

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:  
Директор  
А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Теория вероятностей

по направлению подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки:  
**Прикладная математика и инженерия цифровых проектов**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2025**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
Д.Д. Даммер

Председатель УМК  
С.П. Сущенко

Томск – 2025

## **1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.

ИОПК-1.2. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.

ИОПК-1.3. Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.

ИОПК-1.4. Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.

ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.

ИОПК-3.2. Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.

ИОПК-3.3. Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.

ИОПК-3.4. Демонстрирует понимание и умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности.

## **2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания**

Элементы текущего контроля:

- контрольные работы;
- самостоятельные работы;
- коллоквиумы;
- тесты;

Индикаторы ИОПК-1.1 и ИОПК-1.2 проверяются в ходе текущего контроля по дисциплине в виде самостоятельных, контрольных работ, коллоквиумов, тестовых заданий. Студент должен выполнить задания текущего контроля прежде, чем приступить к итоговому контролю. Выполнение всех заданий текущего контроля является обязательным условием получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно». При невыполнении заданий текущего контроля ставится оценка «неудовлетворительно».

**Оценочные мероприятия текущего контроля. Контрольная работа**

Оценивание контрольной работы осуществляется по следующей системе.

Контрольная работа содержит 5 заданий.

Оценка «отлично» ставится, если решены все задания верно.

Оценка «хорошо» ставится, если решены 4 задания верно.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если решены 3 задания верно.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если решены не более двух заданий задания верно.

### Примеры типовых контрольных заданий

#### Контрольная работа 1 (ИОПК-1.1 ИОПК-1.2)

##### Билет №1.

1. Из полной колоды карт (52) карты вынимают наугад сразу 3 карты. Найти вероятность того, что этими картами будут: а) тройка, семёрка, дама б) три туза?  
Ответ: 0.003; 0.00018
2. Два человека В и С условились встретиться в определённом месте между двумя и тремя часами дня. Пришедший первым ждёт другого в течение 10 минут, после чего уходит. Найти вероятность встречи этих лиц, если каждый из них может прийти в любое время в течение указанного часа независимо от другого.  
Ответ: 11/36
3. В урне 12 красных, 8 зелёных и 10 синих шаров. Наудачу вынимаются 2 шара. Какова вероятность того, что вынутые шары разного цвета, если известно, что не вынут синий шар?  
Ответ: 0.5052
4. Найти вероятность того, что кровь от случайно выбранного донора подойдёт для переливания нуждающемуся человеку, если в составе населения лица с I-ой группой крови составляют 33%, со II-ой – 37%, с III-ей – 22% и с IV-ой – 8%, а кровь некоторой группы можно переливать только лицам с той же или большей по номеру группой крови.  
Ответ: 0.6503
5. В одном из поселков Томской области из каждого 100 семей 80 имеют моторные лодки. Найти вероятность того, что от 300 до 360 (включительно) семей из 400 имеют моторные лодки.  
Ответ: 0.9938

#### Контрольная работа 2 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2)

##### Билет №1.

1. В первой урне содержится 6 белых и 4 черных шара, а во второй 3 белых и 7 черных шаров. Из первой урны берут наудачу 2 шара и перекладывают во вторую урну, а затем из второй урны берут наудачу один шар и перекладывают в 1-ую урну. Составить законы распределения числа белых шаров в первой и второй урне. Построить функцию распределения.

Ответ:

$\xi_i$	4	5	6	7
$p_i$	$\frac{70}{360}$	$\frac{178}{360}$	$\frac{100}{360}$	$\frac{12}{360}$

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 4 \\ \frac{70}{360}; & 4 < x \leq 5 \\ \frac{248}{360}; & 5 < x \leq 6 \\ \frac{348}{360}; & 6 < x \leq 7 \\ 1; & x > 7 \end{cases}$$

2. Непрерывная случайная величина имеет функцию распределения вероятностей:

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq A \\ \frac{1}{2}\sqrt{x} - 1, & A < x \leq B \\ 1, & x > B \end{cases}$$

Найти значение параметра  $A, B$ ; б) плотность распределения вероятностей.

