

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП

Л.В. Гензе

" 31 " 08

2021 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Функциональный анализ**

Закреплена за кафедрой Учебный план	<i>Математического анализа и теории функций Математика – 01.03.01 Программа «Основы научно-исследовательской деятельности в области математики»</i>
Форма обучения	<i>очная</i>
Общая трудоёмкость	<i>6 з.е.</i>
Часов по учебному плану	<i>216 часов</i>
в том числе:	
аудиторная контактная работа	<i>94,5 ч. в период теоретического обучения (в том числе 54 ч. лекций, 36 ч. практических занятий, 4,5 ч. кон- сультации).</i>
самостоятельная работа	<i>85,5 часа</i>
Вид контроля в семестрах	
экзамен (подготовка к экзамену и процедура экзамена 36 часов)	<i>5 семестр</i>

Томск-2021

Программу составил(и)  
доцент, к.ф.-м.н. Т.Е. Хмылева

Рецензент – профессор, д.ф.-м.н. С.П. Гулько

Рабочая программа дисциплины «Функциональный анализ» разработана в соответствии с СУОС НИ ТГУ:

*Самостоятельно устанавливаемый образовательный стандарт НИ ТГУ по направлению подготовки 01.03.01 – Математика (Утвержден Ученым советом НИ ТГУ, протокол от 27.03.2019 № 03)*

Рабочая программа одобрена на заседании УМК ММФ

Протокол от 30.01. 2020 № 1

### 1. Цель освоения дисциплины

фундаментальная подготовка и формирование прочных теоретических знаний и практических навыков для возможности дальнейшего развития функционального анализа и использования его методов в решении конкретных научных и практических задач.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Входит в обязательную часть общеобразовательного цикла блока 1 «Дисциплины (модули)».

**Пререквизиты** дисциплины: для изучения данной дисциплины достаточно обладать знаниями, умениями и навыками, формируемыми дисциплинами «Математический анализ», «Алгебра», «Топология», «Дифференциальные уравнения».

**Постреквизиты** дисциплины: «Уравнения математической физики», «Вариационное исчисление и методы оптимизации», «Численные методы», «Пространства непрерывных функций» (для выбравших специализацию в рамках направления «Функциональный анализ»), НИР, выполнение и защита ВКР.

### 3. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины.

Таблица 1

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения
<b>ОПК-1</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1 – Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам  ИОПК-1.2 – Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин	ОР 1.1.1 - Имеет навыки работы с учебной литературой по функциональному анализу для успешной учебной деятельности.  ОР 1.2.1 - Умеет решать вычислительные и теоретические задачи из области функционального анализа, устанавливая взаимосвязи между вводимыми определениями и понятиями, доказывать как известные утверждения, так и аналогичные им новые. Владеет разнообразными методами функционального анализа, может подбирать и сочетать их при анализе конкретных теоретических и прикладных задач: - исследование характера сходимости последовательности в конкретном пространстве; - нахождение (или оценка) нормы функционала и оператора; - построение линейного продолжения данного функционала; - проверка вполне непрерывности данного оператора; - проверка ортогональности элементов в гильбертовом пространстве; - решение экстремальной задачи о наилучшем приближении элементами заданного конечномерного пространства.

	ИОПК-1.3 – Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	ОП 1.3.1 - владеет аппаратом функционального анализа, навыками работы с линейными нормированными, банаховыми, гильбертовыми пространствами, линейными ограниченными функционалами и операторами, навыками применения полученных знаний в других областях математики
--	--	---

#### 4. Структура и содержание дисциплины

##### 4.1. Структура и трудоемкость видов учебной работы по дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

Таблица 2

Вид учебной работы	Трудоемкость в академических часах
<b>Общая трудоемкость</b>	216
<b>Контактная работа:</b>	94,5+2,3
Лекции (Л):	54
Практические занятия (ПЗ)	36
Групповые консультации	4,5
Промежуточная аттестация	2,3
<b>Самостоятельная работа обучающегося:</b>	85,5+33,7
- изучение учебного материала, публикаций	18
- выполнение контрольных работ	55,5
- подготовка к текущему контролю	12
- подготовка к экзамену	33,7
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>экзамен</b>

