

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:
Директор
А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Аналитическая геометрия

по направлению подготовки

10.03.01 Информационная безопасность

Направленность (профиль) подготовки:
Безопасность компьютерных систем

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
В.Н. Тренькаев

Председатель УМК
С.П. Сущенко

Томск – 2024

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-3. Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин, которые обеспечивают возможность решения задач профессиональной деятельности.

ИОПК-3.2. Осуществляет применение основных понятий, фактов, концепций, принципов математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности.

ИОПК-3.3. Выявляет научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применяет соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.

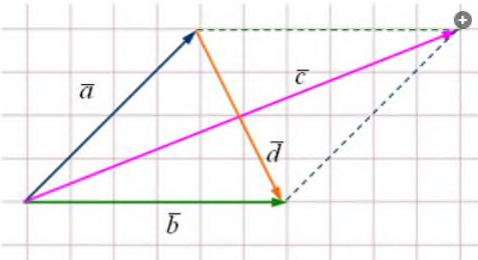
2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

- тесты по лекционному материалу;
- контрольные работы;
- контроль посещаемости;
- домашние задания;
- контрольная точка не менее одного раза в семестр.

1. Тесты по лекционному материалу оформлены в электронном курсе в iDo в виде quiz-опросов, относящихся к игровым методам обучения: такие опросы проводятся в начале лекции или практического занятия по материалу предыдущей лекции и позволяют достаточно быстро вспомнить необходимый для текущего занятия материал.

Пример quiz-опроса.



Выберите верные утверждения

☒ $b - d = a$	+1
☐ $a - d = b$	
☒ $a + b = c$	+1
☐ $a + b = d$	

Молодец!

★ 2/2

2. Домашние задания состоят из решения практических задач.

Примеры задачи по каждому из разделов курса:

1. Векторная алгебра

Найти проекцию вектора $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n} - \mathbf{p}$ на ось абсцисс и компоненту этого же вектора по оси ординат, если $\mathbf{m} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$, $\mathbf{n} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$ и $\mathbf{p} = 5\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$.

2. Линейные образы на плоскости и в пространстве

На оси z найти точку, равноудаленную от двух плоскостей $x + 4y - 3z - 2 = 0$ и $5x + z + 8 = 0$.

3. Линии второго порядка

Даны два фокуса кривой $F_1(1;1)$, $F_2(-2;-2)$ и одна из ее директрис: $x + y - 1 = 0$.
Найдите уравнение этой кривой.

4. Поверхности второго порядка

К однополостному гиперболоиду $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1$ проведите касательную плоскость через прямую $\frac{x}{3} = \frac{y+9}{3} = \frac{z}{1}$.

При этом обучающийся по ряду домашних заданий вправе выбрать формат их выполнения: традиционным способом в тетради или в формате написания программного кода в любой из сред программирования (перечень приведен в п. 13а) рабочей программы, предпочтительнее использовать Python). Таким образом, обеспечивается разноуровневое обучение и используются ИКТ, позволяющие студентам с разной подготовкой реализовать свой потенциал, а также осваиваются цифровые инструменты.

Пример домашнего задания с альтернативным форматом его выполнения.

2.6. Домашняя работа

Выполните домашнюю работу в одном из форматов:

1. Решите примеры из вложенного файла (в качестве ответа прикрепите скан-копию/фото решения);

2. Напишите программу, реализующую две функции:

1) устанавливающую, зависимы ли векторы (аргументы функции - набор векторов, заданных координатами);

2) определяющую координаты произвольного вектора в заданном базисе (аргументы функции - базисные векторы и произвольный вектор, заданный координатами).

В качестве ответа на задачу №2 прикрепите файл программы.

Выполнение домашних заданий по темам разделов «Векторная алгебра» и «Линейные образы на плоскости и в пространстве» может быть организовано в системе адаптивного обучения Plagio.

Еще одной формой домашнего задания является самостоятельное изучение теоретического материала. Теоретический материал оформлен в электронном курсе в iDo в формате элемента «Лекция», содержит теоретический материал по заданной теме, примеры, вопросы или задачи для самоконтроля.

Пример домашнего задания в формате «Лекция»:

Уравнения в полярных координатах

Просмотр Редактировать Отчеты Оценить эссе

Полярные координаты

6.4.1. Полярные координаты

Полярные координаты на плоскости вводятся следующим образом. Выберем на плоскости некоторую точку O (полюс) и некоторый выходящий из нее луч Ox (рис. 6.8).