Ответ:  $A=4, B=16$ ,

$$p_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{4\sqrt{x}}, & 4 < x \leq 16 \\ 0, & x \leq 4, x > 16 \end{cases}$$

3. Известно, что случайная величина имеет экспоненциальное распределение с параметром 3. Докажите, что математическое ожидание и дисперсия определяются выражениями соответственно:  $1/3, 1/9$ . (Используйте определения мат. ожидания и дисперсии)

4. Случайная величина  $(\xi, \eta)$  имеет плотность вероятностей:

$$p_{\xi\eta}(x, y) = \frac{C}{1+x^2+y^2+x^2y^2}, \quad -\infty < x < \infty, \quad -\infty < y < \infty.$$

Определить коэффициент  $C$ . Найти одномерные плотности вероятностей.

Ответ:

$$C = \frac{1}{\pi^2}$$

$$p_{\xi}(x) = \frac{1}{\pi^2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)(1+y^2)} dy = \frac{1}{\pi^2(1+x^2)} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+y^2)} dy = \frac{1}{\pi^2(1+x^2)} \cdot \pi = \frac{1}{\pi(1+x^2)},$$

$$-\infty < x < \infty,$$

$$p_{\eta}(y) = \frac{1}{\pi^2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)(1+y^2)} dx = \frac{1}{\pi^2(1+y^2)} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)} dx = \frac{1}{\pi^2(1+y^2)} \cdot \pi = \frac{1}{\pi(1+y^2)},$$

$$-\infty < y < \infty.$$

5. Найти распределения вероятностей, которым соответствуют следующие производящие функции:

a)  $\frac{1}{4}(1+z)^2$ ; б)  $e^{\lambda(z-1)}$ ,  $\lambda > 0$ .

Ответ:

$\xi_k$	0	1	2
$p_k$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

a)

б)  $p_k = P\{\xi = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$  – распределение Пуассона,  $\xi \sim P(\lambda)$ .

### Оценочные мероприятия текущего контроля. Коллоквиум.

Оценка за коллоквиум осуществляется по следующей системе.

Билет содержит 1 вопрос. Оценивается по пятибалльной системе.

Оценка «отлично» ставится, если студент продемонстрировал глубокое понимание теории по предмету, изложил правильно формулировки теорем, определений, доказательство утверждений и теорем.

Оценка «хорошо» ставится, если студент продемонстрировал понимание теории по предмету, изложил правильно формулировки теорем, определений, доказательство утверждений и теорем с несущественными ошибками.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент продемонстрировал неглубокое понимание теории по предмету, изложил верно формулировки теорем, определений, доказательство утверждений и теорем с существенными ошибками.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент не продемонстрировал понимание теории по предмету, изложил не верно формулировки теорем, определений, без доказательства утверждений и теорем.

### Коллоквиум 1 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2)

1. Описание и аксиоматическое определение случайного события.
2. Операции над событиями.
3. Классическое определение вероятности.
4. Геометрическое определение вероятности.
5. Аксиоматическое определение вероятности.
6. Формула полной вероятности.
7. Различные варианты формулы полной вероятности.
8. Формула Байеса.
9. Схема Бернулли. Биномиальное распределение.
10. Теоремы Муавра-Лапласа.
11. Теорема Пуассона. Простейший поток однородных событий.
12. Функции множеств и их свойства.
13. Борелевская прямая.
14. Критерий измеримости.

### Коллоквиум 2 (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2)

1. Аксиоматическое определение случайных величин и их свойства.
2. Функция распределения вероятностей значений случайной величины и её свойства.

