

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП

Гензе Л.В.

" 31 "

08

2021 г.

Рабочая программа дисциплины

Численные методы

Закреплена за кафедрой	<i>вычислительной математики и компьютерного моделирования.</i>
Учебный план	<i>01.03.01 – Математика. Программа: «Основы научно-исследовательской деятельности в области математики»</i>
Форма обучения	<i>Очная</i>
Общая трудоёмкость	<i>7 з.е.</i>
Часов по учебному плану	<i>252 часа</i>
в том числе:	
аудиторная контактная работа	<i>147.45 часов</i>
самостоятельная работа	<i>88.85 часа</i>
Вид(ы) контроля в семестрах	
<i>зачет</i>	<i>6 семестр</i>
<i>экзамен</i>	<i>7 семестр</i>

Томск-2021

Программу составили:
профессор, д.ф.-м.н. Старченко А.В.,
доцент, к.ф.-м.н. Берцун В. Н.,
старший преподаватель Михайлов М.Д.

Рецензент к.ф.-м.н. Гурина Е.Н.

Рабочая программа дисциплины Численные методы разработана в соответствии с ФГОС ВО/СУОС НИ ТГУ.

Самостоятельно устанавливаемый образовательный стандарт НИ ТГУ по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Утвержден Ученым советом НИ ТГУ, протокол от 27.03.2019 №3).

Рабочая программа одобрена на заседании УМК/Совета программы

Протокол от 30.01. 2020 № 1

1. Цель освоения дисциплины/модуля

Цель дисциплины: подготовка специалиста к эффективному использованию численных методов в профессиональной деятельности при решении научно-практических задач. При этом большое внимание уделяется теоретической оценке эффективности как известных, так и вновь создаваемых методов, вопросам оценки их погрешности, устойчивости и сходимости.

2. Место дисциплины в структуре ООП/ОПОП

Дисциплина относится к дисциплинам по выбору студента вариативной части Общепрофессионального цикла Блока Б1.В.2.

Пререквизиты¹ дисциплины: *математический анализ, алгебра, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, программирование.*

Постреквизиты² дисциплины *научно-исследовательская работа, выполнение и защита квалификационной работы.*

3. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины/модуля

Таблица 1

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения ³ по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций)
ОПК-1	ИОПК 1.1. Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам. ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий решения	ОР-1.1 Может подбирать и обрабатывать профессиональную литературу по выбранной теме исследования. ОР-1.2 Владеет фундаментальными знаниями в области численных методов, такими как: - основные понятия и определения вычислительной математики, теоремы

¹ В случае отсутствия пререквизитов дисциплины/модуля указывается - нет.

² В случае отсутствия постреквизитов дисциплины/модуля указывается - нет.

³ Результаты обучения могут быть сформулированы в виде конкретных результатов обучения или дескрипторов: знать; уметь; владеть.

	<p>типовых задач с применением основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.</p> <p>ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p>	<p>сходимости и устойчивости вычислительных методов;</p> <p>- теория погрешностей, приближения функций, численное дифференцирование и численное интегрирование, а также методы решения линейных и нелинейных уравнений, численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.</p> <p>ОР-1.3 Умеет: правильно выбирать численный метод для решения конкретной задачи, применять на практике современные компьютерные технологии численного решения практических задач;</p> <p>- осуществлять расчет и анализ устойчивости и сходимости численного метода;</p> <p>-осуществлять поиск необходимой литературы по численным методам.</p>
ОПК-2	<p>ИОПК 2.1 Использует методы построения и анализа математических моделей в задачах естествознания, технике, экономике и управлении.</p> <p>ИОПК 2.2 Демонстрирует умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности.</p>	<p>ОР-2.1 Знает основные вычислительные алгоритмы линейной алгебры, итерационных методов решения нелинейных систем и уравнений, численного дифференцирования и интегрирования, разностных методов решения дифференциальных уравнений.</p> <p>ОР-2.2 Владеет приемами разработки математических моделей для конкретного объекта исследования с последующей реализацией ее разностного эквивалента с помощью компьютерных технологий.</p>

	ИОПК 2.3 Участвует в разработке математических моделей для решения задач естествознания, техники, экономики и управления под руководством более квалифицированного работника.	ОР-2.3 Может участвовать в разработке математических моделей для решения сложных задач исследовательского характера, выбирать и применять численный метод решения поставленной задачи, реализовывать его с использованием современных компьютерных технологий под руководством более квалифицированного работника.
--	--	--

4. Структура и содержание дисциплины/модуля

4.1. Структура и трудоемкость видов учебной работы по дисциплине/модулю

Общая трудоемкость дисциплины/модуля составляет 7 зачетных единицы, 252 часа.