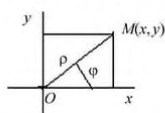


Рис. 6.8

Определение. Полярными координатами точки M называются два числа ρ и φ , первое из которых (полярный радиус ρ) равно расстоянию точки M от полюса O , а второе (полярный угол φ) – угол, на который нужно повернуть против часовой стрелки луч Ox до совмещения его с лучом OM .

Точку M с полярными координатами ρ и φ будем обозначать $M(\rho, \varphi)$. Для того чтобы соответствие между отличными от полюса точками плоскости и парами полярных координат было взаимно-однозначным, обычно считают, что

$$0 \leq \rho < +\infty, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi.$$

Установим связь между полярными координатами точки и её декартовыми координатами. Пусть ось Ox совпадает с полярной осью, а начало декартовой системы координат – с полюсом (рис. 6.8). Тогда, очевидно,

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \varphi, & y &= \rho \sin \varphi, \\ \rho &= \sqrt{x^2 + y^2}, & \varphi &= \arctg \frac{y}{x}. \end{aligned} \quad (6.17)$$

Далее.

3. Контрольная точка в середине семестра является комплексным контрольным мероприятием, включающим: 1) теоретический вопрос; 2) практическую задачу по разделам 1 и 2; 3) групповую работу.

Перечень теоретических вопросов:

1. Векторы и линейные операции над ними. Свойства операций над векторами (векторная и координатная формы).

2. Условия линейной зависимости векторов (определения и теоремы). Условие коллинеарности двух векторов, условие компланарности трех векторов, условие ортогональности двух векторов.

3. Понятие векторного пространства; размерность и базис векторного пространства; координаты вектора. Аффинные и декартовы координаты точки; ориентация тройки векторов на плоскости и в пространстве.

4. Ортогональная проекция точки и ортогональная проекция вектора на прямую (плоскость); ортогональная проекция вектора на ось и свойства ортогональной проекции вектора на ось (проекция суммы векторов, проекция вектора, умноженного на число). Теорема о координатах вектора относительно декартова базиса через ортогональные проекции.

5. Скалярное произведение векторов в векторной и в координатной формах. Геометрические и алгебраические свойства скалярного произведения векторов. Длина вектора, угол между векторами.

6. Векторное произведение векторов в векторной и в координатной формах. Геометрические и алгебраические свойства векторного произведения векторов. Построение ориентированной тройки векторов.

7. Смешанное произведение векторов в векторной и в координатной формах. Геометрические и алгебраические свойства смешанного произведения векторов. Двойное векторное произведение векторов.

8. Преобразование базиса на плоскости и в пространстве (вывод формул перехода от одного базиса к другому).

9. Преобразование системы координат на плоскости (вывод формул параллельного переноса и формулы поворота координатных осей).

10. Преобразование системы координат в пространстве (вывод формул параллельного переноса и формулы поворота координатных осей).

Уравнения в полярных координатах

Просмотр Редактировать Отчеты Оценить эссе

Дано уравнение эллипса

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Составить его полярное уравнение при условии, что направление полярной оси совпадает с направлением оси абсцисс, а полюс расположен в центре эллипса.

Ваш ответ

Абзац В I

11. Алгебраическая и трансцендентная линия на плоскости, порядок алгебраической линии. Теорема об инвариантности порядка алгебраической линии.

12. Алгебраическая и трансцендентная поверхность в пространстве, порядок алгебраической поверхности. Теорема об инвариантности порядка алгебраической поверхности.

13. Цилиндрическая и коническая поверхности, их направляющие и образующие. Теорема о цилиндрической и конической поверхностях. Типы цилиндров второго порядка, их канонические уравнения. Каноническое уравнение конуса второго порядка.

14. Общее уравнение прямой на плоскости. Неполные уравнения прямой на плоскости. Уравнение прямой на плоскости в отрезках. (В векторной и координатной формах). Признаки параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.

15. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей.

16. Нормальные уравнения плоскости и прямой на плоскости в векторной и координатной формах. Приведение общих уравнений плоскости и прямой на плоскости к нормальному виду. Расстояние и отклонение от точки до плоскости и от точки до прямой на плоскости.

17. Параметрические уравнения плоскости и прямой на плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.

18. Общее, каноническое и параметрические уравнения прямой в пространстве в векторной и координатной формах. Приведение общего уравнения прямой к каноническому виду.

19. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

20. Условия принадлежности прямой к плоскости. Условия принадлежности двух прямых к одной плоскости. Пучок и связка прямых. Пучок и связка плоскостей.

21. Эллипс (определение). Каноническое уравнение эллипса и исследование формы эллипса по его каноническому уравнению. Теорема (второе определение эллипса). Основные понятия: фокусы, фокальные радиусы, большая и малая полуоси, вершины, центр эллипса, центр симметрии и оси симметрии, эксцентриситет, директрисы эллипса.

22. Гипербола (определение). Каноническое уравнение гиперболы и исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению. Теорема (второе определение гиперболы). Основные понятия: фокусы, фокальные радиусы, действительная и мнимая полуоси, вершины, центр гиперболы, центр симметрии и оси симметрии, правая и левая ветви гиперболы, эксцентриситет, директрисы гиперболы, асимптоты гиперболы.

23. Парабола (определение). Каноническое уравнение параболы и исследование формы параболы по ее каноническому уравнению. Основные понятия: фокус, фокальный радиус, параметр параболы, вершина, ось симметрии, эксцентриситет, директриса параболы.

24. Касательные к эллипсу, гиперболе, заданных каноническим уравнением.

25. Касательная к параболе, заданной каноническим уравнением.

26. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду, основанное на переходе к новой системе координат и решении характеристического уравнения.

27. Инварианты линии второго порядка, определение типа линии второго порядка по ее инвариантам и приведение линии второго порядка к каноническому виду с помощью инвариантов.

28. Эллипсоид, сфера и их канонические уравнения. Исследование эллипсоида, сферы с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

29. Однополостный гиперболоид и его каноническое уравнение. Исследование однополостного гиперболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

30. Двуполостный гиперболоид и его каноническое уравнение. Исследование однополостного гиперболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

31. Эллиптический параболоид и его каноническое уравнение. Исследование эллиптического параболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

32. Гиперболический параболоид и его каноническое уравнение. Исследование гиперболического параболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

33. Поверхности вращения, линейчатые поверхности. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида.

34. Взаимное расположение поверхности второго порядка и прямой (возможные варианты и условия). Уравнение касательной линии и нормали к поверхности второго порядка; уравнение касательной плоскости (запись и вывод уравнения).

Примеры задачи по каждому из разделов курса:

1. Векторная алгебра

Найти проекцию вектора $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n} - \mathbf{p}$ на ось абсцисс и компоненту этого же вектора по оси ординат, если $\mathbf{m} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$, $\mathbf{n} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$ и $\mathbf{p} = 5\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$.

2. Линейные образы на плоскости и в пространстве

На оси z найти точку, равноудаленную от двух плоскостей $x + 4y - 3z - 2 = 0$ и $5x + z + 8 = 0$.

3. Линии второго порядка

Даны два фокуса кривой $F_1(1;1)$, $F_2(-2;-2)$ и одна из ее директрис: $x + y - 1 = 0$. Найдите уравнение этой кривой.

4. Поверхности второго порядка

К однополостному гиперболоиду $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1$ проведите касательную плоскость через прямую $\frac{x}{3} = \frac{y+9}{3} = \frac{z}{1}$.

В рамках групповой работы (работы в малых группах) обучающимся необходимо построить ментальную карту, отражающую связь основных понятий из разделов курса 1 и 2, а также связь с другими дисциплинами/предметными областями (помимо ИКТ, цифровых инструментов, групповой работы обеспечивается технология развития критического мышления).

Пример фрагмента ментальной карты обучающихся.



4. Контрольная работа в конце семестра состоит из решения практических задач по разделам 3 и 4. Студентам предлагается решить восемь задач, причем три из них – необязательные (рассчитаны на сильных студентов, за необязательные задачи студент может получить дополнительные баллы).

Примеры задачи по каждому из разделов курса:

1. Векторная алгебра

Найти проекцию вектора $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n} - \mathbf{p}$ на ось абсцисс и компоненту этого же вектора по оси ординат, если $\mathbf{m} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$, $\mathbf{n} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$ и $\mathbf{p} = 5\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$.

2. Линейные образы на плоскости и в пространстве

На оси z найти точку, равноудаленную от двух плоскостей $x + 4y - 3z - 2 = 0$ и $5x + z + 8 = 0$.

