

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Декан института прикладной  
математики и компьютерных наук  
Замятин А.В.



"02" \_\_\_\_\_ 2021 г.

## Основы математического моделирования

### Рабочая программа дисциплины

Закреплена за кафедрой Учебный план	<i>Системного анализа и математического моделирования 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, профиль «DevOps-инженерия в администрировании инфраструктуры ИТ-разработки»</i>
Форма обучения	<i>очная</i>
Общая трудоёмкость	<i>3 з. е.</i>
Часов по учебному плану	<i>108 часов</i>
в том числе:	
аудиторная контактная работа	<i>33.85 часа</i>
самостоятельная работа	<i>74.15 часов</i>
Вид(ы) контроля в семестрах	<i>4 семестр зачет с оценкой</i>

Томск 2021

Программу составили:  
к.ф.-м.н., доцент кафедры системного анализа  
и математического моделирования ИПМКН



Ю.Б.Буркатовская

Рецензент:  
к.ф.-м.н., доцент  
кафедры теории вероятности и математической статистики  
Т.В. Кабанова



Рабочая программа дисциплины/модуля «Основы математического моделирования» разработана в соответствии с самостоятельно устанавливаемым образовательным стандартом высшего образования – магистратура – Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» по направлению подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем (Утвержден Ученым советом НИ ТГУ, протокол от 27.10.2021 г. № 08).

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры системного анализа и математического моделирования

Протокол от 03 июня 2021 г. № 26

Заф. кафедрой, д.ф.-м.н., доцент



Ю.Г. Дмитриев

Рабочая программа одобрена на заседании учебно-методической комиссии института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 17 июня 2021 г. № 05

Председатель УМК  
д.т.н., профессор



С.П. Сущенко

## Цель освоения дисциплины

Сформировать у слушателей представления об инструментах математического моделирования

### 1. Место дисциплины в структуре ООП/ОПОП

Дисциплина» относится к обязательной части блока «Экономика и предпринимательство»

Пререквизиты: Математический анализ

Постреквизиты: Имитационное моделирование

### 2. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины/модуля

Таблица 1.

Компетенция	Индикатор универсальной компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций)
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук - ИОПК-1.2 Использует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности -	ОР-1.1.1. Знает основные виды математических моделей реальных явлений. ОР-1.1.2. Умеет осуществлять выбор и построение модели реального явления или процесса. ОР-1.1.3. Владеет математическим аппаратом, необходимым для аналитического исследования математических моделей. ОР-1.2.1. Знает основные методы численного анализа математических моделей и границы применимости данных методов. ОР-1.2.2. Умеет осуществлять выбор метода численного решения задачи математического моделирования. ОР-1.2.3. Владеет цифровыми инструментами, необходимыми для численного анализа математических моделей.

### 3. Структура и содержание дисциплины/модуля

#### 3.1. Структура и трудоемкость видов учебной работы по дисциплине/модулю

Общая трудоемкость дисциплины/модуля составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

Таблица 2.

Вид учебной работы	Трудоемкость в академических часах	
	5 семестр	всего
<b>Общая трудоемкость</b>	5 семестр	всего
<b>Контактная работа:</b>	33.85	33.85
Лекции (Л):	16	16
Практики (ПЗ)		
Лабораторные работы (ЛР)	16	16
Семинары (СЗ)		
Групповые консультации	1.85	1.85
Индивидуальные консультации		
Промежуточная аттестация		
<b>Самостоятельная работа обучающегося:</b>	74.15	74.15
- изучение учебного материала, публикаций в сети Интернет		
- выполнение расчетно-графических работ		
- подготовка к рубежному контролю по теме/разделу		
<b>Вид промежуточной аттестации:</b>	<b>Зачёт с оценкой</b>	<b>Зачёт с оценкой</b>

### 3.2. Содержание и трудоемкость разделов дисциплины/модуля

Таблица 3.

