

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Директор института прикладной
математики и компьютерных наук

А.В. Замятин

2021 г.



Дискретная математика

рабочая программа дисциплины

Закреплена за кафедрой Учебный план	<i>компьютерной безопасности 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Прикладная математика и информатика»,</i>
Форма обучения	<i>очная</i>
Общая трудоёмкость	<i>8 з.е.</i>
Часов по учебному плану	<i>288</i>
в том числе:	
аудиторная контактная работа	<i>143</i>
самостоятельная работа	<i>81,6</i>
Вид(ы) контроля в семестрах <i>экзамен/зачет/зачет с оценкой</i>	<i>Семестр 1 – экзамен Семестр 2 – экзамен</i>

Программу составил:
старший преподаватель кафедры информационных технологий
в исследовании дискретных структур



Е.В. Широкова

Рецензент:
к.т.н., доцент,
заведующий кафедрой компьютерной безопасности



С.А. Останин

Рабочая программа дисциплины «Дискретная математика» разработана в соответствии с самостоятельно устанавливаемым образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат – Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика (Утвержден Ученым советом НИ ТГУ, протокол от 27.10.2021 г. № 08).

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры компьютерной безопасности.

Протокол от 02 июня 2021 г. № 06

Заведующий кафедрой компьютерной безопасности,
к.т.н., доцент



С.А. Останин

Рабочая программа одобрена на заседании учебно-методической комиссии института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 17.06.2021 г. № 05

Председатель УМК ИПМКН,
д.т.н., профессор



С.П. Сущенко

Цель освоения дисциплины

Цель – обучить студентов основными понятиями дискретной математики на уровне достаточном, для самостоятельного изучения учебной и научной литературы в соответствующей области, а также применять математический аппарат дискретной математики в различных исследованиях теоретического и прикладного характера, в том числе для моделирования реальных объектов и процессов.

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Дискретная математика» относится к обязательной части Общепрофессионального цикла Блока 1 «Дисциплины».

Для освоения дисциплины достаточно иметь предварительную подготовку в рамках общеобразовательной школьной программы

Пререквизиты дисциплины: нет.

Постреквизиты дисциплины: учебная и производственная практики «Научно-исследовательская работа», «Алгоритмы и структуры данных I», «Алгоритмы и структуры данных II», «Дополнительные главы дискретной математики I», «Дополнительные главы дискретной математики II», «Диагностика дискретных устройств».

2. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Таблица 1.

Компетенция	Индикатор общепрофессиональной компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций)
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математически и(или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам. ИОПК-1.2. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин. ИОПК-1.3. Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой. ИОПК-1.4. Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.	ОР-1.1. Обучающийся сможет: - работать с учебной и научной литературой в рамках разделов дискретной математики, относящихся к математической логике, теории ДНФ, теории графов, исчислению предикат, теории кодирования. - анализировать возможность применения дискретных моделей в исследуемой теме; - находить в специальной литературе необходимую информацию по соответствующей проблеме; - критически оценивать найденную информацию. ОР-1.2. Обучающийся сможет: - выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках разделов дискретной математики, относящихся к математической логике, теории ДНФ, теории графов; ОР-1.3. Обучающийся сможет: - применять базовые знания математической логики, теории ДНФ и теории графов для решения задач фундаментальной и прикладной математики; - оценивать возможность применения дискретных моделей для решения рассматриваемой задачи; - выбрать оптимальный способ применения дискретных моделей для решения задачи. ОР-1.4. Обучающийся сможет: - адаптировать и модифицировать известные алгоритмы и модели математической логики,

		теории ДНФ и теории графов для решения прикладных задач.
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.	<p>ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем предметной области.</p> <p>ИОПК-3.2. Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоритические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p> <p>ИОПК-3.3. Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.</p> <p>ИОПК-3.4. Демонстрирует понимание и умение применять на практике математические модели и компьютерный технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности</p>	<p>ОР-3.1. Обучающийся сможет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - разрабатывать математические модели на основе основных концепций и понятий теории графов, теории графов, касающиеся решаемой задачи или её подзадач. - использовать аппарат математической логики, теории автоматов и исчисления предикат для построения математических модели различных систем. <p>ОР-3.2. Обучающийся сможет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - произвести анализ разработанной математической модели; - критически оценивать разработанную модель. <p>ОР-3.3. Обучающийся сможет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - разрабатывать новые математические модели, касающиеся решаемой задачи; - произвести анализ новой разработанной математической модели; - сравнить новую разработанную модель с известными моделями. <p>ОР-3.4. Обучающийся сможет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - использовать языка и средств дискретной математики для решения прикладных задач. - использовать математические модели для разработки алгоритмов и реализующие их программ; - доказывать правильность разработанных алгоритмов и программ, анализировать и оценивать их эффективность; - анализировать и сравнивать различные математические модели, построенные для решения прикладных задач.