3. Линии второго порядка

Даны два фокуса кривой $F_1(1;1)$, $F_2(-2;-2)$ и одна из ее директрис: $x + y - 1 = 0$. Найдите уравнение этой кривой.

4. Поверхности второго порядка

К однополостному гиперболоиду $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1$ проведите касательную плоскость через прямую $\frac{x}{3} = \frac{y+9}{3} = \frac{z}{1}$.

5. Для обеспечения развивающего обучения в электронном курсе создан элемент типа «Глоссарий», в котором размещаются (как преподавателем, так и студентами) материалы, ссылки на источники, содержащие информацию о будущей профессиональной деятельности (формирующие научный и практический кругозор) и современном состоянии науки, техники и технологий (в частности, о сквозных технологиях цифровой экономики). Активность студентов в рамках данного элемента курса может быть поощрена дополнительными баллами (не более 3 баллов) к любому из оцениваемых Блоков работ по курсу (по выбору обучающегося). Также в «Глоссарий» размещаются все результаты работ по нетиповым заданиям курса (темы 1,3,5 раздела 1 и тема 1 разделов 2,4): каждое задание дополнительно оценивается в 3 балла.

Фрагмент глоссария:

Квантовое будущее криптографии

Из журнала "В мире науки"

 [Квантовое будущее криптографии.pdf](#)

Квантовые связи

Из журнала "В мире науки"

 [Квантовые компьютеры.pdf](#)

Криптография в цифровых технологиях

https://www.tadviser.ru/index.php/Статья:Криптография_в_цифровых_технологиях

П

Передача сигналов с шифрованием методом геометрической алгебры

<https://journals.vsu.ru/sait/article/view/3037>

Ф

Факторизация и шифрование на эллиптической кривой

<https://habr.com/ru/post/247179/>

Оцениваемая работа обучающегося по курсу в течение семестра разделена на три блока: 1) комплексная контрольная точка в середине семестра; 2) контрольная работа в конце семестра; 3) выполнение домашних работ в течение семестра.

Баллы по Блоку 1 формируются суммированием баллов за каждую из трех активностей в рамках комплексной контрольной точки: 1) ответ на теоретический вопрос; 2) решение практической задачи 3) групповая работа.

Баллы по Блоку 2 формируются суммированием баллов за каждую из 8 задач, 3 из которых – необязательные.

Баллы по Блоку 3 выставляются в соответствии количеством (в %) решенных на 3 балла домашних задач: 80-100% = 3 балла; 60-79% = 2 балла; 40-59% = 1 балл; менее 40% = 0 баллов. При этом количество попыток решить домашнюю задачу на 3 балла не ограничено.

Критерии оценки ответа на теоретический вопрос:

3 балла: полно раскрыто содержание материала вопроса; материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности; специальные термины используются правильно; определения и формулы приведены верно; допущены одна–две неточности при освещении вопросов, которые исправляются по замечанию преподавателя.

2 балла: вопрос изложен систематизировано и последовательно; формулы приведены верно; продемонстрировано умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер; в изложении допущены небольшие пробелы, не искажившие содержание ответа, или допущены один–два недочета при освещении содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя.

1 балл: неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; допущены ошибки в определении понятий и легко устранимые недочеты в записи формул, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов.

0 баллов: полностью отсутствует ответ; не раскрыто основное содержание вопроса; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части вопроса; допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии и записи формул, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.

Критерии оценки решения задачи:

3 балла: верно указан и использован метод решения задачи; получен полный и правильный ответ; при записи ответа допущена неточность, которая исправляется по замечанию преподавателя.

2 балла: верно указан и использован метод решения задачи; большая часть задачи решена; не рассмотрены все возможные решения; ответ записан правильно, но не является полным; при записи ответа допущена неточность, которая исправляется по замечанию преподавателя.

1 балл: допущены ошибки при использовании выбранного метода решения задачи; ответ не получен или получен неверный.

0 баллов: ответ отсутствует полностью; допущены ошибки при использовании выбранного метода решения задачи; ответ не получен или получен неверный.

Критерии оценки групповой работы по созданию ментальной карты:

3 балла: полно отражено содержание материала разделов курса; есть связь элементов курса с другими дисциплинами/предметными областями; связи между элементами верные, в определенной логической последовательности; специальные термины используются правильно; допущены одна–две неточности, которые исправляются по замечанию преподавателя.