## 4.2. Содержание и трудоемкость разделов дисциплины

Таблица 3

Код занятия	Наименование разделов и тем и их содержание	Вид учебной работы, занятий, контроля	Всего (час.) <b>216 часов: 90 часов лекции и пр. занятия, 85,5 часов СРС, 6,8 часа консультация, 33,7 часа подготовка к экзамену</b>	Коды результатов обучения
1	Нормированные пространства. Определения и свойства	Лекции+пр. занятия+СРС	2+4+6	ИОПК-1.2, ИОПК-1.3
2	Неравенства Гельдера и Минковского	Лекции+пр. занятия+СРС	1+0+0	ИОПК-1.3
3	Примеры нормированных пространств. Полнота	Лекции+пр. занятия+СРС	1+8+10	ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3
4	Сепарабельность в нормированных пространствах	Лекции+пр. занятия+СРС	1+0+2	ИОПК-1.1, ИОПК-1.3
5	Линейные ограниченные операторы. Примеры	Лекции+пр. занятия+СРС	3+4+6	ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3
6	Полнота пространства $L(E, F)$	Лекции+пр. занятия+СРС	1+0+0	ИОПК-1.3
7	Изоморфизм всех $n$ -мерных пространств. Некомпактность единичного шара в бесконечномерных пространствах	Лекции+пр. занятия+СРС	2+0+3	ИОПК-1.1, ИОПК-1.3
8	Теорема Банаха-Штейнгауза	Лекции+пр. занятия+СРС	3+0+3	ИОПК-1.1, ИОПК-1.3
9	Линейные ограниченные функционалы. Примеры		2+6+8	ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3
10	Общий вид линейных ограниченных функционалов в некоторых пространствах	Лекции+пр. занятия+СРС	2+4+6	ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3
11	Теорема Хана-Банаха (аналитическая и геометрическая формы). Следствия	Лекции+пр. занятия+СРС	5+2+7	ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3
12	Принцип открытости отображения и теорема Банаха об обратном операторе. Теорема о замкнутом графике	Лекции+пр. занятия+СРС	3+0+3	ИОПК-1.1, ИОПК-1.3
13	Вполне непрерывные операторы. Теорема Арцела-Асколи	Лекции+пр. занятия+СРС	4+2+5	ИОПК-1.1, ИОПК-1.3
14	Сопряженные операторы. Вполне непрерывность сопряженного оператора	Лекции+пр. занятия+СРС	2+0+2	ИОПК-1.1, ИОПК-1.3
15	Естественное вложение. Рефлексивные пространства	Лекции+пр. занятия+СРС	2+0+0	ИОПК-1.3
16	Гильбертовы пространства. Примеры, свойства	Лекции+пр. занятия+СРС	3+2+5	ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3
17	Теорема о наилучшем приближении. Теорема о проекции	Лекции+пр. занятия+СРС	3+0+3	ИОПК-1.1, ИОПК-1.3
18	Теорема Риса об общем виде функционала	Лекции+пр. занятия+СРС	2+0+2	ИОПК-1.1, ИОПК-1.3
19	Ортонормированные системы. Теорема Шмидта об ортогонализации	Лекции+пр. занятия+СРС	3+0+2,5	ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3
20	Базисы и ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Экстремаль-	Лекции+пр. занятия+СРС	4+2+5	ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3

	ное свойство многочлена Фурье			
21	Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве	Лекции+пр. занятия+СРС	3+2+5	ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3
22	Вполне непрерывные и конечномерные операторы в гильбертовом пространстве	Лекции+пр. занятия+СРС	2+0+2	ИОПК-1.1, ИОПК-1.3
23	Изоморфизм бесконечномерных сепарабельных гильбертовых пространств	Лекции+пр. занятия+СРС	2+0+0	ИОПК-1.3
	Консультации перед экзаменом	гр. консул.	2,3	
	Промежуточная аттестация	экзамен	33,7	ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3

## **5. Образовательные технологии, учебно-методическое и информационное обеспечение для освоения дисциплины/модуля**

В ходе реализации дисциплины используются классические образовательные технологии – лекции, практические занятия, самостоятельное изучение материалов студентами, выполнение домашних индивидуальных заданий, проверка знаний путем проведения экзамена. Вопросы экзамена позволяют оценить уровень сформированности компетенций.