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Структура и трудоемкость видов учебной работы по дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 часа.

Таблица 2.

Вид учебной работы	Трудоемкость в академических часах		
	1 семестр	2 семестр	всего
Общая трудоемкость	144	144	288
Контактная работа:	69,5	69,5	139
Лекции (Л):	32	32	64
Практики (ПЗ)	32	32	64
Лабораторные работы (ЛР)			
Семинары (СЗ)			
Групповые консультации	2	2	4
Индивидуальные консультации	3,2	3,2	6,4
Промежуточная аттестация	0,3	0,3	0,6
Самостоятельная работа обучающегося:	74,5	74,5	149
- выполнение контрольных заданий	14,2	14,2	28,4
- изучение учебного материала	11	11	22
- подготовка к практическим занятиям/коллоквиумам	15,6	15,6	31,2
- подготовка к рубежному контролю по теме/разделу	33,7	33,7	67,4
Вид промежуточной аттестации (зачет, зачет с оценкой, экзамен)	Экзамен	Экзамен	

3.2. Содержание и трудоемкость разделов дисциплины

Таблица 3.

Код занятия	Наименование разделов и тем и их содержание	Вид учебной работы, занятий, контроля	Семестр	Часы в электронной форме	Всего (час.)	Литература	Код (ы) результата(ов) обучения
	Раздел 1. Функции алгебры					№1, №2, №4	ОР-1.1., ОР-1.2., ОР-1.3., ОР-1.4., ОР-3.1., ОР-3.2., ОР-3.3., ОР-3.4.
1.1.	Булевы функции. Геометрическая интерпретация булевой функции, n -мерный куб. Способы задания булевых функций. Формулы над множеством элементарных функций. Существенные и фиктивные переменные. Равенство функций и эквивалентность формул. Основные тождества алгебры логики.	Лекции	1		2		
1.2.	Булевы функции, представления булевых функций. Существенные и фиктивные переменные.	Практики	1		1		
1.3.	Элементарные булевы функции и их свойства. Эквивалентные преобразования булевых функций.	Практики	1		1		
1.4.	Разложение функции булевой по подмножеству переменных. Разложение Шеннона. Нормальные формы. Полином Жегалкина. Представление булевых функций полиномами.	Лекции	1		1		
1.5.	Полином Жегалкина. Представление булевых функций полиномами.	Лекции	1		1		
1.6.	Разложение Шеннона. Совершенные ДНФ и КНФ, их свойства и методы построения	Практики	1		1		
1.7.	Представление булевых функций полиномами. Свойства полиномов. Построение полиномов Жегалкина.	Практики	1		1		
1.8.	Двойственная функция. Принцип двойственности.	Лекции	1		1		
1.9.	Полнота и замкнутость системы булевых функций. Замыкание над системой булевых функций. Теорема о полной системе.	Лекции	1		1		
1.10.	Двойственные функция, свойства двойственных функций. Принцип двойственности.	Практики	1		2		