2 балла: материал разделов курса изложен последовательно; отсутствует связь элементов курса с другими дисциплинами/предметными областями; связи между элементами верные, в определенной логической последовательности; специальные термины используются правильно; в изложении допущены небольшие пробелы, не искажившие содержание ответа, или допущены один–два недочета при освещении содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя.

1 балл: неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала разделов курса, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов.

0 баллов: полностью отсутствует ответ; не раскрыто основное содержание вопроса; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части вопроса; допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Экзамен в первом семестре проводится в письменной форме. Экзаменационное задание состоит из двух частей: одного теоретического вопроса и одной задачи. В рамках перечня теоретических вопросов и набора каждого из типов задач задания сопоставимы по сложности и затратам времени на выполнение. Поэтому данные задания не сведены в один экзаменационный билет, а выбираются студентом в случайном порядке по каждой позиции экзаменационного задания. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первая часть экзаменационного задания содержит теоретический вопрос, проверяющий ИОПК-3.1, ИОПК-3.3. Ответ на вопрос дается в развернутой форме.

Вторая часть проверяет ИОПК-3.2 и оформлена в виде практической задачи. Ответы на вопросы второй части предполагают решение задачи и краткую интерпретацию полученных результатов.

Перечень теоретических вопросов:

1. Векторы и линейные операции над ними. Свойства операций над векторами (векторная и координатная формы).

2. Условия линейной зависимости векторов (определения и теоремы). Условие коллинеарности двух векторов, условие компланарности трех векторов, условие ортогональности двух векторов.

3. Понятие векторного пространства; размерность и базис векторного пространства; координаты вектора. Аффинные и декартовы координаты точки; ориентация тройки векторов на плоскости и в пространстве.

4. Ортогональная проекция точки и ортогональная проекция вектора на прямую (плоскость); ортогональная проекция вектора на ось и свойства ортогональной проекции вектора на ось (проекция суммы векторов, проекция вектора, умноженного на число). Теорема о координатах вектора относительно декартова базиса через ортогональные проекции.

5. Скалярное произведение векторов в векторной и в координатной формах. Геометрические и алгебраические свойства скалярного произведения векторов. Длина вектора, угол между векторами.

6. Векторное произведение векторов в векторной и в координатной формах. Геометрические и алгебраические свойства векторного произведения векторов. Построение ориентированной тройки векторов.

7. Смешанное произведение векторов в векторной и в координатной формах. Геометрические и алгебраические свойства смешанного произведения векторов. Двойное векторное произведение векторов.

8. Преобразование базиса на плоскости и в пространстве (вывод формул перехода от одного базиса к другому).

9. Преобразование системы координат на плоскости (вывод формул параллельного переноса и формулы поворота координатных осей).

10. Преобразование системы координат в пространстве (вывод формул параллельного переноса и формулы поворота координатных осей).

11. Алгебраическая и трансцендентная линия на плоскости, порядок алгебраической линии. Теорема об инвариантности порядка алгебраической линии.

12. Алгебраическая и трансцендентная поверхность в пространстве, порядок алгебраической поверхности. Теорема об инвариантности порядка алгебраической поверхности.

13. Цилиндрическая и коническая поверхности, их направляющие и образующие. Теорема о цилиндрической и конической поверхностях. Типы цилиндров второго порядка, их канонические уравнения. Каноническое уравнение конуса второго порядка.

14. Общее уравнение прямой на плоскости. Неполные уравнения прямой на плоскости. Уравнение прямой на плоскости в отрезках. (В векторной и координатной формах). Признаки параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.

15. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. (В векторной и координатной формах). Признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей.

16. Нормальные уравнения плоскости и прямой на плоскости в векторной и координатной формах. Приведение общих уравнений плоскости и прямой на плоскости к нормальному виду. Расстояние и отклонение от точки до плоскости и от точки до прямой на плоскости.

17. Параметрические уравнения плоскости и прямой на плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.

18. Общее, каноническое и параметрические уравнения прямой в пространстве в векторной и координатной формах. Приведение общего уравнения прямой к каноническому виду.

19. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

20. Условия принадлежности прямой к плоскости. Условия принадлежности двух прямых к одной плоскости. Пучок и связка прямых. Пучок и связка плоскостей.

21. Эллипс (определение). Каноническое уравнение эллипса и исследование формы эллипса по его каноническому уравнению. Теорема (второе определение эллипса). Основные понятия: фокусы, фокальные радиусы, большая и малая полуоси, вершины, центр эллипса, центр симметрии и оси симметрии, эксцентриситет, директрисы эллипса.

