# Министерство науки и высшего образования Российской Федерации НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО: Декан Л. В.Гензе

Рабочая программа дисциплины

# Математическое моделирование на графах

по направлению подготовки / специальности

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки/ специализация: Вычислительная математика и компьютерное моделирование

Форма обучения **Очная** 

Квалификация

Математик. Преподаватель / Математик. Вычислитель / Исследователь в области математики и компьютерных наук

Год приема **2024**, **2025** 

СОГЛАСОВАНО: Руководитель ОП Л.В. Гензе

Председатель УМК Е.А. Тарасов

Томск – 2024

# 1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

- ОПК-2 Способен разрабатывать, анализировать и внедрять математические модели в современной науке и технике, экономике и управлении.
- ОПК-3 Способен разрабатывать и реализовывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

- РООПК-2.1 Умеет обоснованно выбрать тип математической модели для формализации решаемой задачи
- РООПК-2.2 Применяет стандартные и типовые действия при построении математической модели определенного типа
- РООПК-2.3 Применяет подходы визуализации и представления результатов математического моделирования для апробации и демонстрации в виде отчетов, презентаций и научных текстов
- РООПК-3.1 Владеет теоретическими основами программирования и алгоритмизации
- РООПК-3.2 Способен реализовывать алгоритмы на языках программирования высокого уровня
- РООПК-3.3 Способен разрабатывать программные алгоритмы при решении задач методами математики и механики

#### 2. Задачи освоения дисциплины

- —Освоить следующие разделы теории графов: основные понятия графов, плоские и планарные графы, матрицы графов, характеристические числа графов, применение графов в задачах логистики, параллельные алгоритмы на графах.
- Научиться применять понятийный аппарат теории графов для решения практических задач в профессиональной деятельности.

## 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, является обязательной для изучения.

## 4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Пятый семестр, зачет с оценкой

#### 5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: Математический анализ, Алгебра, Аналитическая геометрия, Функциональный анализ, Компьютерные науки.

## 6. Язык реализации

Русский

## 7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

в том числе практическая подготовка: 0 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## 8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

#### Тема 1. Математическое моделирование.

Основные понятия. Моделирование. Исторический аспект. Модели и моделирование. Натурное и аналоговое моделирование. Математическое моделирование. Модель-алгоритм-программа. Основные этапы ММ. Способы создания математических моделей: фундаментальные законы, вариационные принципы, применение аналогий, иерархический подход.

# Тема 2. Основные понятия теории графов.

Обзор истории развития теории графов. Ее место и его роль в процессе познания.

Граф и его дополнение. Маршрут в графе, цикл, связанность. Компоненты связности графа. Изоморфизм графов. Двудольные графы и их свойства. Ориентированные графы. Деревья и их свойства. Ациклические графы.

# Тема 3. Плоские и планарные графы.

Свойства плоского графа. Эйлеровы графы. Гамильтоновы графы.

Гиперкуб и его свойства. Графы сеточных функций.

# Тема 4. Матрицы графов.

Матрица смежности, достижимости, инцидентности и минимальных расстояний. Теорема о степенях матрицы смежности. Матрица Кирхгофа и точки Штейнера. Алгоритм Прима и Краскала. Алгоритм Дейкстры. Алгоритм Флойда и его модификации.

# Тема 5. Характеристические числа графов.

Цикломатическое число. Хроматическое число. Гипотеза четырех красок.

Хроматический многочлен. Число внутренней и внешней устойчивости графа

Алгоритм поиска наименьшего внешне устойчивого множества. Спектры графов.

Фуллерены и нанотрубки. Триангуляция Делоне и построение диаграммы Вороного. Разделение графа на домены.

#### 9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных тестов по лекционному материалу и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/.

## 10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет в пятом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса и задачу. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень билетов для зачета

Билет №1

- 1. Изоморфизм графов.
- 2. Свойства гиперкуба Г2.
- 3. Можно ли из полного графа с одиннадцатью вершинами удалить часть рёбер так, чтобы степень каждой вершины была равна семи?

#### Билет №2

- 1. Теорема Эйлера.
- 2. Алгоритм Прима и Краскала.
- 3. При каких условиях в задаче Торричелли Ферма точка P находится внутри треугольника.

#### Билет №3

- 1. Гамильтонов граф и критерии его существования.
- 2. Матрица расстояний. Диаметр, радиус и центр графа.
- 3. Записать матрицы смежности для графов С<sub>3</sub>, K<sub>3</sub>, K<sub>3,3</sub>.