Таблица 2

Вид учебной работы	Трудоемкость в академических часах		
	6 семестр	7 семестр	всего
Общая трудоемкость			
Контактная работа:	48	90	138
Лекции (Л):	32	36	68
Практические занятия (ПЗ)	16	54	70
Лабораторные работы (ЛР)	0	0	0
Семинарские занятия (СЗ)	0	0	0
Групповые консультации	2.65	4.5	7.15
Индивидуальные консультации	0	0	0
Промежуточная аттестация		2.3	2.3
Самостоятельная работа обучающегося	21.35	67.5	88.85
- Интерполирование и приближение функций.	10	0	10
- Численное дифференцирование и интегрирование	11.35	0	11.35
- Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и систем	0	12	12
- Численное интегрирование жестких систем ОДУ	0	8	8
-. Разностные методы решения краевых задач для ОДУ	0	20	20
- Численные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных параболического, эллиптического и гиперболического типов	0	20	20.0
-. Разностные методы решения интегральных уравнений	0	7.5	7.5
- подготовка к экзамену		15.7	15.7
Вид промежуточной аттестации	зачет	экзамен	

4.2. Содержание и трудоемкость разделов дисциплины/модуля

Таблица 3

Код занятия	Наименование разделов и тем и их содержание	Вид учебной работы, занятий, контроля ⁴	С е м е с т р	Часы в электронной форме ⁵	Всего (час.)	Литература ⁶	Код (ы) результата(ов) обучения ⁷
1	Раздел 1. . Вводная часть. Интерполирование и приближение функций.					[1-4]	
1.1.	Тема 1. Обзор истории развития вычислительной техники и теории численных методов. Математическое моделирование. Основные этапы вычислительного эксперимента на ЭВМ. Триада: модель, метод, программа. Составные части погрешности решения задач на ЭВМ. Требования к численным методам на современном этапе: точность, устойчивость, экономичность	Лекции СРС	6	2 2	2 2		ОП-1.1, ОП-1.2, ОП-1.3
1.2.	Тема 2. Общая постановка	Лекции		3	3		ОП-1.1, ОП-1.2, ОП-1.3, ОП-2.1, ОП-2.2, ОП-2.3

⁴ Столбец заполняется в соответствии с таблицей 3.

⁵ Часы указываются в случае использования электронного формата (MOODLe, MOOC).

⁶ Литература (заполняется при необходимости из общего перечня литературы по дисциплине).

⁷ Коды результатов обучения указываются в соответствии с таблицей 1.

	<p>задачи интерполирования многочленами. Теорема о существовании и единственности обобщенного интерполяционного многочлена.</p> <p>Интерполирование алгебраическими многочленами: многочлен Лагранжа и его единственность. Схема Эйткена получения значения многочлена Лагранжа в заданной точке. Погрешность интерполирования.</p> <p>Теорема об оценке погрешности метода. Разделенные разности и их свойства Построение многочлена Ньютона и оценка погрешности.</p> <p>Интерполирование в случае равноотстоящих узлов: конечные разности и их свойства; интерполяционные формулы Ньютона. Понятие о количестве арифметических операций, как об одном из критериев оценки качества алгоритма. Многочлены Чебышева и их свойства. Минимизация оценки погрешности интерполяции. Исследование вопросов сходимости</p>	<p>Практики СРС</p>	<p>6</p>	<p>4 4</p>	<p>4 4</p>		
--	---	-------------------------	----------	----------------	----------------	--	--