22. Гипербола (определение). Каноническое уравнение гиперболы и исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению. Теорема (второе определение гиперболы). Основные понятия: фокусы, фокальные радиусы, действительная и мнимая полуоси, вершины, центр гиперболы, центр симметрии и оси симметрии, правая и левая ветви гиперболы, эксцентриситет, директрисы гиперболы, асимптоты гиперболы.

23. Парабола (определение). Каноническое уравнение параболы и исследование формы параболы по ее каноническому уравнению. Основные понятия: фокус, фокальный радиус, параметр параболы, вершина, ось симметрии, эксцентриситет, директриса параболы.

24. Касательные к эллипсу, гиперболе, заданных каноническим уравнением.

25. Касательная к параболе, заданной каноническим уравнением.

26. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду, основанное на переходе к новой системе координат и решении характеристического уравнения.

27. Инварианты линии второго порядка, определение типа линии второго порядка по ее инвариантам и приведение линии второго порядка к каноническому виду с помощью инвариантов.

28. Эллипсоид, сфера и их канонические уравнения. Исследование эллипсоида, сферы с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

29. Однополостный гиперболоид и его каноническое уравнение. Исследование однополостного гиперболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

30. Двуполостный гиперболоид и его каноническое уравнение. Исследование однополостного гиперболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

31. Эллиптический параболоид и его каноническое уравнение. Исследование эллиптического параболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

32. Гиперболический параболоид и его каноническое уравнение. Исследование гиперболического параболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

33. Поверхности вращения, линейчатые поверхности. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида.

34. Взаимное расположение поверхности второго порядка и прямой (возможные варианты и условия). Уравнение касательной линии и нормали к поверхности второго порядка; уравнение касательной плоскости (запись и вывод уравнения).

Примеры задачи по каждому из разделов курса:

1. Векторная алгебра

Найти проекцию вектора $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n} - \mathbf{p}$ на ось абсцисс и компоненту этого же вектора по оси ординат, если $\mathbf{m} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$, $\mathbf{n} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$ и $\mathbf{p} = 5\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$.

2. Линейные образы на плоскости и в пространстве

На оси z найти точку, равноудаленную от двух плоскостей $x + 4y - 3z - 2 = 0$ и $5x + z + 8 = 0$.

3. Линии второго порядка

Даны два фокуса кривой $F_1(1;1)$, $F_2(-2;-2)$ и одна из ее директрис: $x + y - 1 = 0$. Найдите уравнение этой кривой.

4. Поверхности второго порядка

К однополостному гиперболоиду $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1$ проведите касательную плоскость через прямую $\frac{x}{3} = \frac{y+9}{3} = \frac{z}{1}$.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Ответ на каждую часть экзаменационного задания оценивается по системе от 0 до 3 баллов. Экзамен считается состоявшимся, если в ходе экзамена студент набрал от 3 до 6 баллов. Экзаменационная оценка определяется суммой баллов, набранных студентом в течение семестра и в ходе экзамена.

Критерии оценки ответа на теоретический вопрос:

3 балла: полно раскрыто содержание материала вопроса; материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности; специальные термины используются правильно; определения и формулы приведены верно; допущены одна–две неточности при освещении вопросов, которые исправляются по замечанию преподавателя.

2 балла: вопрос изложен систематизировано и последовательно; формулы приведены верно; продемонстрировано умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер; в изложении допущены небольшие пробелы, не искажившие содержание ответа, или допущены один–два недочета при освещении содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя.

1 балл: неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; допущены ошибки в определении понятий и легко устранимые недочеты в записи формул, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов.

0 баллов: полностью отсутствует ответ; не раскрыто основное содержание вопроса; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части вопроса; допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии и записи формул, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.

Критерии оценки решения задачи:

3 балла: верно указан и использован метод решения задачи; получен полный и правильный ответ; при записи ответа допущена неточность, которая исправляется по замечанию преподавателя.

2 балла: верно указан и использован метод решения задачи; большая часть задачи решена; не рассмотрены все возможные решения; ответ записан правильно, но не является полным; при записи ответа допущена неточность, которая исправляется по замечанию преподавателя.

1 балл: допущены ошибки при использовании выбранного метода решения задачи; ответ не получен или получен неверный.

0 баллов: ответ отсутствует полностью; допущены ошибки при использовании выбранного метода решения задачи; ответ не получен или получен неверный.

