцент кафедры системного анализа и математического моделирования