3. Плотность распределения вероятностей значений непрерывной случайной величины и её свойства.
4. Ряд распределения вероятностей значений дискретной случайной величины и его свойства.
5. Конкретные распределения случайных величин, их характеристики и параметры.
6. Многомерные случайные величины, их функции распределения, условия согласованности.
7. Многомерные смешанные случайные величины.
8. Условные законы распределения.
9. Преобразование одномерных случайных величин.
10. Преобразование многомерных случайных величин.
11. Сумма, частное, модуль компонент двумерных случайных величин.
12. Интеграл от случайной величины по вероятностной мере – интеграл Лебега.
13. Интеграл Стильеса – числовые характеристики случайных величин.
14. Математическое ожидание, его свойства.
15. Дисперсия, её свойства.
16. Начальные и центральные моменты случайных величин, их семиинварианты.
17. Кривые регрессии. Коэффициент корреляции.
18. Экспоненциальные случайные величины, их свойства.
19. Условное математическое ожидание.
20. Формула полной вероятности для условного математического ожидания.
21. Типы сходимостей последовательностей случайных величин.
22. Центральная предельная теорема в простейшей форме. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
23. Условия Линдеберга и Ляпунова.
24. Центральная предельная теорема в форме Линдеберга с доказательством.
25. Центральная предельная теорема в форме Ляпунова с доказательством.
26. Закон больших чисел в форме Чебышева и Бернуlli.
27. Лемма Бореля-Контелли – закон нуля и единицы.
28. Теорема сходимости почти наверное, если сходится ряд из абсолютных моментов.
29. Лемма Кронекера и неравенство Гаека-Рены.
30. Усиленный закон больших чисел в форме Колмогорова в общем виде.
31. Частные случаи усиленного закона больших чисел в форме Колмогорова.

### **Оценочные мероприятия текущего контроля. Тест.**

Оценка за тест осуществляется по системе: зачтен, не зачтено;  
тест содержит 12 вопросов.

Зачтено ставится, если студент ответил более чем на 6 вопросов.  
Не зачтено ставится, если студент ответил на 6 и менее вопросов.

### **Типовые тестовые вопросы (ИОПК-1.1, ИОПК -1.2)**

1. Какое название имеет следующая формула:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(AH_i) = \sum_{i=1}^n P(A|H_i)P(H_i)?$$

- a. Формула полной вероятности
- b. Формула Байеса

- c. Формула произведения событий
- d. Формула произведения для независимых событий

Ответ: а

2. Укажите числовые характеристики случайной величины  $\xi$ , распределенной по закону Пуассона с параметром 3.

a.  $M\xi = 3, D\xi = 3$

b.  $M\xi = 0, D\xi = 3$

c.  $M\xi = 3, D\xi = 0$

d.  $M\xi = \frac{1}{3}, D\xi = \frac{1}{3}$

Ответ: а

3. Выберете выражение для распределения вероятностей случайной величины, распределенной закону Пуассона:

a.  $p(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

b.  $P\{\xi = m\} = p(1-p)^m, m = 0,1,2 \dots$

c.  $P\{\xi = m\} = \frac{a^m}{m!} e^{-a}, m = 0,1,2 \dots$

d.  $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right\}$

Ответ: с

4. Если появление одного из двух событий не исключает возможность появления другого в том же испытании, то такие события называются...

- a. независимыми
- b. несовместными
- c. совместными
- d. равновозможными

Ответ: с

5. Укажите условие нормировки для дискретной случайной величины

a.  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$

b.  $\sum_i p_i = 1$

c.  $\int\limits_{\alpha}^{\beta} xf(x)dx = 1$

d.  $\sum_i x_i \cdot p_i = 1$

Ответ: b

6. Функция распределения  $F(x)$  случайной величины определяется как

- a. плотность распределения вероятностей случайной величины
- b. вероятность того, что случайная величина находится в интервале от  $X$  до  $X + \Delta X$
- c. вероятность того, что случайная величина принимает значения меньше  $x$
- d. среди приведённых ответов нет правильного

Ответ: c

7. Укажите формулу плотности распределения вероятностей нормально распределённой случайной величины

a.  $\frac{\lambda^x}{X!} \exp(-\lambda)$

b.  $\frac{1}{\sqrt{npq}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$

c.  $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right)$

d.  $C_n^x p^x q^{n-x}$

Ответ: c

8. При увеличении математического ожидания график нормального распределения...

- a. становится «шире»
- b. смещается влево
- c. не изменяется
- d. смещается вправо

Ответы: d

9. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ x^2 & \text{при } 0 \leq x < 1, \\ 1 & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$$