1.3	<p>интерполяционного процесса: поточечная и равномерная сходимость. Пример Рунге. Теорема Фабера и Марцинкевича о сходимости интерполяционного процесса.</p> <p>Тема 3. Интерполяция и приближение функций сплайнами. Линейный сплайн. Построение кубического сплайна класса $C^2[a,b]$. Теорема о сходимости интерполирования кубическими сплайнами.</p> <p>Другие постановки задач интерполирования и приближения функций. Тригонометрическая интерполяция. Приближение рациональными функциями. Дробно - линейная интерполяция. Наилучшее среднеквадратичное приближение; наилучшее равномерное приближение. Определение параметров эмпирической формулы.</p>	Лекции Практики СРС	6	3 4 4	3 4 4		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3
.2	Раздел 2 Численное дифференцирование и интегрирование					[1-3]	
2.1	Тема 1. Простейшие формулы	Лекции		4	4		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3

	<p>численного дифференцирования. Некорректность задачи численного дифференцирования. Формулы численного дифференцирования на основе теории интерполирования: через разделенные разности; безразностные формулы через многочлен Лагранжа; через конечные разности. Метод неопределенных коэффициентов построения формул численного дифференцирования. Улучшение аппроксимации производных по правилу Рунге</p>	<p>Практик и СРС</p>	6	4 5	4 5		
2.2	<p>Тема 2. Квадратурные формулы интерполяционного типа наивысшей алгебраической степени точности. Основная теорема о свойстве $w(x)$. Существование и единственность квадратурных формул наивысшей алгебраической степени точности. Теорема о корнях $w(x)$. Свойства квадратурных формул Гаусса. Общий вид $w(x)$ при $P(x)=1$. Весовые</p>	<p>Лекции Практик и СРС</p>	6	4 4 6.35	4 4 6.35		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3

	функции и ортогональные многочлены. Остаточный член формул Гаусса.						
3	Раздел 3. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и систем					[1-5]	
3.1	Тема 1. Постановка задач для ОДУ (одно уравнение и система уравнений) и примеры задач к ним сводящихся; пример плохо обусловленной задачи. Метод Пикара и метод разложения решения в ряд Тейлора.	Лекции, СРС	6	2 4	2 4		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3
3.2.	Тема 2. . Классификация численных методов решения задачи Коши для ОДУ: одношаговые, многошаговые, явные, неявные, с забеганием вперед. Методы Рунге-Кутты построения одношаговых правил решения задачи Коши: рекуррентные формулы методов 1, 2, 3 порядков точности. Их геометрическая интерпретация, локальная и глобальная погрешность методов. Обобщение методов Рунге-Кутты на случай систем	Лекции Практик и СРС	6 7	4 6 4	4 6 4		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3

	ОДУ (на примере метода Эйлера). Правило Рунге оценки главного члена погрешности и повышения точности расчетов (экстраполяция по Ричардсону), выбор шага интегрирования.						
3.3	<p>Тема 3. Многошаговые методы решения задачи Коши: экстраполяционные формулы Адамса-Бешфорта (явные); интерполяционные формулы Адамса-Моултона (неявные); формулы типа Коуэлла с забеганием вперед. Организация вычислений. Устойчивость численных методов решения задач Коши.</p> <p>Раздел 4. Численное интегрирование жестких систем ОДУ</p>	<p>Лекции Практик и СРС</p>	<p>6 7</p>	<p>6 6 4</p>	<p>6 6 4</p>	[4-6]	OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3
4.1	Тема 1. Определение жесткой системы ОДУ. Примеры жестких систем и иллюстрация на них основных проблем численного решения жестких систем ОДУ.	<p>Лекции Практик и СРС</p>	<p>6 7</p>	<p>1 2 4</p>	<p>1 2 4</p>		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3

4.2	Тема 2. Специальные определения устойчивости численных методов решения жестких систем ОДУ. Примеры исследования на А-устойчивость неявных разностных схем высокого порядка точности.	Лекции Практик и СРС	6 7	1 1 2	1 1 2		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3
4.3	Тема 3. Метод Гира решения жестких систем уравнений.	Лекции Практик и СРС	6 7	2 1 2	2 1 2		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3
	Зачет						
5	Раздел 5. Разностные методы решения краевых задач для ОДУ.					[1-5]	
5.1	Тема 1. Основные определения теории конечно-разностных схем: погрешности аппроксимации, устойчивости, сходимости. Шаблон схемы. Оценка погрешности аппроксимации разностной схемы с трехточечным шаблоном для ОДУ второго порядка.	Лекции Практик и СРС	7	4 3 6	4 3 6		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3
5.2	Тема 2. Принцип максимума (минимума). Однозначная разрешимость разностной краевой задачи. Метод прогонки	Лекции Практик и СРС	7	4 3 6	4 3 6		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3

