

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан

 Л. В. Гензе

« 30 » 06 2022 г.

Рабочая программа дисциплины

**Аналитическая механика**

по направлению подготовки

**01.03.03 Механика и математическое моделирование**

Направленность (профиль) подготовки :

**Основы научно-исследовательской деятельности в области механики и  
математического моделирования**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2022**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.3.03

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

 Л. В. Гензе

Председатель УМК

 Е. А. Тарасов

Томск – 2022

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин

ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Ознакомить студентов с дополнительными разделами теоретической механики, посвященными движению несвободной материальной точки, динамике относительного движения материальной точки, а также динамике абсолютно твердого тела.

– Ознакомить студентов с классическими разделами аналитической механики: аналитическая статика и динамика.

– Освоить основные подходы и методы классической аналитической механики.

– Научиться применять различные методы теоретической механики Ньютона и аналитической механики Лагранжа для решения практических задач механики.

– Формирование у студентов навыков критического анализа механических задач с точки зрения возможной декомпозиции и обоснованного пренебрежения несущественными механическими связями.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Пятый семестр, зачет с оценкой

Шестой семестр, экзамен

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: теоретическая механика, математический анализ, дифференциальные уравнения.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 з.е., 279 часов, из которых:

-лекции: 64 ч.

-практические занятия: 64 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

**Тема 1.** Прямолинейное движение материальной точки. Элементы теории колебаний.

В рамках этой темы будут рассмотрены свободные гармонические колебания, свободные колебания точки при наличии силы сопротивления, затухающие колебания, вынужденные колебания, влияние силы сопротивления на вынужденные колебания, резонанс.

**Тема 2.** Движение свободной материальной точки в поле земного тяготения.

В рамках этой темы будут рассмотрены движение материальной точки в однородном поле тяжести без учета сопротивления среды, движение материальной точки с учетом сопротивления среды, основная задача внешней баллистики, движение материальной точки в поле центральной силы.

**Тема 3.** Движение точки по поверхности.

В рамках этой темы будут рассмотрены основная задача динамики несвободной точки, дифференциальные уравнения движения несвободной точки по поверхности в декартовых координатах, естественные уравнения движения материальной точки по неподвижной поверхности, теорема о кинетической энергии несвободной материальной точки, сферический маятник.

**Тема 4.** Движение материальной точки по заданной кривой линии.

В рамках этой темы будут рассмотрены дифференциальные уравнения движения материальной точки по линии в декартовых координатах, естественные уравнения движения материальной точки по неподвижной линии, теорема о кинетической энергии при движении материальной точки по идеально гладкой линии, математический маятник, циклоидальный маятник.

**Тема 5.** Уравнения относительного движения и равновесия материальной точки.

В рамках этой темы будут рассмотрены инерциальные и неинерциальные системы отсчета, принцип Даламбера, дифференциальные уравнения относительного движения материальной точки, основная задача динамики относительного движения, принцип относительности классической механики, теорема о кинетической энергии при относительном движении материальной точки, уравнения относительного покоя материальной точки.

**Тема 6.** Влияние суточного вращения Земли на покой и движение материальной точки относительно земной поверхности.

В рамках этой темы будут рассмотрены относительный покой вблизи земной поверхности, уравнения относительного движения вблизи земной поверхности, влияние вращения Земли на относительное движение материальной точки по горизонтальной плоскости, влияние вращения Земли на падение материальной точки без учета сопротивления воздуха, маятник Фуко.

**Тема 7.** Моменты инерции второго порядка.

В рамках этой темы будут рассмотрены кинетический момент абсолютно твердого тела, свойства моментов инерции второго порядка, тензор инерции, эллипсоид инерции, главные оси инерции и главные моменты инерции, свойства главных осей инерции.

**Тема 8.** Общие теоремы динамики твердого тела.

В рамках этой темы будут рассмотрены теорема о движении центра масс, поступательное движение твердого тела, теорема о кинетическом моменте, динамические уравнения Эйлера, кинематические уравнения Эйлера, теорема о кинетической энергии твердого тела.