В таблице 1 приведена шкала оценивания каждого блока, а в таблице 2 – шкала формирования оценки за курс.

Таблица 1 – Оценивание каждого из четырех блоков работы обучающегося по курсу

Оценка за блок	Количество баллов			
	Блок 1	Блок 2	Блок 3	Блок 4
«отлично»	7–9	15–24	3	5–6
«хорошо»	6	12	2	4
«удовлетворительно»	4–5	6–9	1	3
«неудовлетворительно»	0–3	0–3	0	0–2

Таблица 2 – Условия формирования оценки за курс

Оценка за курс	Условие формирования оценки за курс
«отлично»	Блок 1 = «отлично» Блок 2 = «хорошо» или «отлично» Блок 3 = «хорошо» или «отлично» Блок 4 = «отлично»
	Блок 1 = «отлично» Блок 2 = «отлично» Блок 3 = «удовлетворительно» Блок 4 = «отлично»
	Блок 1 = «хорошо» Блок 2 = «отлично» Блок 3 = «отлично» Блок 4 = «отлично»
	Блок 1 = «отлично» Блок 2 = «отлично» Блок 3 = «отлично» Блок 4 = «хорошо»
«хорошо»	Блок 1 = «хорошо» Блок 2 = «хорошо» или «отлично» Блок 3 = «хорошо» или «отлично» Блок 4 = «хорошо»
	Блок 1 = «отлично» или «хорошо» Блок 2 = «удовлетворительно» Блок 3 = «отлично» или «хорошо» Блок 4 = «отлично» или «хорошо»
	Блок 1 = «отлично» Блок 2 = «удовлетворительно» Блок 3 = «удовлетворительно» Блок 4 = «отлично»
	Блок 1 = «отлично» Блок 2 = «отлично» или «хорошо» Блок 3 = «неудовлетворительно» Блок 4 = «отлично»
«удовлетворительно»	Все случаи, за исключением случаев, определяющих оценку за курс как «отлично», «хорошо», «неудовлетворительно»
«неудовлетворительно»	Как минимум, за Блок 1 и Блок 4 = «неудовлетворительно». По Блокам 2 и 3 = «отлично» или «хорошо», или «удовлетворительно», или «неудовлетворительно»

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Задача (ИОПК-3.1).

Вычислите расстояние между параллельными плоскостями Н1 и Н2, где Н1: $2x + y - 2z - 15 = 0$, Н2: $4x + 2y - 4z - 24 = 0$.

Решение: чтобы найти расстояние между параллельными плоскостями, нужно найти модуль разности расстояний, на которых каждая их плоскостей проходит от начала координат, для чего приведём уравнение Н1 и Н2 к нормальному виду.

$$\text{Н1: } \left(\frac{-\text{sign}(-15)}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} \right) \cdot (2x + y - 2z - 15 = 0)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y - \frac{2}{3}z - 5 = 0,$$

$$\text{Н2: } \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y - \frac{2}{3}z - 4 = 0.$$

Плоскость Н1 находится на расстоянии 5 единиц от начала координат, а плоскость Н2 – на расстоянии 4 единиц от начала координат, а значит, расстояние между плоскостями Н1 и Н2 равно 1.

Ответ: расстояние между плоскостями Н1 и Н2 равно 1.

Задание (ИОПК-3.2).

1. Запишите каноническое уравнение гиперболы.
2. Дайте определение векторного произведения $[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$ в векторной форме.
3. Запишите каноническое уравнение прямой в пространстве в координатной форме и укажите координаты направляющего вектора.

Ответ:

$$1. \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

2. **Определение.** Векторным произведением вектора $\vec{x}$ на вектор $\vec{y}$ называется вектор $\vec{z}$, удовлетворяющий следующим условиям:

$$1. |\vec{z}| = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \sin(\angle \vec{x}, \vec{y}).$$

$$2. \text{ Вектор } \vec{z} \perp \vec{x} \text{ и } \vec{z} \perp \vec{y}.$$

$$3. \text{ Векторы } \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \text{ образуют правую тройку векторов.}$$

$$3. \frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p}, \text{ , направляющий вектор } \vec{a} = \{m, n, p\}$$

Задание (ИОПК-3.3).

Докажите теорему об инвариантности порядка алгебраической линии.

Информация о разработчиках

Данилюк Елена Юрьевна, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики НИ ТГУ.