

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан

 Л. В. Гензе

« 30 » 06 2022 г.

Рабочая программа дисциплины

**Численные методы оптимизации**

по направлению подготовки

**02.03.01 Математика и компьютерные науки**

Направленность (профиль) подготовки :

**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики и  
компьютерных наук**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

2022, 2023

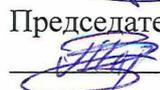
Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.3.03

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

 Л. В. Гензе

Председатель УМК

 Е. А. Тарасов

Томск – 2022

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-7 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 7.1 Владеет навыками использования основных языков программирования для решения задач науки и техники.

ИОПК 7.2 Демонстрирует умение отбора среди существующих математических методов, наиболее подходящих для решения конкретной прикладной задачи, в том числе с применением современных вычислительных систем.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Освоить базовые знания по теории и методам решения некоторых классов экстремальных задач.

– Научиться применять на практике полученные теоретические знания для численного решения задач оптимизации на ЭВМ.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Шестой семестр, зачет с оценкой

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: математический анализ, алгебра, программирование.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 16 ч.

в том числе практическая подготовка: 0 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Постановка задачи оптимизации.

Задача безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия локальной оптимальности в задачах безусловной оптимизации. Задача условной оптимизации. Классификация задач математического программирования.

Тема 2. Элементы выпуклого анализа.

Выпуклые множества и выпуклые функции. Примеры выпуклых функций. Свойства выпуклых функций. Дифференциальные критерии выпуклости. Экстремальные свойства выпуклых функций.

Тема 3. Начальные сведения о численных методах оптимизации.

Классификация численных методов оптимизации. Сходимость методов оптимизации. Методы спуска. Общая схема методов спуска. Необходимый и достаточный признаки направления убывания функции. Правила выбора длины шага вдоль выбранного направления.

Тема 4. Методы линейного поиска функции одной переменной

Методы решения задачи одномерной минимизации. Теорема о сокращении интервала неопределенности. Метод дихотомического поиска. Метод золотого сечения. Алгоритмы методов дихотомического поиска и метода золотого сечения.

Тема 5. Методы нулевого порядка.

Методы случайного поиска: метод поиска с возвратом при неудачном шаге, метод наилучшей пробы. Методы координатного спуска: циклический покоординатный спуск, координатный спуск с выбором направления, метод конфигураций. Сходимость метода координатного спуска для дифференцируемой, ограниченной снизу функции.

Тема 6. Методы первого порядка.

Методы градиентного спуска. Сходимость метода градиентного спуска для ограниченной снизу функции. Оценка скорости сходимости метода градиентного спуска для сильновыпуклой функции. Оценка скорости сходимости метода скорейшего спуска для сильновыпуклой функции. Методы сопряженных градиентов. Оценка скорости сходимости метода для квадратичной функции. Варианты метода сопряженных градиентов для не квадратичных функций. Сходимость методов и оценка скорости сходимости для не квадратичной функции.

Тема 7. Методы второго порядка.

Метод Ньютона. Метод Ньютона с регулировкой шага. Оценка скорости сходимости методов Ньютона. Квазиньютоновские методы. Сходимость квазиньютоновских методов.

Тема 8. Методы условной оптимизации.

Понятие штрафной функции. Вспомогательная задача со штрафом. Метод штрафных функций. Сходимость метода штрафных функций. Методы поиска условного глобального экстремума: метод дифференциальной эволюции, метод «стаи серых волков».

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, тестов по лекционному материалу, выполнения индивидуальных заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Зачет с оценкой в шестом семестре. Зачет проводится в устной форме и состоит из двух частей:

1. защита отчета по результатам выполнения индивидуального задания;
2. ответа по билетам, содержащим теоретический вопрос.

Продолжительность зачета 0,25 часа.