**Тема 9.** Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси.

В рамках этой темы будут рассмотрены уравнения вращательного движения твердого тела, определение реакций опор (давления на ось), физический маятник.

**Тема 10.** Плоско-параллельное движение абсолютно твердого тела.

В рамках этой темы будут получены дифференциальные уравнения движения плоского твердого тела.

**Тема 11.** Движение абсолютно твердого тела вокруг его неподвижной точки.

В рамках этой темы будут рассмотрены общая постановка задачи, случай Эйлера-Пуансо, геометрическая интерпретация Пуансо в случае движения тела по инерции вокруг неподвижной точки, случай Лагранжа-Пуассона, приближенная теория гироскопа, случай С.В. Ковалевской.

**Тема 12.** Принцип виртуальных перемещений.

В рамках этой темы будут рассмотрены связи системы и их классификация, виртуальные перемещения системы и условия, налагаемые на них связями, идеальные связи, принцип виртуальных перемещений, применение принципа виртуальных перемещений к решению задач.

**Тема 13.** Уравнения равновесия в декартовых и обобщенных координатах.

В рамках этой темы будут рассмотрены уравнения равновесия механической системы в декартовых координатах с множителями Лагранжа, уравнения равновесия механической системы в обобщенных координатах, обобщенные силы.

**Тема 14.** Общее уравнение динамики.

В рамках этой темы будут рассмотрены принцип Даламбера для механической системы, принцип Даламбера-Лагранжа, применение принципа Даламбера-Лагранжа к выводу общих теорем динамики системы.

**Тема 15.** Уравнения движения несвободных механических систем в декартовых и обобщенных координатах с множителями Лагранжа.

В рамках этой темы будут рассмотрены уравнение Лагранжа первого рода, теорема о кинетической энергии и интеграл энергии, уравнения Лагранжа второго рода, выражения кинетической энергии системы в обобщенных координатах, циклические координаты, метод Рауса, уравнения Рауса движения неголономных систем, уравнения Аппеля, уравнения С.А. Чаплыгина.

**Тема 16.** Канонические уравнения Гамильтона.

В рамках этой темы будут рассмотрены вывод канонических уравнений, функция Гамильтона, первые интегралы канонических уравнений.

**Тема 17.** Метод Гамильтона-Якоби и метод Пуассона.

В рамках этой темы будут рассмотрены вводные понятия из теории уравнений в частных производных первого порядка, уравнения Гамильтона-Якоби, теорема Якоби, частный случай склерономной системы, скобки и тождество Пуассона, теорема Пуассона,

**Тема 18.** Интегральные вариационные принципы механики.

В рамках этой темы будут рассмотрены понятие о принципах механики и их классификация, понятие о полной и изохронной вариациях, принцип стационарного действия Гамильтона-Остроградского, принцип стационарного действия Мопертюи-Лагранжа.

**Тема 19.** Дифференциальные вариационные принципы механики и канонические преобразования.

В рамках этой темы будут рассмотрены принцип наименьшего принуждения Гаусса, принцип прямейшего пути Г. Герца, определение канонических преобразований и исходные соображения для их нахождения.