Код занятия	Наименование разделов и тем и их содержание /	Вид учебной работы, занятий, контроля	С е м е с т р	Часы в электронной форме	Всего (час.)	Литература	Код (ы) результата(ов) обучения
1.	<p><b>Раздел 1.Тема 1.</b> Основные понятия и принципы математического моделирования. Основные этапы метода математического моделирования. Прямые и обратные задачи математического моделирования. Применение математического моделирования, в том числе для сквозных технологий: виртуальной и дополненной реальности, робототехнике, больших данных, новых производственных технологиях.</p> <p><b>Тема 2. Обыкновенные дифференциальные уравнения.</b> Физические задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям (уравнения движения, моделирование электрических цепей, барометрическая формула, радиоактивный распад). Популяционные модели (развитие популяции, модель хищник-жертва, конкуренция за ресурсы). Модели диффузионных процессов (модели эпидемий, процессы размножения и гибели). Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений (метод Эйлера, методы Рунге-Кутты, многошаговые методы Адамса, сплайны). Цифровые инструменты для</p>		4			1-6	

	<p>решения дифференциальных уравнений.</p> <p><b>Тема 3. Уравнения в частных производных.</b> Уравнения математической физики (волновое уравнение, уравнение теплопроводности, уравнение Лапласа). Краевые задачи (начальные и граничные условия, задача Коши, краевая задача для стационарного режима, смешанная задача). Решение уравнений гиперболического типа (формула Даламбера, метод продолжений, метод разделения переменных). Решение уравнений параболического типа (метод разделения переменных, преобразование Лапласа). Решение уравнений эллиптического типа (постановка задачи в цилиндрических и сферических координатах, разделение переменных, фундаментальные решения, функция Грина). Численные методы решения уравнений в частных производных (разностные схемы, метод расщепления, метод переменных направлений, метод дробных шагов). Цифровые инструменты для решения дифференциальных уравнений.</p> <p><b>Тема 4. Вариационное исчисление.</b> Общее понятие задачи вариационного исчисления, некоторые классические задачи (задача о брахистохроне, о геодезической линии). Понятие функционала. Первая вариация функционала. Экстремум функционала, необходимое условие экстремума. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Задачи вариационного исчисления (задача о наименьшей поверхности вращения,</p>						
--	---	--	--	--	--	--	--

	задачи геометрической оптики). Численные методы решения задач вариационного исчисления с использованием цифровых технологий.						
	<b>Основные понятия</b>	Лекции	4		10		
	Моделирование	Практические занятия	4		10		
	Форма СРС	СРС	4		44,15		
	- изучение учебного материала, публикаций в сети Интернет		4				
	- выполнение практических работ		4				
2.	<b>Раздел 2. Математические модели и их классификация</b>  <b>Тема 5.</b> Математические модели с управлением. Математические модели систем с управлением. Основные проблемы. Типы систем (со сосредоточенными и распределенными параметрами). Оптимальное управление, стабилизация, построение адаптивных систем управления. Принцип максимума Понтрягина, динамическое программирование Беллмана.  <b>Тема 6.</b> Стохастические модели. Случайные процессы и их характеристики: математическое ожидание, корреляция, стационарность, устойчивость. Процессы с дискретным и непрерывным временем. Методы построения модели: определение порядка, спектрально-сингулярный анализ («гусеница»). Цифровые инструменты для анализа стохастических моделей.  <b>Тема 7.</b> Задачи, связанные со		4			1-6	

	<p>случайными процессами: фильтрация, прогнозирование, управление, обнаружение скачкообразного изменения параметров, классификация, оценивание параметров. Параметрические и непараметрические методы.</p> <p><b>Тема 8.</b> Основные модели для дискретного времени: регрессия, авторегрессия, процессы скользящего среднего. Марковские процессы. Частично наблюдаемые процессы, фильтр Калмана в задачах фильтрации и прогнозирования. Методы обнаружения скачка параметров, апостериорные и последовательные. Применение случайных процессов в задачах финансовой математики, обработки сигналов и изображений, анализе больших данных, в технологиях виртуальной и дополненной реальности.</p> <p><b>Тема 9.</b> Основные модели для непрерывного времени: Винеровский процесс, Пуассоновский процесс, процессы диффузионного типа, процессы Леви. Применение в задачах финансовой математики, при анализе телекоммуникационных потоков, анализе больших данных, технологиях виртуальной и дополненной реальности.</p>						
	Построение математической модели	Лекции	4		6		
	Многомасштабное моделирование материалов и процессов	Практические занятия	4		6		
	Форма СРС	СРС	4		30		

