

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:  
Декан

Л.В. Гензе

Рабочая программа дисциплины

**Теория групп**

по направлению подготовки

**01.04.01 Математика**

Направленность (профиль) подготовки :  
**Фундаментальная математика**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Магистр**

Год приема  
**2023, 2024**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
П.А. Крылов

Председатель УМК  
Е.А.Тарасов

Томск – 2023

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ПК-1 Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Освоить аппарат теории групп и основных принципов этой теории, позволяющих понимать и устанавливать связи между различными понятиями общей алгебры.

– Научиться применять понятийный аппарат и методов теории групп в научно-исследовательской работе и при решении практических задач профессиональной деятельности.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Первый семестр, зачет с оценкой

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 часов, из которых:

-лекции: 16 ч.

-практические занятия: 16 ч.

-в том числе практическая подготовка: 0 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Важнейшие подгруппы и теоремы о гомоморфизмах.

Нормализаторы и централизаторы. Подгруппы Фраттини и Фитинга. Теорема Кэли.

Факторы группы. Проблема характеристики простых групп.

Тема 2. Группа автоморфизмов.

Допустимые подгруппы. Теоремы о совершенных группах. Свободные группы.

Тема 3. Ряды групп и их классификации.  
Теоремы о рядах группы. Ряды централов и коммутантов.

Тема 4. Действия групп на множествах.  
Инвариантные подгруппы и подмножества. Транзитивные группы.

Тема 5. Теоремы Силова.  
Их обобщения и следствия. Конечные  $p$ -группы.

Тема 6. Упорядоченные группы.  
Положительные конусы. Теоремы о гомоморфизмах упорядоченных групп.  
Типы и способы упорядочений. Теорема Гельдера.

Тема 7. Нильпотентные группы. Общие свойства и примеры. Теоремы о конечных и конечно порожденных нильпотентных группах. Нильпотентные группы без кручения. Обобщения нильпотентности.

Тема 8. Разрешимые группы.  
Общие свойства и примеры. Разрешимые группы с условием максимальности (минимальности). Конечные разрешимые группы. Критерий сверхразрешимости.

## 9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, деловых игр по темам, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## 10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет с оценкой в первом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и две задачи, часто требующие владения навыков доказательства. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Вопрос 1. Докажите 2-ю теорему Силова.
2. Вопрос 2. В группе  $GL(2, \mathbb{R})$  найдите централизаторы матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ .
3. Докажите, что в бесконечной группе имеется бесконечное число подгрупп.

Примеры задач:

1. Задача 1.

Дано: пусть  $G = \{2^m \cdot 3^n \mid m, n \in \mathbb{Z}\}$  и  $\cdot$  - обычное умножение.

Требуется: доказать, что  $(G, \cdot)$  – группа и  $(G, \cdot) \cong \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ .

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Таблица 1. Система критериев при оценивании ответов на вопросы промежуточной аттестации

Полный, логически обоснованный ответ, изложенный кратко и ясно. Качественное выполнение тестов и домашних заданий, отсутствие пропусков и активное участие на занятиях может послужить дополнительным стимулом для оценки.	5
--	---

Полный ответ, но имеются некритичные логические несоответствия, при этом форма изложения достаточно ясная и понятная. Выполнение тестов и домашних заданий и участие на занятиях может послужить дополнительным стимулом для оценки.	4
Ответ не является полным (примерно 50%- 60%), но изложенная часть логически не противоречива и изложена ясно и понятно.	3
Ответ является неполным, менее 40%, изложение логически противоречиво. А также, если ответ логически противоречивый и недоказательный или отсутствует по сути.	2

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете LMS IDo <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=12762>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине: в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине.

Наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)		Самостоятельная работа (час.)	Контроль
		Лекции	Лабораторная работа		
<b>Тема 1. Важнейшие подгруппы и теоремы о гомоморфизмах.</b> Нормализаторы и централизаторы. Подгруппы Фраттини и Фитинга. Теорема Кэли. Факторы группы. Проблема характеристики простых групп.		2	2		
<b>Тема 2. Группа автоморфизмов.</b> Допустимые подгруппы. Теоремы о совершенных группах. Свободные группы и их свойства.		2	2		
<b>Тема 3. Ряды групп и их классификации.</b> Теоремы о рядах группы. Ряды централов и коммутантов.		2	2		
<b>Тема 4. Действия групп на множествах.</b> Инвариантные подгруппы и подмножества. Транзитивные группы.		2	2		
<b>Тема 5. Теоремы Силова.</b> Их обобщения и следствия. Конечные $p$ -группы.		2	2		
<b>Тема 6. Упорядоченные группы.</b> Положительные конусы. Теоремы о гомоморфизмах упорядоченных групп. Типы и способы упорядочений. Теорема Гельдера.		2	2		

<b>Тема 7. Нильпотентные группы.</b> Общие свойства и примеры. Теоремы о конечных и конечно порожденных нильпотентных группах. Нильпотентные группы без кручения. Обобщения нильпотентности.		2	2		
<b>Тема 8. Разрешимые группы.</b> Общие свойства и примеры. Разрешимые группы с условием максимальности (минимальности). Конечные разрешимые группы. Критерий сверхразрешимости.		2	2		
Итого		16	16		

г) Методические указания по проведению лабораторных работ.

Полностью и своевременно выполнять домашние задания и тесты. Для контроля следует использовать материалы лекций и семинарских занятий.

д) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

Чтение основной литературы, указанной в нижеприводимом списке. Для контроля усвоения материала следует самостоятельно повторять доказательства основных теорем курса, а также решать задачи и упражнения, указанные в литературе, использовать электронные ресурсы.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Курош А.Г. Теория групп. Лань, 2022. 648 с.
2. Шмидт О.Ю. Абстрактная теория групп. М.: Ленанд, 2015. 184 с.
3. М.И. Каргаполов, Ю.И. Мерзляков Основы теории групп. Лань. 2021. 288 с.

б) дополнительная литература:

1. Ляпин Е. С., Айзенштат А. Я., Лесохин М. М. Упражнения по теории групп. Лань, 2021. 272 с.
2. Крылов П.А., Туганбаев А.А., Чехлов А.Р. Упражнения по группам, кольцам и полям. М.: ФЛИНТА. 2017. 212 с.
3. Богопольский О.В. Введение в теорию групп. Москва-Ижевск: Инс. комп. иссл., 2002.

в) ресурсы сети Интернет, открытые онлайн-курсы:

- <https://academiait.ru/course/teoriya-grupp-lektsii/>
- <https://mipt.ru/online/hi-Math/teoriya-grupp-2-kurs-lektor-bogdanov-i-i.php>
- сайт журнала «Вестник Томского государственного университета. Математика и механика» <http://journals.tsu.ru/mathematics/>

## 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –  
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –  
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

в) профессиональные базы данных:

- [Web of Science](https://lib.tusur.ru/ru/resursy/bazy-dannyh/web-of-science) <https://lib.tusur.ru/ru/resursy/bazy-dannyh/web-of-science>
- [Scopus](https://lib.tusur.ru/ru/resursy/bazy-dannyh/scopus) <https://lib.tusur.ru/ru/resursy/bazy-dannyh/scopus>
- [zbMATH](https://lib.tusur.ru/ru/resursy/bazy-dannyh/zbmath) <https://lib.tusur.ru/ru/resursy/bazy-dannyh/zbmath>
- [Архив журналов РАН](https://lib.tusur.ru/ru/resursy/bazy-dannyh/arhiv-zhurnalov-ran) <https://lib.tusur.ru/ru/resursy/bazy-dannyh/arhiv-zhurnalov-ran>
- Университетская информационная система РОССИЯ – <https://uisrussia.msu.ru/>

#### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Лаборатории 2-го корп., оборудованные для проведения занятий в Moodle: 324, 316 и 319.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешенном формате («Актру»). Это аудитории 2-го корп.: 428, 121, 124, 302, 411, 423.

#### **15. Информация о разработчиках**

Чехлов Андрей Ростиславович, д.ф.-м.н., профессор каф. алгебры ТГУ.