	решения линейных разностных краевых задач, сложность алгоритма.						
5.3	Тема 3. Разностные аппроксимации повышенной точности. Численные методы решения нелинейных краевых задач.	Лекции Практик и СРС	7	4 6 8	4 6 8		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3
5.4	Коллоквиум по разделу 5.	Коллоквиум	7	2	2		
6	Раздел 7. Численные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных параболического, эллиптического и гиперболического типов					[1-6]	
7.1	Тема 1. Явные и неявные схемы для уравнений параболического типа (на примере уравнения теплопроводности). Численные методы решения краевых задач для уравнений параболического типа. Оценка аппроксимации, вопросы разрешимости и методы исследования на устойчивость	Лекции Практик и СРС	7	5 6 6	5 6 6		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3
7.2	Тема 2. Разностные схемы для уравнений эллиптического типа на примере задачи Дирихле для уравнения Пуассона	Лекции Практик и СРС	7	6 6 6	8 6 6		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3

	(Лапласа). Исследование аппроксимации, устойчивости и сходимости. Вопросы существования и единственности решения системы разностных уравнений. Метод установления. Сведение задачи Дирихле к соответствующей нестационарной задаче для уравнения теплопроводности. Вопросы сходимости решения нестационарной задачи к решению соответствующей задачи Дирихле.						
7.3	Тема 3. Явные и неявные разностные схемы для уравнений и систем уравнений гиперболического типа . О корректности постановки краевых задач для этого типа уравнений. Оценка погрешности аппроксимации, вопросы разрешимости. Методы исследования устойчивости. Экономичные методы решения многомерных задач механики сплошной среды.	Лекции Практик и СРС	7	5 6 8	5 6 8		ОП-1.1, ОП-1.2, ОП-1.3, ОП-2.1, ОП-2.2, ОП-2.3
8	Раздел 8. Разностные методы решения интегральных уравнений					[2-6]	

8.1	Тема 1. Основные виды линейных интегральных уравнений. Две задачи об упругой нити, сводящиеся к решению интегральных уравнений.	Лекции Практик и СРС	7	2 1 2	2 1 2		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3
8.2	Тема 2. Связь между дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра 2-го рода. Метод квадратур численного решения интегральных уравнений Фредгольма.	Лекции Практик и СРС	7	2 3 2	2 3 2		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3
8.3	Тема 3. Применение метода квадратур к численному решению интегральных уравнений Вольтерра. Интерполяционный квадратурный метод.	Лекции Практик и СРС	7	2 2 2	2 2 2		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3
8.4	Тема 4. Метод замены ядра уравнения на вырожденное ядро.	Лекции Практик и СРС	7	2 2 1.5	2 2 1.5		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3
9	Экзамен		7	15.7+2.3	15.7+2. 2		OP-1.1, OP-1.2, OP-1.3, OP-2.1, OP-2.2, OP-2.3

5. Образовательные технологии, учебно-методическое и информационное обеспечение для освоения дисциплины/модуля

В ходе реализации дисциплины используются классические образовательные технологии – лекции, практические занятия, самостоятельное изучение материалов студентами, проверка знаний путем оценки выполнения индивидуальных заданий, проведения коллоквиума, зачета и экзамена.

Для проведения текущего контроля СРС преподаватель может проводить небольшие тесты в начале каждого занятия.

Вопросы коллоквиумов и экзамена являются обобщением вопросов тестов текущего контроля и позволяют оценить уровень сформированности компетенций и понимания материала дисциплины. Текущая аттестация проводится путем проведения коллоквиума (по какому-либо из разделов дисциплины), выставления баллов за выполнение индивидуальных заданий. Оценка по зачету в 6-м семестре и экзамену в 7 семестре выставляются на основе рейтинговой системы. Подробнее система представлена в ФОС-е дисциплины.