1.11.	Замкнутые классы. Свойства замкнутых классов, сохраняющих константы. Замкнутый класс самодвойственных функций и его свойства.	Лекции	1		2		
1.12.	Замыкание над системой булевых функций.	Практики	1		1		
1.13.	Замкнутые классы функций. Классы T_0 и T_1 . Класс самодвойственных функций и его свойства.	Практики	1		1		
1.14.	Монотонные функции. Замкнутый класс монотонных функций и его свойства. Линейный полином. Замкнутый класс линейных функций и его свойства.	Лекции	1		1		
1.15.	Теорема о необходимых и достаточных условиях полноты систем булевых функций.	Лекции	1		1		
1.16.	Монотонные функции, свойства монотонных функций. Линейные функции.	Практики	1		1		
1.17.	Полнота системы булевых функций и замкнутые классы.	Практики	1		1		
1.18.	Число функций полной системы.	Лекции	1		0.5		
1.19.	Функции k -значной логики.	Лекции	1		1.5		
1.20.	Выполнение контрольных заданий, подготовка к практическим занятиям, подготовка к рубежному контролю	СРС			26		
	Контрольная работа		1				
	Раздел 2. Минимизация ДНФ					№1, №3, №4, №8	OP-1.1., OP-1.2., OP-1.3., OP-1.4., OP-3.1., OP-3.2., OP-3.3., OP-3.4.
2.1	Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ). Виды ДНФ, их свойства, методы построения. Минимальные и кратчайшие ДНФ функции.	Лекции	1		0.5		
2.2	Интервала и их свойства. Допустимые и максимальные интервалы функции. Покрытие множества единичных наборов функции интервалами.. Импликанта, простая импликанта, их свойства.	Лекции	1		1		
2.3	Геометрическая интерпретация покрытия булевой функции интервалами.	Лекции	1		0.5		
2.4	Интервалы. Допустимые и максимальные интервалы, Троичные векторы и операции над ними.	Практики	1		2		

2.5	Сокращенная ДНФ. Теорема Квайна о сокращенной ДНФ. Алгоритм Квайна-МакКласки построения сокращенной ДНФ. Теорема Блейка о сокращенной ДНФ. Алгоритм Блейка построения сокращенной ДНФ.	Лекции	1		2		
2.6	Построение сокращённых ДНФ методом Квайна-МакКласки.	Практики	1		2		
2.7	Минимальные и кратчайшие ДНФ.		1		0.5		
2.8	Таблица Квайна и ее кратчайшие, минимальные и безызбыточные покрытия.	Лекции	1		1.5		
2.9	Сокращенная ДНФ монотонной функции.	Лекции	1		0.5		
2.10	Построение сокращённых ДНФ методом Блейка.	Практики	1		2		
2.11	Карты Карно.	Лекции	1		2		
2.12	Таблица Квайна. Построение минимальных и кратчайших ДНФ по таблице Квайна.	Практики	1		2		
2.13	Поглощение конъюнкции ДНФ. Ортогональные конъюнкции. Ортогональные ДНФ. Ядро ДНФ. Тупиковые ДНФ.	Лекции	1		2		
2.14	Построение карт Карно. Построение покрытий булевых функций по картам Карно.	Практики	1		2		
2.15	Частичные булевы функции. Реализация частичной функции. Минимизация частичных булевых функций. Построение минимальной и кратчайшей реализации частичной функции по таблице Квайна.	Лекции	1		2		
2.16	Ядро ДНФ. Построение тупиковых, минимальных и кратчайших ДНФ.	Практики	1		2		
2.17	BDD и ROBDD графы и операции над ними.	Лекции	1		2		
2.18	Минимизация частичных булевых функций с использованием карт Карно и таблицы Квайна.	Практики	1		2		
2.19	Построение BDD и ROBDD графов и операции над ними.	Практики	1		2		
2.20	Выполнение контрольных заданий, подготовка к практическим занятиям, подготовка к рубежному контролю	СРС	1		30		
	Контрольная работа		1				
	Раздел 3. Анализ и синтез дискретных систем					№4, №5	ОР-1.1., ОР-1.2., ОР-1.3., ОР-1.4., ОР-3.1., ОР-3.2.,