## Билет №4

- 1. Эйлеровы графы и их свойства.
- 2. Найти число вершинного и реберного покрытия графа К4 и его хроматический индекс.
- 3. Критерий Понтрягина-Куратовского

#### Билет №5

- 1. Цикломатическое число и вектор цикл графа.
- 2. Γиперкуб Γ3.
- 3. Критический путь в задачах СПУ.

Результаты зачета определяются в соответствии с таблицей

Оценка результатов	Критерии соответствия
контроля	
(зачет)	Даны правильные и развернутые ответы на все вопросы. Студент выполнил все задания для СРС.
(незачет)	Дан неправильный ответ на все вопросы билета. Студент очень плохо владеет основными понятиями теории графов. Допущены существенные терминологические и фактические ошибки. Студент не выполнил все задания для СРС.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/.

# 11. Учебно-методическое обеспечение

- a) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «IDo» https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=9065
- б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

Студенты обязаны соблюдать дисциплину, вовремя приходить на занятия, в установленные сроки осуществлять выполнение практических заданий, активно работать на занятиях. Допуск к зачету осуществляется на основании выполнении всех практических заданий и сдачи собеседования по ним. Важное место в освоении дисциплины занимает самостоятельная работа студентов, включающая в себя работу с информационными источниками, поиск, анализ и синтез информации, использование и развитие навыков построения математических моделей и решения задач.

# 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

- а) основная литература:
- 1. Оре О. Графы и их применение. М., 2008.-171 с.
- **2.** Харари Ф. Теория графов. М.: 2009. –300 с.
- 3. Берцун В. Н. Математическое моделирование на графах. Ч.2: Томск: Изд. во

- Томского университета, 2013. ч.II. –86 с.
- **4.** Воеводин В. В. Вычислительная математика и структура алгоритмов. –М: МГУ, 2010. 168с.
- **5.** Асанов М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы: учебное пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин.—изд. 2-е, испр. и доп. СПб. [и др.]: Лань, 2010. 362 с.
- **6.** Кузнецов О. П. Дискретная математика для инженера / О. П. Кузнецов. Изд. 6-е, стер. СПб. [и др.] : Лань, 2014. 394 с.
- 7. Микони С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы : [учебное пособие] / С. В. Микони. СПб. [и др.] : Лань, 2012. 186 с.
- 8. Шевелев Ю.П. Дискретная математика : учебное пособие / Ю. П. Шевелев. СПб. : Лань, 2016. 592с.

# б) дополнительная литература:

- 9. Берцун В. Н. Математическое моделирование на графах. –Томск: Изд. во Томского университета, 2006. ч.І. 88с.
- 10. Елецкий А. В., Смирнов Б. М. Фуллерены и структуры углерода. УФН. 1995. Т. 165, № 9. С. 977-1009.
- 11. Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах. М.: Мир, 1981. 323 с.
- 12. Якобовский М. В. Обработка сеточных данных на распределенных вычислительных системах. Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2004. Вып. 2. С. 40-53.
- 13. Макконнелл Дж. Анализ алгоритмов. Активный обучающий подход. М., Техносфера, 2009. 415с.
- 14. Старченко А. В., Берцун В. Н. Методы параллельных вычислений. Томск: Изд-во Том.ун-та, 2013. 223.с.
- 15. Скиена С. Алгоритмы. Руководство по разработке. СПб.: БХВ Петербург, 2011.—720 с.
- 16. Обработка больших объемов графовых данных: путеводитель по современным технологиям.
- 17. Тынкевич М. А. и др. Введение в дискретную математику. КузГТУ.-Кемерово. 2016.-106c

## в) ресурсы сети Интернет:

- <a href="http://parallel.ru/">http://parallel.ru/</a>
- http://top500.org
- http://matlab.exponenta.ru/wavelet/
- ЭБС Лань http://e.lanbook.com/books
  - видеокурс "Практикум по теории графов" Ссылка на курс: http://www.intuit.ru/studies/courses/3466/708/info
  - Практикум по решению задач по теории графов и связанным с ними алгоритмам.
  - Ссылка на курс: http://www.intuit.ru/studies/courses/3466/708/info

## 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
  - публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ <a href="http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system">http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system</a>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index
  - ЭБС Лань <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>
  - ЭБС Консультант студента http://www.studentlibrary.ru/
  - Образовательная платформа Юрайт <a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>
  - ЭБС ZNANIUM.com <a href="https://znanium.com/">https://znanium.com/</a>

# 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

# 15. Информация о разработчиках

Старченко Александр Васильевич, д.ф.-м.н., профессор, ТГУ, зав. Каф.