5.1. Литература и учебно-методическое обеспечение

Обязательная литература:

1. Садовничий В. А. Математика в созвездии наук. Избранные выступления.- МГУ, 2018г. -254с.
2. Калиткин Н. Н. Численные методы : [учебное пособие] / Н. Н. Калиткин ; под ред. А. А. Самарского. – 2-е изд., [испр.]. – СПб. : БХВ-Петербург, 2014, 2011. – 586 с.
3. Бахвалов Н. С. Численные методы : [учебное пособие] / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. – 7-е изд. – М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2011. – 636 с.
4. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. – М., 2013.-847с.
5. Самарский А. А., Михайлов А. П. математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры.-М., Физматлит,2001.-320с.
6. Амосов А.А. и др. Вычислительные методы для инженеров. – СПб:Лань,2014.-671 с.
7. Меркулова Н.Н., Михайлов М.Д. Методы приближенных вычислений. Томск: издательский дом ТГУ, 2014.-762 с.
8. Шарый С. П. Курс вычислительных методов. Новосибирск., 2014. - 501с.
9. Старченко А.В., Берцун В.Н. Методы параллельных вычислений. Томск: Изд-во Том. Ун-та, , 2013.-300с.

Дополнительная рекомендуемая литература и электронные ресурсы

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. -М.: Наука, 1962, 1966, т. 1-2.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы.: -М.: Наука, 1976, 1977, т.1-2.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. Учебное пособие. -М.: Наука, 1980.-535 с.
4. Самарский А.А. Теория разностных схем. Учебное пособие. -М.: Наука, 1983. -616 с.
5. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. -М.: Наука, 1989. -430 с.
6. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижиков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях.. -М.: Высшая школа, 2000. -190 с.
7. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. –М.: Наука, 1972. -400с.
8. Каханер Д., Моулдер К., Нэш С. Численные методы и программное обеспечение. - М. Мир,1998.-575с.
9. Берцун В.Н. Слайны сеточных функций . –Томск: Изд-во ТМЛ - Пресс, 2007. -136 с.
10. Копченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. -М.: Наука, 1972. -367 с.

11. Ракитский Ю.В., Устинов С.М., Черноуцкий И.Г. Численные методы решения жестких систем. М.: Наука, 1979. -208 с.
12. Квасов Б. И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Часть 1,II. Новосибирск.-2009.
13. Ивлев В. В. Математический анализ. Избранное. М. Икар.2018.
14. Ильин В. П. Методы конечных разностей и конечных объемов для эллиптических уравнений.. –Новосибирск.-2000..-345с.
15. Открытый университет Интуит.ру <http://www.intuit.ru/studies/courses/1012/168/info>
16. <http://www.intuit.ru/studies/courses/1083/324/info>

5.2. Базы данных и информационно-справочные системы, в том числе зарубежные

- <http://e-science.sources.ru/> – портал естественных наук
- <http://www.coursera.org/> – сайт обучающих курсов ведущих вузов мира
- <https://ocw.mit.edu/index.htm> – сайт открытых курсов MIT

5.3. Перечень лицензионного и программного обеспечения

операционные системы: Microsoft Windows 7, Microsoft Windows 10
офисные и издательские пакеты Microsoft Office 2010

5.4. Оборудование и технические средства обучения

Для проведения лекционных и практических занятий используются классические аудитории с доской, проектором и компьютером с предустановленным офисным пакетом Microsoft Office 2010.

Для проведения занятий в дистанционном режиме (при необходимости) используется LMS система Moodle (<https://moodle.tsu.ru/>)

6. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины/модуля

Для успешного освоения материала студентам необходимо пользоваться источниками, информационными системами и базами данных, которые представлены в списке литературы. Самостоятельная работа студентов состоит в проработке лекционного материала, материала с практических занятий и самостоятельного изучения дополнительных вопросов, более глубокого анализа лекций с помощью дополнительной литературы. Кроме того, студентам необходимо выполнить 7 индивидуальных задания согласно инструкциям (см. ФОС). Студенты должны внимательно относиться к подготовке к коллоквиуму, зачету и экзамену, ответственно подходить к самостоятельной работе и уверенно отвечать на вопросы тестов текущего контроля.

7. Преподавательский состав, реализующий дисциплину

профессор, д.ф.-м.н. Старченко А.В.,
доцент, к.ф.-м.н. Берцун В. Н.,
старший преподаватель Михайлов М.Д.

8. Язык преподавания

Русский