							ОР-3.3., ОР-3.4.
3.1	Элементы теории автоматов. Области применения автоматов.	Лекции	1		2		
3.2	Использование автоматов для описания дискретных систем.	Практики	1		2		
3.3	Комбинационные и последовательностные дискретные устройства. Логические сети. Каноническое уравнение автомата.	Лекции	1		2		
3.4	Построение и анализ логических сетей.	Практики	1		2		
3.5	Формальные языки и настроенные диаграммы. Конечно-автоматные языки и операции над ними.	Лекции	1		1		
3.6	Использования автоматов в программирование.	Лекции	1		1		
3.7	Получение канонических уравнений автоматов.	Практики	1		2		
3.8	Изучение учебного материала.	СРС	1		24,5		
	Раздел 4. Теория графов					№6, №7, №9, №10	ОР-1.1., ОР-1.2., ОР-1.3., ОР-1.4., ОР-3.1., ОР-3.2., ОР-3.3., ОР-3.4.
4.1	Основные понятия теории графов. Представления графов. Изоморфизм графов.	Лекции	2		2		
4.2	Графы, основные понятия.	Практики	2		2		
4.3	Цепь и циклы. Связанность графов. Метрики графов.	Лекции	2		2		
4.4	Метрики графов. Алгоритмы обхода графа. Перечисление графов.	Практики	2		2		
4.5	Эйлеровы графы и гамильтоновы графы.	Лекции	2		2		
4.6	Эйлеровы графы и гамильтоновы графы.	Практики	2		2		
4.7	Укладка графов на плоскости. Плоские и планарные графы. Двойственные графы.	Лекции	2		2		
4.8	Укладка графов на плоскости. Плоские и планарные графы. Двойственные графы.	Практики	2		2		
4.9	Деревья и их свойства. Теорема Кэли. Остовное дерево.	Лекции	2		1		
4.10	Взвешенные графы. Минимальное остовное дерево. Алгоритмы Краскала и Прима.	Лекции	2		1		
4.11	Деревья и их свойства. Остовное дерево.	Практики	2		1		
4.12	Дискретные экстремальные задачи, алгоритмы	Практики	2		1		

	Краскала и Прима нахождения минимального основного дерева.						
4.13	Раскраска вершин графов. Хроматическое число. Теорема о 5 красках. Алгоритм минимальной раскраски. Клики и независимое множество вершин графа.	Лекции	2		2		
4.14	Нахождение хроматического числа и минимальной раскраски произвольного графа.	Практики	2		2		
4.15	Сети. Свойства сетей.	Лекции	2		0.5		
4.16	Задача поиска кратчайшего пути в графе. Алгоритм Дейкстры.	Лекции	2		1.5		
4.17	Задача поиск кратчайшего пути в графе. Алгоритм Дейкстры и его модификации.	Практики	2		2		
	Отрицательные циклы. Алгоритмы Форда-Беллмана и Флойда-Уоршелла.	Лекции	2		2		
4.18	Алгоритмы Форда-Беллмана и Флойда-Уоршелла. Сравнение и оценка алгоритмов поиска кратчайшего пути.	Практики	2		2		
4.19	Потоки в сетях. Задача нахождения максимального потока в сети. Метод Форда-Фалкерсона.	Лекции	2		2		
4.20	Алгоритмы основанные на методе Форда-Фалкерсона поиска максимального потока в сети. Алгоритм Эдмонсона-Карпа.	Практики	2		2		
4.21	Выполнение контрольных заданий, подготовка к практическим занятиям, подготовка к рубежному контролю	СРС	2		38,5		
	Контрольная работа		2				
	Раздел 5. Алфавитное кодирование					№5, №4	ОР-1.1., ОР-1.2., ОР-1.3., ОР-1.4., ОР-3.1., ОР-3.2., ОР-3.3., ОР-3.4.
5.1	Алфавитное кодирование. Однозначность кодирования. Свойство префикса.	Лекции	2		2		
5.2	Алфавитное кодирование. Префиксные коды.	Практики	2		2		
5.3	Алгоритм проверки однозначности кодирования.	Лекции	2		2		
5.4	Проверка однозначности кодирования.	Практики	2		2		
5.5	Неравенство Макмилана. Коды с минимальной избыточностью.	Лекции	2		2		