тогда плотность распределения вероятностей имеет вид:

a.  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 2x & \text{при } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$

b.  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 2x & \text{при } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$

c.  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ \frac{x^3}{3} & \text{при } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$

d.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$

Ответ: b

10. Коэффициент корреляции  $r_{xy}$  двух независимых случайных величин равен

a.  $r_{xy} = 1$

b.  $r_{xy} = 0$

c.  $r_{xy} < 1$

d. Определить невозможно

Ответ: b

11. Центральная предельная теорема это

a. группа теорем, определяющая условие сходимости к нормально распределенным случайным величинам

b. теоремы, определяющие условие сходимости почти наверное

c. теоремы, определяющие условие сходимости по вероятности

d. верного ответа нет

Ответ: a

12. Выберете выражение, соответствующее определению сходимости по вероятности:

a.  $\forall \varepsilon > 0 \lim_{n \rightarrow \infty} P\{\omega : |\xi_n(\omega) - \xi(\omega)| < \varepsilon\} = 1$

b.  $\forall \varepsilon > 0 \lim_{n \rightarrow \infty} P\{\omega : |\xi_n(\omega) + \xi(\omega)| = \varepsilon\} < 1$

c.  $\forall \varepsilon > 0 \lim_{n \rightarrow \infty} P\{\omega : |\xi_n(\omega) - \xi(\omega)| > \varepsilon\} = 1$

d.  $\forall \varepsilon > 0 \lim_{n \rightarrow \infty} P\{\omega : |\xi_n(\omega) + \xi(\omega)| < \varepsilon\} > 1$

Ответ: a

### **Оценочные мероприятия текущего контроля. Самостоятельная работа.**

Самостоятельная работа студентов состоит в выполнении домашних заданий и подготовки к коллоквиумам и экзаменам с использованием основной и дополнительной литературы, интернет источников. (ИОПК-1.1, ИОПК-1.2)

### **3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания**

Экзамен в четвертом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из 2 частей. Продолжительность письменной части экзамена 1,5 часа.

Первая часть содержит теоретические вопросы, вторая – практическую задачу.

Первый вопрос билета соответствует разделу 1 и проверяет ИОПК-1.3 и ИОПК-1.4. Второй вопрос билета соответствует разделу 2 и проверяет ИОПК-3.1 и ИОПК-3.2. Третий вопрос билета соответствует разделу 3 и проверяет ИОПК-3.3 и ИОПК-3.4. Все три вопроса предполагают письменный ответ в развернутой форме и беседу с преподавателем по материалу билета. Практическая задача проверяет ИОПК 1.4., ИОПК 3.2.

#### **Критерии оценивания.**

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Студент не допускается к экзамену, если по одному из видов *текущего контроля* был продемонстрирован «неудовлетворительный» уровень владения теоретической и практической частей курса.

Оценка «отлично» выставляется, если обучающийся показал отличный уровень владения всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые умения и навыки решения практических задач.

Оценка «хорошо» выставляется, если обучающийся овладел всеми теоретическими вопросами, частично показал основные умения и навыки при решении практических задач

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если обучающийся имеет недостаточно глубокие знания по теоретическим разделам дисциплины, показал не все основные умения и навыки при решении практических задач

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и не демонстрирует основные умения и навыки решения практических задач

#### **Примерный перечень теоретических вопросов по разделу 1:**

1. Аксиоматическое определение случайных событий.
2. Действия над случайными событиями.
3. Определение вероятности случайного события.
4. Свойства вероятностной меры и вероятностей событий.
5. Теорема сложения вероятностей.
6. Независимость случайных событий.
7. Условная вероятность события.
8. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
9. Схема Бернулли. Биномиальное распределение
10. Теорема Муавра-Лапласа.
11. Теорема Пуассона.
12. Простейший поток однородных событий.

#### **Примерный перечень теоретических вопросов по разделу 2:**

1. Случайные величины как измеримые функции.
2. Функция распределения случайной величины.
3. Дискретные и непрерывные случайные величины.
4. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины.
5. Преобразование многомерных случайных величин.
6. Интегралы Лебега и Стилтьеса.
7. Числовые характеристики случайных величин.
8. Характеристическая функция и её свойства.

9. Связь моментов случайной величины с её характеристической функцией.  
 10. Условная вероятность, условное математическое ожидание.

Примерный перечень теоретических вопросов по разделу 3:

1. Типы сходимости случайных величин.
2. Соотношения между различными типами сходимости случайных величин.
3. Центральная предельная теорема.
4. Условия Линдеберга и Ляпунова.
5. Теоремы Линдеберга и Ляпунова.
6. Интегралы Лебега и Стильеса.
7. Неравенство Чебышева.
8. Закон больших чисел.
10. Усиленный закон больших чисел.
11. Теоремы Колмогорова и Бореля.
12. Понятие центральной предельной проблемы.