Пример индивидуального задания:

Найти решение задачи условной минимизации

$$f(\bar{x}) \rightarrow \min, \bar{x} \in X \subset R^n.$$

методом внешних штрафных с точностью  $\varepsilon_1 \approx 10^{-1} \div 10^{-2}$ .

Для выполнения численного этапа метода штрафных функций использовать один из методов безусловной минимизации (с точностью  $\varepsilon_2 \approx 10^{-2} \div 10^{-3}$ ):

1. Циклического покоординатного спуска.
2. Координатного спуска с выбором направления.
3. Метод Хука – Дживса.
4. Скорейшего спуска.
5. Метод Ньютона – Рафсона.
6. Квазиньютоновский метод
  - a. вариант Давидона – Флетчера – Пауэлла,
  - b. вариант Бройдена – Флетчера – Гольдфарба – Шанно.
7. Сопряженных направлений
  - a. вариант Флетчера – Ривза,
  - b. вариант Полака – Рибьера,
  - c. вариант Дэниэла.

и линейного поиска минимума одной переменной методом (с точностью  $\varepsilon_3 \approx 10^{-4} \div 10^{-5}$ ):

1. Дихотомического поиска или
2. Золотого сечения.

Целевую функцию исходной задачи (и для задачи со штрафом) исследовать на выпуклость. Дать оценку сходимости методов. Написать программу расчета задачи на языке C/C++. Представить отчет по проведенным исследованиям и полученным результатам расчета.

$$x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 - x_2x_3 - 2x_1x_2 - x_1x_3 + 10x_1 - 12x_2 - 11x_3 \rightarrow \min$$

при условии  $2x_1 + x_2 + 5x_3 \leq 20, -x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 15, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$ .

В таблице 1 приведена система оценивания индивидуального задания.

Таблица 1. Система критериев при оценивании индивидуального задания

Критерии соответствия	Оценка
Содержание отчета и ответы по индивидуальному заданию являются полными. Студент правильно понимает терминологию. Демонстрирует умение понимать, доказательно и логически связно отвечать на вопросы.	зачтено
Неполное, логически противоречивое изложение отчета. Студент не понимает и неправильно использует терминологию. Не может доказательно и логически связно отвечать на вопросы. Отчет вообще не подготовлен к защите.	не зачтено

Примерный перечень теоретических вопросов:

1. Постановка задачи оптимизации. Основные понятия. Классификация задач математического программирования.
2. Определение выпуклой, строго выпуклой, сильно выпуклой, строго квази выпуклой функций. Дифференциальные критерии выпуклости.
3. Определение минимизирующей последовательности, релаксационного процесса, метода спуска, вектора спуска. Общая схема методов спуска.
4. Основные понятия о численных методах оптимизации: сходимость метода, скорость сходимости методов оптимизации. Критерии останова методов оптимизации для бесконечно-шаговых методов.
5. Необходимый и достаточный признак направления убывания функции. Лемма. Правило Армико выбора длины вдоль направления спуска. Леммы.

Студент оценивается на зачете только после защиты отчетов индивидуальных заданий. Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При ответе на вопросы оценивается полнота, точность, логичность и аргументированность изложения материала. Система оценивания ответа на теоретические вопросы дана в таблице 1.

*Таблица 2. Система критериев при оценивании ответов на вопросы зачета*

Критерии соответствия	Оценка
Студент полно, четко и логично излагает материал предлагаемого на зачете вопроса	отлично
Ответ не является полным, но изложенная часть логически не противоречива и изложена ясно и понятно.	хорошо
Ответ является неполным, изложение носит поверхностный характер, логически противоречиво, но понятно.	удовлетворительно
Неполный логически противоречивый недоказательный ответ или ответ отсутствует по сути.	неудовлетворительно

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=13897>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План практических занятий по дисциплине:

Алгоритмы линейного поиска минимума функции одной переменной. (4 часа)

Решение задач безусловной оптимизации. (4 часа)

Решение задач условной оптимизации. (4 часа)

Выполнение индивидуального задания и написание отчета. (4 часа)

г) Все лабораторные работы и индивидуальные задания подобраны так, чтобы максимально стимулировать психологическую установку студентов на формирование связи между математической теорией и ее практическим применением. Отчет по каждому выполненному заданию включает теоретическую часть, выполненное практическое задание и анализ полученных результатов.