5.6	Неравенство Макмилана и его следствия.	Практики	2		2		
5.7	Дерево однозначного кодирования. Алгоритм построения кода с минимальной избыточностью. Теорема Редукции. Алгоритм Хаффмана.	Лекции	2		2		
5.8	Построение кодов с минимальной избыточностью при помощи алгоритма Хаффмана.	Практики	2		2		
5.9	Изучение учебного материала.	СРС	2		18		
	Раздел 6. Исчисление высказываний и исчисление предикатов					№5, №10	ОП-1.1., ОП-1.2., ОП-1.3., ОП-1.4., ОП-3.1., ОП-3.2., ОП-3.3., ОП-3.4.
6.1	Исчисление высказываний. Алфавит, синтаксис и семантика исчисления высказываний. Проблема вывода. Дерево частичных интерпретаций и его построение.	Лекции	2		2		
6.2	Исчисление высказываний, построение формул и эквивалентные преобразования.	Практики	2		2		
6.3	Анализ КНФ на невыполнимость методом частичного обхода Free BDD-графа.	Лекции	2		1		
6.4	Исчисление предикатов. Алфавит, синтаксис и семантика исчисления предикатов.	Лекции	2		1		
6.5	Построение и анализ дерева частичных интерпретаций.	Практики	2		2		
6.6	Предваренная нормальная форма. Проблема вывода. Хорновские дизъюнкты.	Лекции	2		2		
6.7	Предваренная нормальная форма и Хорновские дизъюнкты.	Практики	2		2		
6.8	Изучение учебного материала.	СРС	2		18		

4. Образовательные технологии, учебно-методическое и информационное обеспечение для освоения дисциплины

Исходным звеном является лекция. Лекционный материал затем закрепляется путем решения задач по изучаемой теме на практических занятиях.

Самостоятельная работа студентов включает выполнение контрольных заданий, подготовку к практическим занятиям, а также подготовку к контрольным работам и экзамену.

Промежуточная аттестация осуществляется исключительно на основе собеседования при условии успешного выполнения ранее контрольных работ.

4.1. Рекомендуемая литература и учебно-методическое обеспечение

№ п/п	Авторы / составители	Заглавие	Издательство	Год издания
Основная литература				
1.	Яблонский С. В.	Введение в дискретную математику: [учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика"], 384 с	М: Высшая школа	2010
2.	Останин С. А., Матросова А.Ю, Николаева Е. А.	Функции алгебры логики: учебное пособие, 44 с.	Томск: Из-во ТГУ	2013
3.	Матросова А.Ю, Николаева Е. А.	Минимизация ДНФ: учебное пособие, 48 с.	Томск: Из-во ТГУ	2013
4.	Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А.	Задачи и упражнения по дискретной математике: учебное пособие, 416 с.	Москва: Физматлит	2009
5.	Шевелев Ю. П.	Дискретная математика: [учебное пособие], 591 с.	Санкт-Петербург: Лань	2016
6.	Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В.	Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы, 368	Санкт-Петербург: Лань	2010
Дополнительная литература				
7.	Оре О.	Теория графов, 352 с.	М.: ЛИБРОКОМ	2009
8.	Останин С. А., Матросова А.Ю.	Бинарные решающие диаграммы и их приложения: учебно-методический комплекс	Томск: [ИДО ТГУ]	2011
9.	Кристофидес Н.	Теория графов. Алгоритмический подход, 318 с	М.: Мир	1978
10.	Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К.	Алгоритмы. Построение и анализ, 1328с.	М: Вильямс АРВ	2014

4.2. Базы данных и информационно-справочные системы, в том числе зарубежные

1. Издательство «Лань» [Электронный ресурс] : электрон.-библиотечная система. – Электрон. Дан. – СПб., 2010. – URL: <http://e.lanbook.com/>

2. «ИНТУИТ» Национальный Открытый Университет [Электронный ресурс] / Электрон. Дан. – М., 2003. – <http://www.intuit.ru/studies>

3. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]. –

Электрон. Дан. – М., 2000. – URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp?>

4.3. Перечень лицензионного и программного обеспечения

Не требуется.

4.4. Оборудование и технические средства обучения

Не требуется

5. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины

Основой обучения является курс лекций, читаемый преподавателем. Для самостоятельной работы и дополнительного расширения круга знаний желательно использовать литературу, приведенную в разделе 4.1. При работе с интернет источниками следует обращать внимание на приведённые в них ссылки на литературу, так как описания отдельных алгоритмов на интернет ресурсах часто бывает не полным или излишне кратким. При возникновении трудностей в процессе подготовки рекомендуется взаимодействовать с преподавателем, консультироваться по самостоятельному изучению темы.

6. Преподавательский состав, реализующий дисциплину

Николаева Екатерина Александровна, к.т.н, доцент кафедры компьютерной безопасности НИ ТГУ

7. Язык преподавания – русский язык.