

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:
Декан ММФ ТГУ
Л. В. Гензе

Рабочая программа дисциплины

Метод внешних форм Картана

по направлению подготовки

01.03.01 Математика, 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки :

Основы научно-исследовательской деятельности в области математики

**Основы научно-исследовательской деятельности в области
математики и компьютерных наук**

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
Л. В. Гензе

Председатель УМК
Е.А.Тарасов

Томск – 2023

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-4 Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен проводить научно-исследовательские разработки по отдельным разделам выбранной темы.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 4.1 Проводит поиск и обработку научной и научно-технической информации, необходимой для решения исследовательских задач

ИОПК 4.2 Оценивает полученные результаты и формулирует выводы по итогам проведенных исследований

ИПК 1.1 Проводит работы по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований

ИПК 1.2 Подготавливает планы и программы проведения отдельных этапов научно-исследовательской работы

ИПК 1.3 Проводит отдельные этапы научно-исследовательской работы

2. Задачи освоения дисциплины

- Формирование представлений о структуре метода внешних форм Картана и области его применимости.
- Приобретение навыков исследования систем пфаффовых уравнений методом Картана.
- Способность оценивать результаты анализа, проведенного методом Картана.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Седьмой семестр, зачет

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: алгебра, математический анализ, аналитическая геометрия, дифференциальная геометрия.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 часов, из которых:

-практические занятия: 32 ч.

в том числе практическая подготовка: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Внешняя алгебра.

Грассманово исчисление кососимметричных однородных полиномов (форм). Лемма Картана. Алгебраическое дифференцирование. Ранг системы форм.

Тема 2. Исчисление внешних дифференциальных форм.

Дифференциальная алгебра Грассмана. Билинейный ковариант Фробениуса. Системы пфаффовых уравнений.

Тема 3. Вполне интегрируемые системы Пфаффа

Интегральное многообразие пфаффовой системы. Замыкание системы. Чистое замыкание. Полная интегрируемость. Характеристическая система.

Тема 4. Характеры пфаффовой системы.

Характеры пфаффовой системы и их вычисление. Число Картана. Число N .

Тема 5. Продолжение системы Пфаффа.

Продолженная пфаффова система. Второе (и последующие) продолжение. Частичное продолжение.

Тема 6. Система Пфаффа в инволюции.

Инволютивность пфаффовой системы. Критерии инволютивности.

Тема 7. Общая схема исследования системы уравнение Пфаффа.

Семь основных этапов. Примеры и их разбор.

Тема 8. Дополнение.

Признаки инволютивности пфаффовых систем с малым количеством искомым функций. Комментарии к литературному обзору.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет в седьмом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и две задачи. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Вопрос 1. Чем обусловлена роль понятия инволютивности пфаффовой системы?
2. Вопрос 2. Что такое широта класса решений системы и как она определяется?
3. ...

Примеры задач:

1. Задача 1. Вычислить ранг предложенной системы внешних форм.

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Текущий контроль учитывает регулярность посещения занятий, участие в разработке программ и процедур во время занятия, аккуратность (и успешность) выполнения домашних заданий. При отменных результатах по всем трём критериям

студент может рассчитывать на оценку «отлично» без зачёта. Наличие незначительных изъянов позволяет оценить его работу на «хорошо» - тоже без зачёта. Сколь-нибудь значительные недоработки исключают оценивание без формальной процедуры зачёта.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=9171>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Карта́н Э. Внешние дифференциальные системы и их геометрические приложения. Изд-во МГУ, 1962.
2. Карта́н Э. Теория конечных непрерывных групп и дифференциальная геометрия, изложенные методом подвижного репера. Изд-во МГУ, 1963.
3. Рашевский П.К. Геометрическая теория уравнений с частными производными. М.-Л., ГИТТЛ, 1947.
4. Фавар Ж., Курс локальной дифференциальной геометрии. М., ИЛ, 1960.
5. Фиников С.П. Метод внешних форм Картана. М.-Л., ГИТТЛ, 1948.
6. Фиников С.П. Теория поверхностей. М., МГУ, 1961, 158 с.
7. Малаховский В.С. Введение в теорию внешних форм. Калининград: Изд-во КГУ, 1978. – 84 с.
8. Малаховский В.С., Бухтяк М.С. Введение в метод внешних форм Картана. Томск: Изд-во ТГУ, 2023, 84 с.

б) дополнительная литература:

9. Бурбаки Н. Алгебра. Алгебраические структуры. Линейная и полилинейная алгебра. М., ГИФМЛ, 1962.
10. *Винберг Э. Б.* Курс алгебры. — М.: Факториал Пресс, 2002. — ISBN 5-88688-060-7
11. *Шафаревич И. Р., Ремизов А. О.* Линейная алгебра и геометрия, — М.: Физматлит, 2009.
12. *Шутц Б.* Геометрические методы математической физики. — М.: Мир, 1984.
13. *Катанаев М.О.* Геометрические методы в математической физике. Математический институт имени В. А. Стеклова, 2009. – 331 с.
14. *Васенин В.В.* О существовании решений одной системы внешних дифференциальных уравнений, - Сиб. Мат. Журн., 1984, с. 774-777.
15. *Бахвалов С. В.* Замечания к методу подвижного трехгранника. Математический сборник, 7 (49), № 2, 1940, стр. 321—326.
16. *Макеев Г.Н.* К вопросу об инволютивности систем уравнений Пфаффа, Изв. вузов. Матем., 1980, номер 1, 39–44.
17. *Макеев Н.Г.* О некоторых признаках инволютивности систем уравнений Пфаффа, Изв. вузов. Матем., 1982, номер 9, 81–83.
18. *Акивис М.А., Розенфельд Б.А.* Эли Карта́н (1869—1951). — М.: МЦНМО, 2007. — 328 с.

13. Перечень информационных технологий

- а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:
- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
 - публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешанном формате («Актру»).

15. Информация о разработчиках

Бухтяк Михаил Степанович, к.ф.-м.н., доцент кафедры геометрии.