Для проведения текущего контроля СРС преподаватель может проводить небольшие тесты в начале каждого занятия.

### **5.1. Литература и учебно-методическое обеспечение**

#### *а) Перечень основной учебной литературы.*

1. Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. Краткий курс функционального анализа. Санкт-Петербург, «Лань», 2009. 270 с.
2. А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа, М.: физматлит, 2009. 570 с.
3. Кириллов А. А. Гвишиани А. Д. Теоремы и задачи функционального анализа. 2-е изд. - М.: Наука, 1988. - 400 с.
4. Треногин В.А. Функциональный анализ. - М.: Наука, 1980. - 496 с.
5. Сибиряков Г.В. Введение в теорию пространств Банаха. - Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1982. - 82 с.
6. Хатсон В., Пим Дж. С. Приложения функционального анализа и теории операторов. - М.: Мир, 1983. - 432 с.
7. Антоневи́ч А.Б., Радыно Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения. - Минск: Издательство «Университетское», 1984. - 351 с.
8. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. Введение в теорию. - М.: Наука, 1975. - 302 с.
9. Н.В. Филимо́ненко́ва. Конспект лекций по функциональному анализу. Санкт-Петербург, «Лань», 2015. 168 с.
10. А.Г. Порошкин. Лекции по функциональному анализу. Москва: Вузовская книга, 2007. 431 с.

#### *б) Перечень дополнительной учебной литературы.*

1. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т. 1. Функциональный анализ. - М.: Мир, 1977. - 360 с.
2. Рудин У. Функциональный анализ. - М.: Мир, 1975. - 448 с.
3. Данфорд Н., Шварц Дж. Т. Линейные операторы. Общая теория. - М.: ИЛ, 1962. - 896 с.
4. Халмош П. Гильбертово пространство в задачах. - М.: Мир, 1970. - 352 с.
5. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. - М.: Наука, 1974. - 480 с.
6. Березанский Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функциональный анализ. Курс лекций. - К.: Вища школа, 1990. - 600 с.

#### *в) Задачники.*

1. Антоневи́ч А.Б., Князев П.Н, Радыно Я.В. Задачи и упражнения по функциональному анализу. - Минск: Вышэйшая школа, 1978. - 205 с.
2. Краснов М.Л. Киселев А.И. Макаренко Г.И. Интегральные уравнения. - М.: Наука, 1968. - 192 с.
3. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. - М.: Наука, 1984. - 256 с.

### **5.2. Базы данных и информационно-справочные системы, в том числе зарубежные**

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>
2. [http://www-sbras.nsc.ru/win/mathpub/math\\_www.html](http://www-sbras.nsc.ru/win/mathpub/math_www.html)
3. <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=648>

### **5.3. Оборудование и технические средства обучения**

Для проведения лекционных занятий используются классические аудитории с доской и, возможно, проектором и компьютером.

## **6. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины**

Для качественного освоения дисциплины необходимо постоянно работать с конспектами лекций, и сразу выполнять все задания по лекции (это проверка простых фактов, повторение определений, доказательство простейших утверждений, выводы следствий из доказанных теорем). Кроме этого, самостоятельная работа студентов состоит в более глубоком изучении разделов дисциплины с помощью основной и дополнительной литературы. Основной перечень учебно-методического обеспечения по дисциплине находится в пункте 5. Индивидуальные задания рекомендуется решать сразу после того, как аналогичные задания были разобраны на практических занятиях.

## **7. Преподавательский состав, реализующий дисциплину**

доцент, к.ф.-м.н. Т.Е. Хмылева

## **8. Язык преподавания**

Русский