

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:
Директор
А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Математические модели массового обслуживания для экономики

по направлению подготовки

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки:
Информационная безопасность

Форма обучения
Очная

Квалификация
Магистр

Год приема
2024

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
А.Ю. Матророва

Председатель УМК
С.П. Сущенко

Томск – 2024

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-3.2 Анализирует математические модели для решения прикладных задач профессиональной деятельности.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

-опрос

-контрольные задания

Типовые задания и вопросы для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине (ИОПК-3.2)

1. Записать и решить систему дифференциальных уравнений для модели страховой компании

2. Определить этапы и их последовательность при реализации метода асимптотического анализа

3. Определить этапы и их последовательность при реализации метода предельной декомпозиции

4. Определить этапы и их последовательность при реализации метода марковского суммирования

5. Найти распределение вероятностей числа клиентов страховой компании с применением необходимого метода

6. По известной функции распределения/ характеристической функции найти математическое ожидание и дисперсию функций числа клиентов коммерческой организации.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на все вопросы, найдены все вероятностные характеристики модели

Оценка «хорошо» выставляется, если обучающийся изложил правильные ответы на все вопросы, найдены все вероятностные характеристики модели, при этом допущены несущественные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если обучающийся изложил ответы на вопросы с ошибками, найдены не все вероятностные характеристики модели.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если обучающийся не может ответить на вопросы, не может объяснить принцип исследования моделей.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Билет состоит из одного задания. Задание представляет собой задачу, решение которой состоит из исследования (нахождения вероятностных характеристик) модели коммерческой организации (на примере страховой компании) (ИОПК-3.2)

Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

1. Терминология системы страхования и актуарной математики; основные понятия теории массового обслуживания.
2. Нахождение распределения числа клиентов страховой компании с неограниченным страховым полем и с учетом выплат страховых сумм
3. Нахождение выражения функции числа клиентов и функции капитала страховой компании с неограниченным страховым полем и с учетом выплат страховых сумм
4. Нахождение распределения числа клиентов страховой компании с применением метода предельной декомпозиции
5. Нахождение выражения функции числа клиентов страховой компании с применением метода предельной декомпозиции, определение функции капитала
6. Применение метода асимптотического анализа для нахождения распределения числа страховых выплат и числа клиентов страховой компании
7. Применение метода марковского суммирования для определения вида распределения числа страховых выплат и числа клиентов страховой компании.
8. Применение комбинации методов асимптотического анализа и марковского суммирования для определения характеристик страховой компании
9. Построение модели и системы дифференциальных уравнений для исследований страховой компании в зависимости от условий работы компании (ограниченное или неограниченное страховое поле, система страховых выплат, поток входящих клиентов и т.д.)
10. Построение математической модели $(M/GI/\infty)$ потоков клиентов коммерческой организации с повторным обслуживанием заявок
11. Нахождение распределения числа клиентов коммерческой организации с повторным обслуживанием заявок
12. Построение математической модели потоков различных категорий покупателей коммерческой организации

Критерии оценивания:

Результаты зачета определяются оценками «Зачтено» («отлично», «хорошо», «удовлетворительно»), «Не зачтено» («неудовлетворительно»).

Оценка отлично (зачтено) выставляется, если обучающийся показал отличный уровень владения методами исследования моделей, показал все требуемые умения и навыки для получения вероятностных характеристик систем.

Оценка хорошо (зачтено) выставляется, если обучающийся показал достаточный уровень владения методами исследования моделей, показал все требуемые умения и навыки для получения вероятностных характеристик систем. Допускает несущественные ошибки.

Оценка удовлетворительно (зачтено) выставляется, если обучающийся продемонстрировал уровень умений исследования моделей, не достаточный для получения результата, допускает существенные ошибки.

Оценка неудовлетворительно (не зачтено) выставляется, если обучающийся имеет существенные пробелы, не способен находить требуемые характеристики исследуемой системы.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Задания (ИОПК-3.2).

Вариант №1.

1.1 Получить дифференциальное уравнение для производящей функции $G(x, z, t) = \sum_{i,n=0}^{\infty} x^i z^n P(i, n, t)$ двумерного процесса числа рисков $i(t)$ и числа выплат $n(t)$ в модели с простейшим потоком входящих рисков (λ), экспоненциально распределенной величиной продолжительности договора страхования (μ) и с учетом страховых выплат (γ).

1.2 По заданному виду распределения (производящей функции) двумерного процесса в той же модели найти распределение процесса числа выплат $n(t)$ (вид распределение прилагается).

$$G(x, z, t) = \exp \left\{ -\frac{\lambda\gamma(z-1)}{\mu(\mu+\gamma-\gamma z)} \left(x - \frac{\mu}{\mu+\gamma-\gamma z} \right) e^{-(\mu+\gamma-\gamma z)t} + \frac{\lambda\gamma(z-1)}{\mu(\mu+\gamma-\gamma z)} - \frac{\lambda\mu}{(\mu+\gamma-\gamma z)^2} + \frac{\lambda\gamma(z-1)}{\mu+\gamma-\gamma z} t + \frac{\lambda}{\mu+\gamma-\gamma z} x \right\}$$

Вариант № 2.

2.1 Вывести систему дифференциальных уравнений Колмогорова для распределения двумерного процесса числа рисков $i(t)$ и числа выплат $n(t)$ в модели с простейшим потоком входящих рисков (λ), экспоненциально распределенной величиной продолжительности договора страхования (μ) с учетом единовременных страховых выплат (γ) и при наличии неявной рекламы (α).

2.2. По заданному виду характеристической функции одномерного процесса числа рисков компании в той же модели найти среднее число рисков (вид распределение прилагается)

$$H_i(u, t) = \left[\frac{(\mu - \alpha)(\mu + \gamma - \alpha)}{\mu\alpha} \right]^{\frac{\lambda}{\alpha}} \times \left\{ \left(\frac{\mu + \gamma}{\alpha} - e^{ju} \right) \left(1 - \frac{\alpha}{\mu} \right) + \frac{\gamma}{\mu} (1 - e^{ju}) e^{-(\mu + \gamma - \alpha)t} \right\}^{\frac{\lambda}{\alpha}}.$$

Ключи

№ задания	Ответ к заданию
Вариант 1	

1.1	$\frac{\partial G(x,z,t)}{\partial t} + [(\mu + \gamma - \gamma z)x - \mu] \frac{\partial G(x,z,t)}{\partial x} = \lambda(x-1)G(x,z,t)$
1.2	$G(z,t) = \exp \left\{ -\frac{\lambda}{\mu} \left(\frac{\gamma(z-1)}{(\mu + \gamma - \gamma z)} \right)^2 \left[1 - e^{-(\mu + \gamma - \gamma z)t} \right] + \frac{\lambda \gamma (z-1)}{(\mu + \gamma - \gamma z)} t \right\}$
Вариант 2	
2.1	$\frac{\partial P(i,n,t)}{\partial t} = -P(i,n,t)(\lambda + i\mu + i\gamma + i\alpha) + P(i-1,n,t)(\lambda + (i-1)\alpha) + P(i+1,n,t)(i+1)\mu + P(i+1,n-1,t)(i+1)\gamma.$
2.2	$M\{i(t)\} = \frac{\lambda}{\mu - \alpha} \frac{\mu + \gamma e^{-(\mu + \gamma - \alpha)t} - \alpha}{\mu + \gamma - \alpha}.$

Информация о разработчиках

Даммер Диана Дамировна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры теории вероятностей и математической статистики НИ ТГУ.