

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:

Декан

Л. В. Гензе

Рабочая программа дисциплины

**Численные методы**

по направлению подготовки / специальности

**01.03.01 Математика**

**02.03.01 Математика и компьютерные науки**

**01.03.03 Механика и математическое моделирование**

Направленность (профиль) подготовки/ специализация:  
**Современная математика и математическое моделирование**  
**Вычислительная математика и компьютерное моделирование**  
**Теоретическая, вычислительная и экспериментальная механика**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Математик. Преподаватель / Математик. Аналитик / Математик. Исследователь**

**Математик. Преподаватель / Математик. Вычислитель /**

**Исследователь в области математики и компьютерных наук**

**Механик. / Механик. Исследователь**

Год приема

**2024, 2025**

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

Л.В. Гензе

Председатель УМК

Е.А. Тарасов

Томск – 2024

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук и механики в профессиональной деятельности.

ОПК-2 Способен разрабатывать, анализировать и внедрять математические модели в современной науке и технике, экономике и управлении.

ОПК-3 Способен разрабатывать и реализовывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК-1.1 Знает типовые постановки задач математики и механики, классические методы решения, теоретические основы методов и границы их применимости

РООПК-1.2 Способен адаптировать известные математические методы для решения поставленной задачи в области математики и механики

РООПК-1.3 Способен провести решение поставленной задачи в области математики и механики с использованием полученных фундаментальных знаний и получить результат

РООПК-2.1 Умеет обоснованно выбрать тип математической модели для формализации решаемой задачи

РООПК-2.2 Применяет стандартные и типовые действия при построении математической модели определенного типа

РООПК-2.3 Применяет подходы визуализации и представления результатов математического моделирования для апробации и демонстрации в виде отчетов, презентаций и научных текстов

РООПК-3.1 Владеет теоретическими основами программирования и алгоритмизации

РООПК-3.2 Способен реализовывать алгоритмы на языках программирования высокого уровня

РООПК-3.3 Способен разрабатывать программные алгоритмы при решении задач методами математики и механики

## **2. Задачи освоения дисциплины**

Подготовка специалиста к эффективному использованию численных методов в профессиональной деятельности при решении научно-практических задач. При этом большое внимание уделяется теоретической оценке эффективности как известных, так и вновь создаваемых численных методов, вопросам оценки их погрешности, устойчивости и сходимости.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Шестой семестр, зачет; седьмой семестр, экзамен

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: математический анализ, алгебра, функциональный анализ,

дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, программирование.

## 6. Язык реализации

Русский

## 7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 з.е., 252 часа, из которых:

В шестом семестре

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

В седьмом семестре

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## 8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

### Шестой семестр

**Тема 1. Обзор истории развития вычислительной техники и теории численных методов.** Математическое моделирование. Основные этапы вычислительного эксперимента на ЭВМ. Триада: модель, метод, программа. Составные части погрешности решения задач на ЭВМ. Требования к численным методам: точность, устойчивость, экономичность.

**Тема 2. Задачи интерполирования многочленами.** Теорема о существовании и единственности обобщенного интерполяционного многочлена. Интерполирование алгебраическими многочленами: многочлен Лагранжа и его единственность. Погрешность интерполирования. Разделенные разности и их свойства Построение многочлена Ньютона и оценка погрешности. Интерполирование в случае равноотстоящих узлов: конечные разности и их свойства; интерполяционные формулы Ньютона. Многочлены Чебышева и их свойства. Минимизация оценки погрешности интерполяции.

**Тема 3. Интерполяция и приближение функций сплайнами.** Линейный сплайн. Эрмитов сплайн. Построение кубического сплайна класса  $C^2[a, b]$ . Теорема о сходимости интерполирования кубическими сплайнами. Тригонометрическая интерполяция. Приближение рациональными функциями. Дробно - линейная интерполяция. Наилучшее среднеквадратичное приближение; наилучшее равномерное приближение. Метод наименьших квадратов. Построение эмпирической формулы по экспериментальным данным.