Типовые экзаменационные билеты:

*Экзаменационный билет № 1*

1. Описание и аксиоматическое определение случайного события.
2. Функция распределения случайной величины.
3. Центральная предельная теорема.

Задача: Вероятность того, что изготовленный первой бригадой холодильник будет первосортный, равна 0,8. При изготовлении такого же холодильника второй бригадой эта вероятность равна 0,9. Первой бригадой изготовлено три телевизора, второй – четыре. Найти вероятность того, что все пять телевизоров первосортные.

*Экзаменационный билет № 2*

1. Схема Бернулли. Биномиальное распределение.
2. Плотность распределения вероятностей значений непрерывной случайной величины и её свойства.
3. Интегралы Лебега и Стильеса.

Задача:

Дана последовательность независимых случайных величин  $\xi_1, \xi_2, \dots$ . Выяснить – применим ли ЗБЧ если  $M\xi_i = 0$ ,  $D\xi_i = i^\alpha$ ,  $i = 1, 2, \dots$  ( $\forall \alpha < 1$ )

$\xi_i$	$-ia$	$0$	$ia$
$p$	$\frac{1}{2i^2}$	$1 - \frac{1}{i^2}$	?

#### **4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)**

Оценочные материалы содержат тестовые вопросы, теоретические вопросы и практические задачи.

Примерные тестовые вопросы (ОПК-1, ОПК-3)

1. События  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  образуют полную группу попарно несовместных событий, если:
  - a)  $\sum_{i=1}^n A_i = \Omega$  и  $A_i \cdot A_j = \emptyset$ , для любых  $i \neq j$ ;
  - b)  $\sum_{i=1}^n A_i = \Omega$  и  $A_i + A_j = \emptyset$ , для любых  $i \neq j$ ;
  - c)  $\sum_{i=1}^n A_i = \Omega$  и  $A_i \setminus A_j = \emptyset$ , для любых  $i \neq j$ ;
  - d) нет правильного ответа.
2. Случайным событием в теории вероятностей является:
  - a) всякое подмножество вероятностного пространства;
  - b) измеримое подмножество пространства элементарных исходов;
  - c) любое подмножество пространства элементарных исходов;
  - d) нет правильного ответа.
3. В группе 30 студентов: 5 отличников, 10 хорошистов и 15 слабых студентов. Отличник сдает зачет с первого раза с вероятностью  $p_1 = 0,90$ , хорошист – с вероятностью  $p_2 = 0,75$ , а слабый студент – с вероятностью  $p_3 = 0,45$ . Отвечают студенты в случайному порядке. Найти вероятность того, что первый отвечающий получит зачет.
  - a) 0,625;
  - b) 0,90;
  - c) 0,75;
  - d) нет правильного ответа.

Ключи: 1 a), 2 b), 3 a).

Примерный перечень теоретических вопросов (ОПК-1, ОПК-3)

1. Случайное событие, операции над событиями.
2. Классическое и геометрическое определение вероятности.
3. Формула полной вероятности, формула Байеса.
4. Теоремы Муавра-Лапласа.
5. Случайные величины и их свойства.
6. Характеристики случайных величин
7. Конкретные распределения случайных величин, их характеристики и параметры.
8. Коэффициент корреляции.

9. Типы сходимостей последовательностей случайных величин.
10. Центральная предельная теорема в форме Ляпунова с доказательством.
11. Закон больших чисел в форме Чебышева и Бернулли.

Примерные практические задачи (ОПК-1, ОПК-3)

1. Найти по определению числовые характеристики случайной величины, имеющей нормальное распределение:  $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right).$
2. Пусть  $\xi, \eta, \zeta$  – независимые случайные величины с конечными положительными дисперсиями. Могут ли быть независимыми случайные величины  $\xi + \zeta, \zeta + \eta$ ?

Ключи: 1.  $M\{\xi\} = a, D\{\xi\} = \sigma^2$  , 2. Могут (использовать свойства независимых случайных величин для числовых характеристик)

### **Информация о разработчиках**

Даммер Диана Дамировна, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры теории вероятностей и математической статистики института прикладной математики и компьютерных наук НИ ТГУ.