## 9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных и выполнения индивидуальных работ, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Зачет с оценкой в пятом семестре состоит из двух частей. Первая часть – практическая, в рамках которой студенты должны выполнить индивидуальное задание. Вторая часть – теоретическая, которая проводится в устной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса. Продолжительность зачета 1.5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Свободные гармонические колебания.
2. Свободные колебания точки при наличии силы сопротивления. Затухающие колебания.
3. Вынужденные колебания. Влияние силы сопротивления на вынужденные колебания.
4. Резонанс.
5. Движение материальной точки в однородном поле тяжести без учета сопротивления среды.
6. Движение материальной точки с учетом сопротивления среды. Основная задача внешней баллистики.
7. Движение материальной точки в поле центральной силы.
8. Основная задача динамики несвободной точки. Дифференциальные уравнения движения несвободной точки по поверхности в декартовых координатах.
9. Естественные уравнения движения материальной точки по неподвижной поверхности. Теорема о кинетической энергии несвободной материальной точки.
10. О решении основной задачи динамики при движении точки по идеально гладкой поверхности вращения.
11. Круговой конический маятник. Сферический маятник.
12. Дифференциальные уравнения движения материальной точки по линии в декартовых координатах.
13. Естественные уравнения движения материальной точки по неподвижной линии. Теорема о кинетической энергии при движении материальной точки по идеально гладкой линии.
14. Математический маятник.
15. Циклоидальный маятник.
16. Принцип Даламбера.
17. Инерциальные и неинерциальные системы отчета. Дифференциальные уравнения относительного движения материальной точки. Основная задача динамики относительного движения.
18. Принцип относительности классической механики. Теорема о кинетической энергии при относительном движении материальной точки.
19. Уравнение относительного покоя материальной точки.
20. Относительный покой вблизи земной поверхности.
21. Уравнения относительного движения вблизи земной поверхности.
22. Влияние вращения Земли на относительное движение материальной точки по горизонтальной плоскости. Влияние вращения на падение материальной точки без учета сопротивления воздуха.
23. Маятник Фуко.
24. Кинетический момент абсолютно твердого тела.
25. Свойства моментов инерции второго порядка.
26. Тензор инерции. Эллипсоид инерции.
27. Главные оси инерции и главные моменты инерции. Свойства главных осей инерции.
28. Теорема о движении центра масс. Поступательно движение твердого тела. Теорема о кинетическом моменте. Динамические уравнения Эйлера.
29. Кинематические уравнения Эйлера.

30. Теорема о кинетической энергии твердого тела.

31. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Уравнения движения.

Определение реакции опор.

32. Физический маятник.

33. Плоско-параллельное движение твердого тела.

34. Движение твердого тела вокруг неподвижной точки. Общая постановка задачи.

35. Определение первых интегралов при решении основной задачи динамики сферического движения твердого тела.

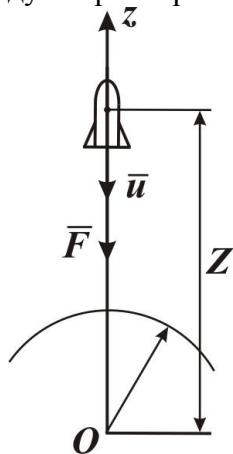
36. Случай Эйлера–Пуансо. Вращение по инерции.

37. Приближенная теория гироскопа.

Примеры индивидуальных заданий из практической части:

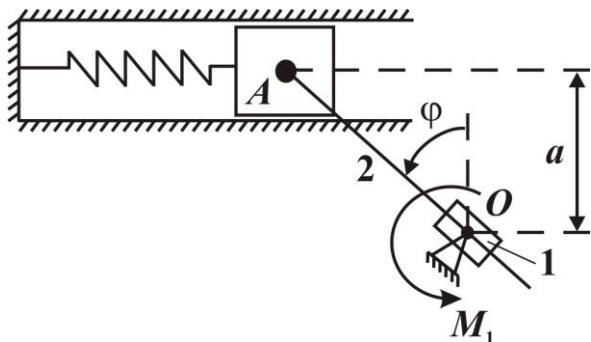
1. Задача 1.

Как должна изменяться масса тела, для того чтобы оно двигалось вертикально вверх с постоянной скоростью  $\bar{v}_0$ , если относительная скорость истечения газов постоянна и равна  $\bar{u}$  (рисунок 1)? Учесть изменение с высотой силы притяжения Земли (радиус  $R$ ). Силой сопротивления воздуха пренебречь, начальная масса тела равна  $m_0$ .



2. Задача 2.

В плоском механизме, изображенном на рисунке, звенья невесомы, трение во всех связях отсутствует. К цилиндрической втулке 1 приложен заданный момент  $M_1$ , пары сил. Стержень 2 может свободно скользить во втулке 1. Найти величину деформации пружины, если ее жесткость определяется коэффициентом  $c$  и механизм, в указанном на рисунке положении, определенном углом  $\varphi$ , находится в покое. Расстояние  $a$  задано.



Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

**«Отлично»:**

Безошибочно и самостоятельно, логично, в полном объеме излагается теоретико-методологический материал, приводятся примеры, правильно

используется научная терминология, без затруднений даются ответы на дополнительные вопросы.

**«Хорошо»:**

Самостоятельно и логично, но недостаточно в полном объеме излагается теоретико-методологический материал, приводятся примеры, правильно используется научная терминология, без особых затруднений даются ответы на дополнительные вопросы.

**«Удовлетворительно»:**

Испытывает затруднения при самостоятельном изложении теоретико-методологического материала, но исправляется при ответах на уточняющие вопросы, без серьезных затруднений отвечает на большую часть дополнительных вопросов, приводит примеры с использованием научных терминов.

**«Неудовлетворительно»:**

Испытывает затруднения при самостоятельном изложении учебного материала, при ответах на уточняющие вопросы не исправляется, путается или большая часть дополнительных вопросов остается без ответов, не приводит примеры.

Экзамен в шестом семестре проводится в письменной форме по билетам. Допуск студентов к экзамену осуществляется только при условии успешного выполнения индивидуальных заданий. Экзамен состоит из двух частей. Первая часть – практическая, в рамках которой студенты должны выполнить индивидуальные задания. Вторая часть – теоретическая, которая проводится в устной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса. Продолжительность экзамена 1.5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов:

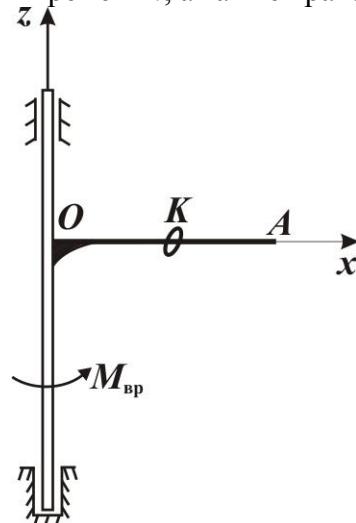
1. Связи системы и их классификация.
2. Виртуальные перемещения системы и условия, налагаемые на них связями.
- Число степеней свободы.
3. Идеальные связи.
4. Принцип виртуальных перемещений.
5. Применение принципа виртуальных перемещений к решению задач (методы декартовых и обобщенных координат).
6. Уравнения равновесия механической системы в декартовых координатах с множителями Лагранжа.
7. Уравнения равновесия механической системы в обобщенных координатах.
- Обобщенные силы.
8. Принцип Даламбера для механической системы (поступательное движение тела).
9. Принцип Даламбера для механической системы (вращение тела вокруг неподвижной оси).
10. Принцип Даламбера для механической системы (плоско-параллельное движение тела).
11. Принцип Даламбера–Лагранжа.
12. Применение принципа Даламбера–Лагранжа к выводу общих теорем динамики системы (теорема о количестве движения системы, теорема о моменте количества движения системы).
13. Применение принципа Даламбера–Лагранжа к выводу общих теорем динамики системы (теорема о кинетической энергии системы, плоско-параллельном движении системы (тела)).
14. Уравнения Лагранжа первого рода.
15. Теорема о кинетической энергии и интеграл энергии.

16. Уравнения Лагранжа второго рода.
17. Выражения кинетической энергии системы в обобщенных координатах.
18. Циклические координаты. Метод Рауса.
19. Уравнения движения неголономных систем с множителями Лагранжа.
20. Уравнения Аппеля.
21. Уравнения С.А. Чаплыгина.
22. Вывод канонических уравнений Гамильтона.
23. Функция Гамильтона. Первые интегралы канонических уравнений.
24. Уравнения Гамильтона–Якоби. Теорема Якоби.
25. Частный случай склерономной системы.
26. Скобки и тождество Пуассона. Теорема Пуассона.