**Тема 4. Численное дифференцирование.** Некорректность задачи численного дифференцирования. Формулы численного дифференцирования на основе теории интерполирования: через разделенные разности; безразностные формулы через многочлен Лагранжа; через конечные разности. Метод неопределенных коэффициентов построения формул численного дифференцирования. Улучшение аппроксимации производных по правилу Рунге.

**Тема 5. Численное интегрирование.** Квадратурные формулы Ньютона-Котеса открытого и замкнутого типа. Обобщенные квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Правило Рунге. Основная теорема о свойстве  $w(x)$ . Существование и единственность квадратурных формул наивысшей алгебраической степени точности. Теорема о корнях  $w(x)$ . Свойства квадратурных формул Гаусса. Общий вид  $w(x)$  при  $P(x) = 1$ . Весовые функции и ортогональные многочлены. Остаточный член формул Гаусса.

## Содержание практических занятий, структурированное по темам

**Тема 1. Задачи интерполирования многочленами.** Интерполяционный многочлен Лагранжа Интерполирование сплайнами (линейный сплайн, кубический сплайн).

**Тема 2. Численное дифференцирование.** Простейшие формулы численного дифференцирование. Формулы численного дифференцирования на основе теории интерполирования.

**Тема 3. Численное интегрирование.** Квадратурные формулы Ньютона-Котеса, Гаусса. Обобщенные квадратурные формулы (вычисление интеграла с заданной точностью, правило Рунге).

## Седьмой семестр

**Тема 6. Постановка задач для ОДУ (одно уравнение и система уравнений) и примеры задач к ним сводящихся.** Пример плохо обусловленной задачи. Метод Пикара и метод разложения решения в ряд Тейлора.

**Тема 7. Классификация численных методов решения задачи Коши для ОДУ.** Одношаговые, многошаговые, явные, неявные, с забеганием вперед. Методы Рунге-Кутты построения одношаговых правил решения задачи Коши: рекуррентные формулы методов 1, 2, 3 порядков точности. Их геометрическая интерпретация, локальная и глобальная погрешность методов. Обобщение методов Рунге-Кутты на случай систем.

**Тема 8. Многошаговые методы решения задачи Коши.** Экстраполяционные формулы Адамса-Бешфорта (явные); интерполяционные формулы Адамса-Моултона (неявные); формулы типа Коуэлла с забеганием вперед. Организация вычислений. Устойчивость численных методов решения задач Коши.

**Тема 9. Жесткие системы ОДУ.** Определение жесткой системы ОДУ. Примеры жестких систем и иллюстрация на них основных проблем численного решения жестких систем ОДУ. Примеры исследования на А-устойчивость неявных разностных схем высокого порядка точности. О методе Гира решения жестких систем уравнений.

**Тема 10. Разностные методы решения краевых задач для ОДУ.** Основные определения теории конечно-разностных схем: погрешности аппроксимации, устойчивости, сходимости. Шаблон схемы. Оценка погрешности аппроксимации разностной схемы с трехточечным шаблоном для ОДУ второго порядка. Принцип максимума (минимума). Однозначная разрешимость разностной краевой задачи. Метод прогонки.

**Тема 11. Численные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных параболического, эллиптического и гиперболического типов.** Явные и неявные схемы для уравнений параболического типа (на примере уравнения теплопроводности). Разностные схемы для уравнений эллиптического типа на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона и уравнений гиперболического типа. Вопросы существования и единственности решения системы разностных уравнений. Исследование аппроксимации, устойчивости и сходимости разностных схем.

**Тема 12. Экономичные разностные схемы.** Схема расщепления метода дробных шагов и метода суммарной аппроксимации.

**Тема 13. Разностные методы решения интегральных уравнений.** Основные виды линейных интегральных уравнений. Связь между дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерры 2-го рода. Метод квадратур численного решения интегральных уравнений Фредгольма. Применение метода квадратур к численному решению интегральных уравнений Вольтерры. Метод замены ядра уравнения на вырожденное ядро.

