

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физико-технический факультет

УТВЕРЖДЕНО:

Декан

Ю.Н. Рыжих

Оценочные материалы по дисциплине

Теория вероятностей и математическая статистика

по направлению подготовки / специальности

15.03.06 Мехатроника и робототехника

Направленность (профиль) подготовки/ специализация:

Промышленная и специальная робототехника

Форма обучения

Очная

Квалификация

Инженер, инженер-разработчик

Год приема

2024

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОПОП

Е.И. Борзенко

Председатель УМК

В.А. Скрипняк

Томск – 2024

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-2 Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК-2.1 Знает методику выявления естественнонаучной сущности проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и методику привлечения физико-математического аппарата и современные компьютерных технологий для их решения

РООПК-2.2 Умеет выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности и привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– контрольная работа

Контрольная работа 1 (РООПК-2.1, РООПК-2.2)

Контрольная работа состоит из 3 задач.

Примеры билетов:

Вариант 1

Задача 1. Среди учащихся двух классов оказалось, что в первом классе заболели ветрянкой 20 учеников из 24, а во втором – 15 из 26. Найти вероятность того, что случайно выбранный среди двух классов ученик, болеющий ветрянкой, учится в первом классе.

Задача 2. В пункте таможенного паспортного контроля работают два инспектора, причем первый инспектор проверяет на 5% людей больше второго. Вероятность того, что первый инспектор не выявит преступника, равна 0.01, второй – 0.02. Найти вероятность того, что преступник, удачно прошедший таможенный контроль, проверялся вторым инспектором.

Задача 3. Вероятность перегорания лампочки за 3 года равна 0.2. Определить вероятность того, что из шести лампочек через 3 года останутся рабочими:

а) две лампочки;

б) более двух лампочек.

Ответы:

Задача 1. 4/7

Задача 2. 40/61

Задача 3. 0.01536, 0.98304

Вариант 2.

Задача 1. Организаторами викторины было куплено 10 коробок конфет в качестве призов, причем четыре одного, и по два – второго, третьего и четвертого вида. Найти вероятность того, что среди взятых шести коробок конфет окажется три первого вида, две – второго и одна – третьего.

Задача 2. Два лучника стреляли по цели поочередно по одному разу. Вероятность попадания первого лучника равна 0.6, второго – 0.3. После выстрелов оказалось, что в

цель попала одна стрела. Какова вероятность того, что эта стрела принадлежит первому стрелку?

Задача 3. Вероятность забросить мяч в корзину равна 0.6. Какова вероятность того, что из шести бросков будет не менее четырех попаданий?

Ответы:

Задача 1. 4/105

Задача 2. 2/3

Задача 3. 0.54432

Контрольная работа 2 (РООПК-2.1, РООПК-2.2)

Контрольная работа состоит из 3 задач.

Примеры билетов:

Вариант 1

Задача 1. В таблице приведены результаты измерений рост призывников. Проверить, используя критерий Пирсона, гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв уровень значимости 0.05.

Рост (см)	150 -160	160 - 170	170 - 180	180 - 190	190 - 200	200 - 210
m_i	24	112	190	109	23	2

Задача 2. Дана функция распределения непрерывной случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{1}{8} x^3 & \text{при } 0 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найдем плотность распределения, построим график этой функции и найдем вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение в интервале (0.5; 1.5).

Задача 3. Дискретные случайные величины X и Y следующими законами распределения

X	0	1	2	3	4	5
P	0.05	0.25	0.4	0.15	0.1	0.05

Y	-2	-1	0	1	2
P	0.6	0.2	0.1	0.08	0.02

Найти закон распределения случайно величны $Z=X+Y$

Ответы:

Задача 1.

		m	sigma		
		175.02	9.63		
		$\Phi(x1)$	p(i)	p(i)*n	xi(i)
1	160	0.8810	0.0595	27.36	0.413
2	170	0.3978	0.2416	111.15	0.007
3	180	-0.3946	0.3962	182.26	0.329
4	190	-0.8800	0.2427	111.63	0.062
5	200	-0.9905	0.0553	27.61	0.246
6	1000	-1.0000	0.0048		
				xi	1.056
				ст.свабоды	3

Задача 2.

$$f(x) = \begin{cases} 0 \\ \frac{3}{8}x^2 \\ 0 \end{cases}$$

P=13/32.

Задача 3.

-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
0,03	0,16	0,295	0,199	0,151	0,102	0,04	0,016	0,006	0,001

Вариант 2.

Задача 1. Задание по математике состояло из 8 упражнений. Результаты количества выполненных заданий среди 550 школьников приведены в таблице. Проверить, используя критерий Пирсона, гипотезу о согласии наблюдений с биномиальным законом распределения, приняв уровень значимости 0.025.

Кол-во заданий	0	1	2	3	4	5	6	7	8
m_i	5	23	63	108	146	117	60	26	2

Задача 2. Случайная величина X, принимающая положительные значения, имеет плотность вероятности $f(x) = 2ax - ax^2$. Найдите границы значений случайной величины X, параметр a и математическое ожидание случайной величины X.