д) Самостоятельная работа включает в себя: теоретическое освоение лекционного курса, практическое выполнение заданий, подготовку к зачету. Для выполнения самостоятельной работы обеспечивается доступ к информационным ресурсам курса:

- материалы лекций;

- список вопросов для самостоятельной проверки знаний и подготовки к зачету;

- список литературы, включающий учебники и книги по изучаемым в курсе вопросам.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Карманов В.Г. Математическое программирование: Учебное пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 263 с.

– Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации: Учебное пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 367 с.

- Измаилов А.Ф., Солодов М.В. Численные методы оптимизации: Учебное пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 304 с.
- Аттетков А.В., Зарубин В.С., Канатников А.Н. Методы оптимизации: учебное пособие. – М.: ИНФРА – М, 2013. – 269 с.
- Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах: учебное пособие. – СПб.: Лань, 2015. – 511 с.
- Лесин В. В., Лисовец Ю.П. Основы методов оптимизации: учебное пособие. – СПб.: Лань, 2016. – 340с.
- Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. – М.: Мир, 1982.- 583 с.

б) дополнительная литература:

- Аттетков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С. Методы оптимизации. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 440 с.
- Пшеничный Б.Н., Данилин Ю.М. Численные методы в экстремальных задачах. – М.: Наука, 1975. – 320 с.
- Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: Учебное пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005 – 256 с.
- Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация. Теория. Примеры. Задачи. – М.: Эдиториал УРСС, 2010. – 335 с.
- Гончаров В.А. Методы оптимизации: Учебное пособие. – М.: Изд-во Юрайт. Высшее образование, 2010. – 191 с.
- Пантелеев А. В., Метлицкая Д. В., Е.А. Алешина Методы глобальной оптимизации. Метаэвристические стратегии и алгоритмы // М.: Вузовская книга. 2013. 244 с.
- Частикова В.А., Жерлицын С.А. Исследование алгоритма серых волков // Научные труды КубГТУ, № 16, 2016. – С. 136-142.

в) ресурсы сети Интернет:

- Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система.  
<http://www.consultant.ru>
- Портал естественных наук <http://e-science.sources.ru/>
- Сайт обучающих курсов ведущих вузов мира <http://www.coursera.org/>
- Сайт открытых курсов MIT <https://ocw.mit.edu/index.htm>
- ЭБС «Консультант студента» <http://www.studentlibrary.ru/>
- Научная библиотека ТГУ <http://www.lib.tsu.ru/>
- Научная электронная библиотека <http://elibrary.ru/>

### 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –  
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

#### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Оснащение аудиторий 314, 316, 319:

интерактивный набор (доска InterWrite, экран, 2 проектора EPSON) 16 компьютеров;

свободное и лицензионное программное обеспечение: операционные системы: Microsoft Windows 10; офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX+TeXstudio, Libre Office; средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran Compiler 2015 (Parallel Studio), CUDA Toolkit 10.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++, Fortran), Qtcreator, cmake, python3 (anakonda3), Visual Studio Code, R-lang, node.js, Pycharm, free pascal;

математические пакеты: PTC Mathcad 15, Mathematica 8, Maple 15, Matlab R2015; пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer;

пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit;

утилиты для получения удаленного доступа Winscp, Putty, Xming;

утилиты 7zip, Adobe Acrobat Reader, DjVu Reader, Far manager, Mozilla Firefox, Notepad++.

#### **15. Информация о разработчиках**

Лаева Валентина Ивановна, кафедра вычислительной математики и компьютерного моделирования ММФ ТГУ, старший преподаватель.