## **Содержание практических занятий, структурированное по темам**

**Тема 4. Классификация численных методов решения задачи Коши для ОДУ.** Задача Коши для ОДУ 1-го порядка. Одношаговые методы Рунге-Кутты. Многошаговые методы Адамса.

**Тема 5. Жесткие системы ОДУ.** Решение жестких систем ОДУ. Явный и неявный методы Эйлера.

**Тема 6. Разностные методы решения краевых задач для ОДУ.** Краевая задача первого, второго или третьего рода для ОДУ 2-го порядка.

**Тема 7. Численные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных параболического, эллиптического и гиперболического типа.** Явные и неявные схемы для уравнений параболического типа на примере одномерного уравнения теплопроводности. Явные и неявные схемы для уравнений эллиптического типа на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа.

**Тема 8. Разностные методы решения интегральных уравнений.** Метод квадратур численного решения интегральных уравнений Фредгольма

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, коллоквиумов по лекционному материалу, выполнения и защиты индивидуальных заданий по практике, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Зачет в шестом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит пять теоретических вопросов. Продолжительность зачета 0,75 часа.

При получении зачета учитываются следующие факторы:

посещаемость студентом лекций и практических занятий, отсутствие на занятиях по неуважительной причине, подготовка в срок индивидуальных заданий и успешные ответы на вопросы в билете и на дополнительные вопросы. Эти же факторы учитываются при промежуточной аттестации.

Приводится примерный перечень теоретических вопросов, используемых в билетах на зачете.

1. Математическое моделирование. Основные этапы численного эксперимента на ПЭВМ. Триада: модель, метод, программа. Составные части погрешности решения задач на ПЭВМ. Требования к численным методам на современном этапе: точность, устойчивость, экономичность. Пример плохо обусловленной задачи.
2. Интерполяция и экстраполяция функции одной переменной. Общая постановка задачи интерполирования многочленами. Теорема о существовании и единственности обобщенного интерполяционного многочлена.
3. Погрешность интерполирования. Теорема об оценке погрешности метода.
4. Разделенные разности и их свойства. Построение многочлена Ньютона и оценка погрешности.
5. Построение кубического сплайна класса  $C^2[a, b]$ .
6. Некорректность задачи численного дифференцирования. Характер поведения погрешности.

7. Основные подходы к построению формул численного интегрирования: интерполяционные квадратурные формулы; квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности; наилучшая оценка на классе функций.
8. Формула средних прямоугольников: построение, обобщение; оценка погрешности.

**Примеры индивидуальных заданий, выполняемых студентами на практических занятиях.**

**Индивидуальное задание №1.**

**Задача № 1.** Найти с помощью интерполяции корень уравнения  $f(x) = 0$ , если  $f(0) = 12$ ,  $f(1) = 4$ ,  $f(2) = -4$ ; вычислить  $z = 30x$ .

**Задача № 2.** Найти с помощью интерполяции корень уравнения  $f(x) = 0$ , если  $f(0) = 5$ ,  $f(2) = 1$ ,  $f'(0) = 0$ . Вычислить  $z = x^4$ .

**Задача № 3.** С помощью обратной интерполяции найти корень уравнения  $f(x) = 8$ , если

$$f(1) = 0, \quad f(3) = 1, \quad f(5) = 2. \text{ Вычислить } z = x^4.$$

**Задача № 4.** Найти  $d, k, e$  такие, чтобы разность

$$-\frac{1}{3}f(x) - \frac{1}{5}f\left(x + \frac{1}{7}h\right) + df(x) + kf(x - eh)$$

имела максимальный порядок по  $h$ .

Для заданной функции  $y=f(x)$ ,  $x \in [a, b]$ , построить линейный и кубический сплайн. Оценить погрешность полученных приближений на каждом элементарном отрезке  $[x_{i-1}, x_i]$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ .

Вариант №1.

$$a = 0, \quad b = \pi, n = 10; y = \sin(x).$$

Вариант №2.

$$a = -\frac{\pi}{2}, \quad b = \frac{\pi}{2}; n = 10, y = \cos(x).$$

Вариант №3.

$$a = -1, b = 1, n = 10, y = 1/(1 + 25x^2).$$

Вариант №4.

$$a = -1, b = 1, n = 10, y = \exp(x).$$

**Индивидуальное задание №2.**

- 1) Показать некорректность задачи численного дифференцирования на примере конечной разности:

а)  $\frac{u_{j+1} - u_j}{h}$ ;

б)  $\frac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2h}$ ;

г)  $\frac{u_j - u_{j-1}}{h}$ ;

д)  $\frac{u_{j+1} - 2u_j + u_{j-1}}{h^2}$ .

- 2) Задана функция :

а)  $y=\sin(x), x \in [0,1]$ ;

б)  $y=\cos(x), x \in [0,1]$ ;

в)  $y=\ln(x+2), x \in [0,1]$ ;

г)  $y=\exp(-x), x \in [0,1]$

в узлах сетки  $\bar{\omega}_h = \{x_j | x_j = jh, j = \overline{0, n}\}, n = 10$ .

Вычислить производную  $y'$  или  $y''$  от таблично заданной функции с помощью формул численного дифференцирования на основе теории интерполирования и сравнить с точным значением.

### Индивидуальное задание №3.

Вычислить определенный интеграл, используя одну из формул численного интегрирования:

- а) Формулу Гаусса (для  $n=5, 6, 7$  или  $8$ ); б) Ньютона-Котеса открытого ( $m=1$ ) и замкнутого ( $m=0$ ) типа (для  $n=5,6,7$  или  $8$ );
- в) по одной из обобщенных формул с точностью  $\varepsilon$ : прямоугольников, трапеций, Симпсона.

Экзамен в седьмом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

При получении экзамена учитываются следующие факторы:

посещаемость студентом семинаров, отсутствие на занятиях по неуважительной причине, выполнение заданий в срок, написание и защита отчетов по индивидуальным заданиям, ответ на вопрос в билете и на дополнительные вопросы. Эти же факторы учитываются при промежуточной аттестации.

По ответам на вопросы на экзамене и по итогам защиты каждого индивидуального задания может быть поставлена максимальная оценка 5 баллов. При ответе на вопросы и защите отчетов оценивается полнота, точность, логичность и аргументированность изложения материала.

Таблица 1

Оценка	Критерии соответствия
5	Правильно и развернуто изложен материал каждого вопроса и отчета по индивидуальным заданиям соответствующего раздела. Студент полно, четко и логично излагает материал вопроса и защищаемый материал задания.
4	Правильно изложен материал каждого вопроса и отчета по индивидуальным заданиям, но не весь материал изложен развернуто и логически структурировано.
3	В целом правильно изложен материал каждого вопроса и защищаемого отчета по заданию, но изложение носит поверхностный характер и с нарушением логики изложения.
2	Материал ответа на каждый вопрос и защищаемых отчетов по заданиям представлен очень поверхностно и с нарушением логики изложения. Студент очень плохо

	владеет основными концепциями дисциплины. Допущены существенные терминологические и фактические ошибки.
1	Неверно изложен материал на вопросы билета, каждый отчет по индивидуальным заданиям написан с грубыми ошибками или отчеты вообще не подготовлены к защите.

Приводится примерный перечень теоретических вопросов, используемых в билетах на зачете.

1. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.
2. Теорема Лакса о связи аппроксимации, устойчивости и сходимости.
3. Явный и неявный методы Эйлера. О вычислениях по этим методам в случае решения задачи Коши.
4. Постановка задачи Коши для ОДУ первого порядка. Методы Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ первого порядка. Идея.
5. Понятие порядка точности метода Рунге-Кутты. Об оценке погрешности метода Рунге-Кутты.
6. Три типа граничных задач для уравнения эллиптического типа.
7. Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
8. Методом неопределенных коэффициентов построить разностную схему с шаблоном крест для уравнения Лапласа.
9. Построение формулы Коллатца для численного решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
10. Принцип максимума (минимума) применительно к уравнению эллиптического типа.
11. Уравнения параболического типа в частных производных. Три типа краевых задач.
12. Методом неопределенных коэффициентов построить схему с шаблоном треугольник для численного решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
13. Исследовать на устойчивость методом гармоник по начальным данным явную схему с шаблоном треугольник, аппроксимирующую уравнение теплопроводности.
14. Методом неопределенных коэффициентов построить схему с шаблоном перевернутый треугольник для численного решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
15. Исследовать на устойчивость методом гармоник по начальным данным неявную схему с шаблоном перевернутый треугольник, аппроксимирующую уравнение теплопроводности.
16. Третья краевая задача для уравнения теплопроводности. Использование неявной схемы (перевернутый треугольник). Метод прогонки.
17. Постановка краевых задач для волнового уравнения второго порядка.
18. Метод сеток решения задачи Коши для волнового уравнения. Об областях зависимости дифференциального уравнения и разностной схемы.
19. Постановка краевых задач для уравнения переноса первого порядка. О задании дополнительных граничных условий для разностных схем (уравнение переноса).
20. Анализ нормальных мод. Пояснить на примере.
21. Основные виды интегральных уравнений. Связь между дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Фредгольма 2-го рода.

**Примеры индивидуальных заданий, выполняемых студентами на практических занятиях.**

#### **Индивидуальное задание №1.**

Решить задачу Коши для ОДУ первого порядка:

- одношаговым методом (Эйлера, трапеций или методом Рунге-Кутты высокого порядка точности;
- экстраполяционным и интерполяционным методами Адамса;

- по правилу Рунге оценить погрешность одношагового метода и уточнить значения решения.

### **Индивидуальное задание №2.**

Показать, является ли система ОДУ жесткой и найти ее численное решение каким-либо неявным методом. Экспериментально установить величину «пограничного слоя».

### **Индивидуальное задание №3.**

Построить разностную схему, аппроксимирующую поставленную задачу для ОДУ второго порядка. Установить порядок аппроксимации и доказать корректность разностной задачи. Получить численное решение методом прогонки и показать его сходимость. Исследовать устойчивость метода прогонки.

### **Индивидуальное задание №4.**

Решить краевую задачу для уравнения теплопроводности, используя явную (неявную) разностную схему. Исследовать погрешность аппроксимации, устойчивость и сходимость получающегося численного метода.

Решить методом сеток задачу Дирихле для уравнения Пуассона (Лапласа) в некоторой прямоугольной области  $G$ . Оценить погрешность аппроксимации соответствующей разностной схемы. Показать устойчивость и разрешимость.

Решить краевую задачу для волнового уравнения методом сеток. Установить порядок аппроксимации, исследовать устойчивость и сходимость разностной схемы.

### **Индивидуальное задание №5.**

Найти приближенное решение интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода методом квадратур с использованием одной из обобщенных формул: средних прямоугольников, трапеций, Симпсона.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## **11. Учебно-методическое обеспечение**

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle»  
6й семестр - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=13886>  
7й семестр - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=13891>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План практических занятий по дисциплине (шестой семестр).

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Интерполирование сплайнами (линейный сплайн, кубический сплайн).
2. Простейшие формулы численного дифференцирования. Формулы численного дифференцирования на основе теории интерполирования.
3. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса, Гаусса. Обобщенные квадратурные формулы (вычисление интеграла с заданной точностью, правило Рунге).

План практических занятий по дисциплине (седьмой семестр).