Задача 3. Дискретные случайные величины X и Y следующими законами распределения

X	0	1	2	3	4	5
P	0.05	0.1	0.15	0.4	0.25	0.05

Y	-2	-1	0	1	2
P	0.02	0.08	0.1	0.2	0.6

Найти закон распределения случайной величины $Z=X+2Y$

Ответы:

Задача 1.

i	m(i)	i*m(i)	c(n,i)	p(i)	n*p(i)	xi(i)
0	5	0	1	0.0040	2.2000	3.5636
1	23	23	8	0.0310	17.0500	2.0764
2	63	126	28	0.1090	59.9500	0.1552
3	108	324	56	0.2190	120.4500	1.2869
4	146	584	70	0.2730	150.1500	0.1147
5	117	585	56	0.2190	120.4500	0.0988
6	60	360	28	0.1090	59.9500	0.0000
7	26	182	8	0.0310	19.2500	3.9773
8	2	16	1	0.0040		
					550	
					xi	11.2729
					ст.свободы	7

Задача 2. $0 < X < 2, a = 3/4, M[X] = 1$

Задача 3.

-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,001	0,002	0,007	0,016	0,022	0,043	0,045	0,064	0,085	0,145	0,14	0,25	0,15	0,03

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» выставляется, если решены все задачи без ошибок или с небольшими пометками.

Оценка «не зачтено» выставляется в противном случае.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Билет на зачет с оценкой состоит из двух частей: 2 теоретических вопроса и задача, проверяющих достижения РООПК-2.1, РООПК-2.2. Ответы на вопросы и решение задачи оформляются письменно в развернутой форме.

Перечень теоретических вопросов:

1. Случайные события их классификация. Действия над событиями.
2. Классическое определение вероятности.
3. Статистическое определение вероятности.
4. Геометрическое определение вероятности.
5. Свойства вероятностей.
6. Правило умножения в комбинаторике.
7. Правило суммы в комбинаторике.
8. Число сочетаний. Число размещений.
9. Условные вероятности.
10. Вероятность произведения событий. Независимость событий.
11. Вероятность суммы событий.
12. Полная вероятность.
13. Формула Байеса.
14. Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли.
15. Предельные теоремы в схеме Бернулли (теорема Пуассона, теоремы

Муавра-Лапласа).

16. Плотность распределения случайной величины.
17. Функция распределения случайной величины.
18. Показательный закон распределения.
19. Биноминальное распределение.
20. Распределение Пуассона.
21. Равномерное распределение.
22. Нормальный закон распределения.
23. Числовые характеристики статистического распределения.
24. Статистическое распределение выборки.
25. Генеральная и выборочная совокупности.
26. Случайная величина. Закон распределения дискретной случайной величины.
27. Числовые характеристики статистических рядов.
28. Интервальное оценивание. Доверительные интервалы.
29. Гистограмма частот.
30. Критерий Пирсона.

Примеры задач:

Задача 1. В среднем пятая часть с поступающих в продажу автомобилей некомплектна. Найти вероятность того, что среди 10 автомобилей имеет некомплектность три автомобиля.

Задача 2. На полке стоят 10 книг среди которых три книги по теории вероятностей. Наудачу берутся три книги. Какова вероятность, что среди отобранных хотя бы одна книга по теории вероятностей?

Критерии оценивания:

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если студент имеет систематические знания по предмету, дал правильные ответы на теоретические вопросы, правильно решил задачу и может ответить на любой вопрос.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент может сформулировать большинство теорем и выводов по теоретической части и владеет методиками решения задач, но имеются пробелы в знаниях.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент демонстрирует фрагментарные знания в ответе на теоретические вопросы и не способен самостоятельно решить задачу.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент не удовлетворяет ни одному из приведенных выше критериев.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Задачи

Задача 1 (РООПК-2.1, РООПК-2.2.)

У сборщика имеется 10 деталей, мало отличающихся друг от друга. Из них шесть первого четыре второго сортов. Какова вероятность того что среди четырёх взятых одновременно деталей хотя бы 1 сорта.

Задача 2 (РООПК-2.1, РООПК-2.2.)

Вероятность того, что пассажир опоздает к отправлению поезда равна 0,001. Найти вероятность того, из 1000 пассажиров опоздает 5.

Задача 3.

Дана плотность вероятности случайной величины X . Найдите математическое ожидание, дисперсию случайной величины X . Найдите вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале $(0.5; 1)$.

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{1}{8} x & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 0 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Ответы:

Задача 1. $1/14$

Задача 2. $1/120e$.

Задача 3. $M[x] = 8/3, D[X] = 8/9, p = 3/64$.

Информация о разработчиках

Борзенко Евгений Иванович, д.ф.-м.н., доц., каф. Прикладной газовой динамики и горения ФТФ ТГУ, зав.каф.