Примеры индивидуальных заданий из практической части:

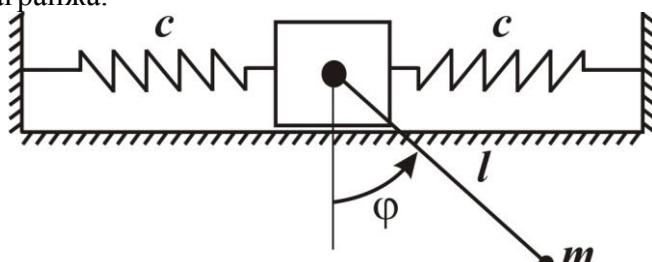
1. Задача 1.

Гладкий стержень  $OA$ , момент инерции которого относительно оси  $z$  равен  $I_z$ , вращается вокруг этой оси. При этом колечко  $K$  массой  $m$  скользит по стержню с постоянным относительным ускорением  $a$ . В начальный момент времени  $OK = l$  и относительная скорость колечка равнялась нулю. Определить угловую скорость и угловое ускорение стержня  $OA$  в функции времени  $t$ , а также вращающий момент  $M_{\text{вр}}$ .



2. Задача 2.

Брускок массы  $M$ , соединенный с неподвижными стенками одинаковыми пружинами жесткости  $c$ , может скользить без трения вдоль горизонтальной направляющей. К центру бруска на нерастяжимой нити длины  $l$  подведен груз массы  $m$ . Составить уравнения движения в форме Лагранжа.



Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». **«Отлично»:**

Безошибочно и самостоятельно, логично, в полном объеме излагается теоретико-методологический материал, приводятся примеры, правильно используется научная терминология, без затруднений даются ответы на дополнительные вопросы.

**«Хорошо»:**

Самостоятельно и логично, но недостаточно в полном объеме излагается теоретико-методологический материал, приводятся примеры, правильно используется научная терминология, без особых затруднений даются ответы на дополнительные вопросы.

**«Удовлетворительно»:**

Испытывает затруднения при самостоятельном изложении теоретико-методологического материала, но исправляется при ответах на уточняющие вопросы, без серьезных затруднений отвечает на большую часть дополнительных вопросов, приводит примеры с использованием научных терминов.

**«Неудовлетворительно»:**

Испытывает затруднения при самостоятельном изложении учебного материала, при ответах на уточняющие вопросы не исправляется, путается или большая часть дополнительных вопросов остается без ответов, не приводит примеры.

## **11. Учебно-методическое обеспечение**

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=5558>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

## **12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет**

а) основная литература:

– Шеремет М.А., Штанько В.А. Основы курса теоретической механики: учебное пособие. – Том. 2: Динамика. – Томск: Томский государственный университет, 2012. – 336 с.

– Шеремет М.А., Штанько В.А. Основы курса теоретической механики: учебное пособие. – Том. 3: Аналитическая механика. – Томск: Томский государственный университет, 2013. – 232 с.

– Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. – М.: Наука, 1975. – Т. 2. – 608 с.

– Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. – М.: Наука, 1973. – Т. 3. – 488 с.

– Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. – М.: Наука, 1981. – 480 с.

б) дополнительная литература:

– Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. – Часть 2. Динамика системы материальных точек. – СПб.: Изд-во «Лань», 2009. – 336 с.

– Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. – Том 2: Динамика. – М.: Изд-во «Дрофа», 2006. – 720 с.

– Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Высшая школа, 1998. – 416 с.

– Томилов Е.Д. Теоретическая механика. – Часть 2. – Томск: Издательство Томского университета, 1970. – 317 с.

в) ресурсы сети Интернет:

– открытые онлайн-курсы

– «Вестник Томского государственного университета. Математика и механика»  
<http://journals.tsu.ru/mathematics/>

### **13. Перечень информационных технологий**

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint;
- публично доступные облачные технологии (Яндекс диск).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –

<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –

<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

### **15. Информация о разработчиках**

Шеремет Михаил Александрович, д.ф.-м.н., профессор, кафедра теоретической механики, заведующий кафедрой