4. *Задача Коши для ОДУ 1-го порядка. Одношаговые методы Рунге-Кутты. Многошаговые методы Адамса.*
5. Решение жестких систем ОДУ. Явный и неявный методы Эйлера.

6. Краевая задача первого, второго или третьего рода для ОДУ 2-го порядка.
7. Явные и неявные схемы для уравнений параболического типа на примере одномерного уравнения теплопроводности. Явные и неявные схемы для уравнений эллиптического типа на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа.
8. Метод квадратур численного решения интегральных уравнений Фредгольма.

В ходе реализации дисциплины используются классические образовательные технологии: практические занятия, самостоятельное выполнение индивидуальных заданий, промежуточная аттестация в виде проверки индивидуальных заданий, и рекомендованной литературы. Самостоятельная работа включает: освоение теоретических положений лекционного курса, практическое выполнение заданий, подготовку к зачету, а затем к экзамену. Успешная самостоятельная работа над материалом дисциплины обеспечивается:

- лекционным материалом;
- списком вопросов для самостоятельной проверки знаний при подготовке к зачету и экзамену;
- списком литературы, включающим учебники и книги по изучаемым в дисциплине вопросам

Все индивидуальные задания и вопросы к билетам подобраны таким образом, чтобы стимулировать психологическую установку студентов на формирование связи между математической теорией и ее практическим применением. Учат студентов способности проводить научно-исследовательские разработки (алгоритмы и компьютерные программы) по указанным темам, пригодные для практического применения. Вырабатывают умение оценивать полученные результаты и формулировать выводы по результатам проведенных исследований.

Результатами освоения дисциплины являются следующие:

умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии (в том числе с применением многопроцессорных систем) для решения различных задач в области профессиональной деятельности;

умение отбора среди существующих математических методов, наиболее подходящих для решения конкретной прикладной задачи, в том числе с применением современных вычислительных систем.

Задания оформляются в виде отчетов, включающих теоретическую часть, полученные результаты и их анализ. Каждый отчет защищается студентом.

Студенты должны внимательно относиться к подготовке к коллоквиумам и зачету, ответственно подходить к самостоятельной работе и уверенно отвечать на вопросы тестов текущего контроля.

## **12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет**

а) основная литература:

1. Садовничий В.А. Математика в созвездии наук. Избранные выступления.- МГУ, 2018г.- 254с.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы : [учебное пособие] / Н.Н. Калиткин ; под ред. А.А. Самарского. – 2-е изд., [испр.]. – СПб. : БХВ-Петербург, 2014, 2011. – 586 с.
3. Бахвалов Н. С. Численные методы : [учебное пособие] / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. – 7-е изд. – М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2011. – 636 с.
4. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. – М., 2013.-847с.
5. Самарский А.А., Михайлов А.П. математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры.-М., Физматлит,2001.-320с.

6. Амосов А.А. и др. Вычислительные методы для инженеров. – СПб: Лань, 2014.-671 с.
7. Меркулова Н.Н., Михайлов М.Д. Методы приближенных вычислений. Томск: издательский дом ТГУ, 2014.-762 с.
7. Шарый С.П. Курс вычислительных методов. Новосибирск., 2014. - 501с.
8. Баркалов К.А. Методы параллельных вычислений. Н. Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского, 2011.-124с.

б) дополнительная литература:

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. -М.: Наука, 1962, 1966, т. 1-2.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы.: -М.: Наука, 1976, 1977, т.1-2.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. Учебное пособие. -М.: Наука, 1980.-535 с.
4. Самарский А.А. Теория разностных схем. Учебное пособие. -М.: Наука, 1983. -616 с.
5. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. -М.: Наука, 1989. -430 с.
6. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижиков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях.. -М.: Высшая школа, 2000. -190 с.
7. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. –М.: Наука, 1972. -400с.
8. Каханер Д., Моулер К., Нэш С. Численные методы и программное обеспечение. - М. Мир, 1998.-575с.
9. Берцун В.Н. Сплаины сеточных функций. –Томск: Изд-во ТМЛ - Пресс, 2007. -136 с.
10. Копченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. -М.: Наука, 1972. -367 с.
11. Ракитский Ю.В., Устинов С.М., Черноуцкий И.Г. Численные методы решения жестких систем. М.: Наука, 1979. -208 с.
12. Квасов Б.И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Часть 1, II. Новосибирск.-2009.
13. Ивлев В.В. Математический анализ. Избранное. М. Икар. 2018.
14. Ильин В.П. Методы конечных разностей и конечных объемов для эллиптических уравнений. –Новосибирск.-2000.-345с.

в) ресурсы сети Интернет:

- открытые онлайн-курсы
- сайт журнала «Вестник Томского государственного университета. Математика и механика» <http://journals.tsu.ru/mathematics/>
- Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система. <http://www.consultant.ru/>

### 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- в) профессиональные базы данных (*при наличии*):
  - <http://e-science.sources.ru/> – портал естественных наук
  - Университетская информационная система РОССИЯ – <https://uisrussia.msu.ru/>
  - Единая межведомственная информационно-статистическая система (ЕМИСС) – <https://www.fedstat.ru/>.

#### **14. Материально-техническое обеспечение**

Оборудование аудитории для проведения занятий лекционного типа:  
Интерактивный набор (доска InterWrite, экран, 2 проектора EPSON)  
1 Компьютер

Оборудование аудиторий для проведения практических занятий и самостоятельной работы студентов:

##### **314 ауд.**

Интерактивный набор (доска InterWrite, экран, 2 проектора EPSON)

16 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:

- операционные системы: Microsoft Windows 10.
- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX+ TeXstudio, Libre Office.
- средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran Compiler 2015 (Parallel Studio), CUDA Toolkit 10.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++, Fortran), Qtcreator, cmake, python3 (anakonda3), Visual Studio Code, R-lang, node.js, Pycharm, free pascal, python3 (anakonda3).
- математические пакеты: PTC Mathcad 15, Mathematica 8, Maple 15, Matlab R2015.
- пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer.
- пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit.
- Утилиты для получения удаленного доступа Winscp, Putty, Xming.
- утилиты 7zip, Adobe Acrobat Reader, DjVu Reader, Far manager, Mozilla Firefox, Notepad++.

##### **316 ауд.**

Интерактивный набор (доска InterWrite, экран, 2 проектора EPSON)

16 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:

- операционные системы: Microsoft Windows 7
- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX 2.9+Texmaker+TeXstudio, Libre Office.
- средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran Compiler 2015, CUDA Toolkit 9.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++, Fortran), PGI fortran, python3 (anakonda3).
- математические пакеты: PTC Mathcad 15, Maple 15, Matlab R2015; Statistica 10, Mathematica 8
- пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer.
- пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit.
- Утилиты для получения удаленного доступа Winscp, Putty, Xming.

- утилиты 7zip, Adobe Acrobat Reader, DjVu Reader, Far manager, Mozilla Firefox, Notepad++.

**319 ауд.**

Интерактивный набор (доска Smart с проектором, экран и проектор EPSON)  
13 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:

- операционные системы: Microsoft Windows 7
- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX 2.9;
- средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran Compiler 2015, CUDA Toolkit 9.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++, Fortran), python3 (anakonda3).
- математические пакеты: PTC Mathcad 15, Maple 15, Matlab R2015.
- пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer.
- пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit.
- утилиты для получения удаленного доступа Winscp, Putty, Xming

### **15. Информация о разработчиках**

Старченко Александр Васильевич, д.ф.-м.н., профессор, каф. ВМиКМ, зав. каф.  
Михайлов Михаил Дмитриевич, каф. ВМиКМ, ст. преподаватель  
Лаева Валентина Ивановна, каф. ВМиКМ, ст. преподаватель