	- выполнение расчетно-графических работ		4			
	- выполнение контрольной работы/контрольных заданий (кейс)		4			
	- подготовка к лабораторным/практическим занятиям/коллоквиумам		4			
	<b>Подготовка к промежуточной аттестации в форме зачёта с оценкой</b>		4		1,85	
	<b>Прохождение промежуточной аттестации в форме зачёта с оценкой</b>		4			
	<b>Итого</b>		4		<b>108</b>	

#### 4. Образовательные технологии, учебно-методическое и информационное обеспечение для освоения дисциплины/модуля

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, опросов по лекционному материалу, выполнения заданий на семинарских занятиях, подготовки докладов по темам, работы в электронном курсе в системе Moodle, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

В курсе действует балльно-рейтинговая система, задания и максимальные баллы приведены в таблице.

№	Задание	Содержание задания	Баллы
1	Примеры математического моделирования	Написать пост на форуме, показывающий ценность и значимость математического моделирования, в частности, для сквозных технологий. Комментировать посты других студентов.	5
2	Модели, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями	Выписать дифференциальное уравнение, описывающее физический процесс, и найти его решение. Решить три задачи на выбор.	15
3	Популяционные модели	Выписать систему уравнений, описывающую заданную популяционную модель. Найти стационарные решения и промоделировать поведение полученной системы вблизи этих точек с использованием цифровых инструментов. Решить две задачи на выбор.	20
4	Уравнения в частных производных	Вывести уравнение в частных производных, описывающее заданный физический процесс. Решить три задачи на выбор.	20
5	Решение уравнений в частных производных	Решить аналитически и с помощью численных методов две задачи на выбор. Использовать цифровые инструменты.	20

6	Вариационное исчисление	Найти аналитическое или численное решение задачи вариационного исчисления с использованием цифровых инструментов. Решить четыре задачи на выбор.	20
7	Оптимальное управление	Найти оптимальное управление. Решить три задачи на выбор.	15
8	Стохастические модели	Написать пост на форуме, демонстрирующий стохастические модели реальных процессов и явлений. Комментировать посты других студентов.	5
9	Модели математической статистики	Собрать любые статистические данные и построить математическую модель (описать распределение, оценить параметры, определить корреляцию, сделать выводы по модели).	10
10.	1. Случайные процессы с дискретным временем	Построить модель для заданного случайного процесса. Решить три задачи на выбор.	15
11.	1. Случайные процессы с непрерывным временем	Построить модель для заданного случайного процесса. Решить три задачи на выбор.	15
12.	1. Доклад	Подготовить доклад по цифровым технологиям математического моделирования, либо по использованию математического моделирования для решения задач, в частности, в рамках сквозных технологий.	20
Итоговый балл			160

Билет содержит два теоретических вопроса. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примеры теоретических вопросов

1. Модели движения.
2. Модель хищник-жертва.
3. Модели эпидемии.
4. Анализ стационарных решений систем дифференциальных уравнений
5. Методы Адамса численного решения дифференциальных уравнений.

6. Волновое уравнение.
7. Уравнение Лапласа.
8. Краевые задачи.
9. Метод Фурье решения уравнений гиперболического типа.
10. Разностные схемы для уравнений в частных производных.
11. Вариация функционала.
12. Задача о геодезической линии.
13. Необходимое условие экстремума функционала.
14. Принцип максимума Понтрягина.
15. Числовые характеристики случайных процессов.
16. Выделение тренда временного ряда.
17. Цепи Маркова. Переходные вероятности.
18. Уравнения Чэпмена-Колмогорова.
19. Задачи фильтрации и прогнозирования частично наблюдаемых процессов.
20. Задачи обнаружения скачка параметров.

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Максимальный балл за зачет – 40.

Балл за зачет суммируется с баллом текущей аттестации. Таблица перевода баллов в оценки приведена ниже.

Балл	Оценка	Дополнительные условия
161 – 200	отлично	Задания 2–7 и 8-11 оценены минимум на 10 баллов
121 – 160	хорошо	Задания 2–7 и 8-11 оценены минимум на 5 баллов
81 – 120	удовлетворительно	
0 – 80	неудовлетворительн о	

### **Самостоятельная работа**

Задания на самостоятельную работу представляют собой задания, кейсы и форсайт-моделирование по рассматриваемым темам. Цель самостоятельной работы – не только закрепление пройденного материала, но и развитие системного мышления.

Форма промежуточной аттестации: **зачёт с оценкой**.

#### **4.1. Рекомендуемая литература и учебно-методическое обеспечение**

№ п/п	Авторы / составители	Заглавие	Издательство	Год издания
1	Абдрахманова Г.И. и др.	Что такое цифровая экономика? Тренды, компетенции, измерение	Изд. Дом ВШЭ	2019

2		Цифровые дивиденды. < <a href="https://openknowledge.worldbank.org/bitstream/handle/10986/23347/210671RuSum.pdf">https://openknowledge.worldbank.org/bitstream/handle/10986/23347/210671RuSum.pdf</a> > (дата обращения: 27.10.2019).	Всемирный банк	2016
3		Индекс цифровизации бизнеса // Информационный бюллетень. Сер. «Цифровая экономика». 2018. < <a href="https://issek.hse.ru/news/244878024.html">https://issek.hse.ru/news/244878024.html</a> > (дата обращения: 26.10.2019).	ВШЭ	2019
4		Государство как платформа. (Кибер) государство для цифровой экономики. Цифровая трансформация. < <a href="https://www.csr.ru/wp-content/uploads/2018/05/GOSUDARSTVO-KAK-PLATFORMA_internet.pdf">https://www.csr.ru/wp-content/uploads/2018/05/GOSUDARSTVO-KAK-PLATFORMA_internet.pdf</a> > (дата обращения: 15.03.2019).	ЦСР	2018
5		The Impact of Artificial Intelligence (AI) on the Financial Job Market. < <a href="http://image-src.bcg.com/Images/BCG-CDRF-The-Impactof-AI-on-the-Financial-Job-Market_Mar%202018_ENG_tcm9-187843.pdf">http://image-src.bcg.com/Images/BCG-CDRF-The-Impactof-AI-on-the-Financial-Job-Market_Mar%202018_ENG_tcm9-187843.pdf</a> > (дата обращения: 28.10.2019)	BCG	2018
6		The Digital Economy. < <a href="https://policy.bcs.org/position_statements/digital-economy">https://policy.bcs.org/position_statements/digital-economy</a> > (дата обращения: 17.03.2019).	British Computer Society	2018

#### **4.2. Перечень лицензионного и программного обеспечения**

MS PowerPoint, MS Excel

#### **4.3. Оборудование и технические средства обучения**

Для проведения занятий по дисциплине необходимы аудитории, оборудованные доской, желательно экраном и проекционным аппаратом.

#### **5. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины обучающимся необходимо посещать лекции и лабораторные работы, вести максимально подробные конспекты, фиксирующие информацию, почерпнутую как во время контактной, так и в процессе самостоятельной работы, тщательно выполнять все задания и прочитать все указанные в списке литературы источники.

#### **6. Преподавательский состав, реализующий дисциплину**

Буркатовская Юлия Борисовна, к.ф.-м.н., доцент кафедры системного анализа и математического моделирования ИПМКН.

#### **7. Язык преподавания Русский**