

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан



Л. В. Гензе

«30» 06 2022 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория и вычислительная сложность алгоритмов

по направлению подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки :

Основы научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2022, 2023

Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.3.04

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП



Л. В. Гензе

Председатель УМК



Е. А. Тарасов

Томск – 2022

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-7 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 7.1 Владеет навыками использования основных языков программирования для решения задач науки и техники.

ИОПК 7.2 Демонстрирует умение отбора среди существующих математических методов, наиболее подходящих для решения конкретной прикладной задачи, в том числе с применением современных вычислительных систем.

2. Задачи освоения дисциплины

- Освоить аппарат Теории и вычислительной сложности алгоритмов.
- Научиться применять понятийный аппарат Теории и вычислительной сложности алгоритмов для решения практических задач профессиональной деятельности.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Шестой семестр, зачет с оценкой

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Программирование», «математическая логика».

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

в том числе практическая подготовка: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Понятие алгоритма и неформальная вычислимость.

Основные особенности алгоритма. Неформальная вычислимость.

Тема 2. Машины Тьюринга.

Описание машин Тьюринга. Вычислимость по Тьюрингу. Пример работы Машины Тьюринга. Комментарий к машинам Тьюринга.

Тема 3. Частично-рекурсивные функции.

Определение частично-рекурсивных функций. Примеры частично-рекурсивных функций. Прimitивно-рекурсивные функции. Функция Аккермана.

Тема 4. Тезис Черча.

Альтернативные способы формализации понятия алгоритма и вычислимых функций. Основной результат. Комментарии к тезису Черча.

Тема 5. Алгоритмически неразрешимые проблемы.

Понятие об алгоритмической неразрешимости. Теорема о неразрешимости проблемы останова (Тьюринга). Неразрешимость логики предикатов (Черч).

Тема 6. Перечислимость и диофантовость.

Программы и вычислимые функции. Существование невычислимой функции. Перечислимые и разрешимые множества.

Тема 7. Диофантовы уравнения.

Определение диофантовых уравнений и диофантовых множеств. Теорема о равносильности диофантовых множеств и перечислимости. Диофантово множество для чисел Фибоначчи.

Тема 8. 10-я проблема Гильберта.

Теорема об отрицательном решении проблемы Гильберта. Диофантово множество для простых чисел.

Тема 9. Лямбда-исчисление как формальная система.

Синтаксис и семантика лямбда-исчисления. Вычисление лямбда-выражений. Комбинаторы. Тезис Черча и алгоритмическая неразрешимость. Лямбда-исчисление и функциональное программирование.

Тема 10. Асимптотические обозначения.

O -, Ω - и Θ -отношения. Оценка скорости роста функций. Анализ вычислительных ресурсов, используемыми алгоритмами

Тема 11. Сложность задач.

Задачи классов P и E . Задачи разрешения и оптимизации.

Тема 12. Задачи класса NP .

Сводимость задач. NP -полные задачи: определения и примеры. Решение NP -полных задач. Оптимизация перебора. Приближенные алгоритмы. Эвристики локально поиска. Задача коммивояжера.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения индивидуальных заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет с оценкой в шестом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и две задачи. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Определение и пример работы машины Тьюринга.
2. Какие особенности машин Тьюринга не важны для определения вычислимости.
3. Определения и примеры примитивно рекурсивных функций.
4. Определение и примеры частично-рекурсивных функций.
5. Необходимость минимизации и пример применения минимизации.
6. Свойства функции Аккермана.
7. Что такое тезис Черча с математической точки зрения: аксиома, теорема, гипотеза, или что-то иное? Применение тезиса Черча на практике.
8. Применения лямбда-исчисления.
9. Что такое комбинаторы и их применения?
10. Метод «разделяй и властвуй». Примеры алгоритмов.
11. Жадные алгоритмы. Примеры.
12. Динамическое программирование. Примеры.

13. Определения и примеры алгоритмически неразрешимых задач.
14. Определения и примеры диофантовых множеств.
15. Теорема Матиясевича.
16. Генетический подход к решению задачи коммивояжера.
17. Сводка наиболее популярных NP -полных задач.

Примеры задач:

Каждый студент получает свою индивидуальную задачу «Расположите следующие 7 функций в порядке увеличения скорости роста (каждая функция есть O (следующая)), не исключено, что некоторые функции имеют одинаковую скорость».

Примерные варианты задач:

$2^{2^n}, 100 n^{\ln(\ln n)}, 0.3n 2^n, e^n, 2^{2^{n+1}}, (\frac{3}{2})^n / 1000000, n \ln n$
$2^{\ln n}, 10^{10} \cdot e, \sqrt{\ln n}, 1000(\ln n)^2, 2^{\sqrt{\ln n}}, 2^n, 17 (\ln n)^{\ln n}$
$52 \ln n, n/102, (1+n)!, \ln(n!), 2^{\frac{\ln n}{2}}, 10^{-100} A(n, n), \lfloor \ln n \rfloor !$
$76 \ln(\ln n), 1, \pi n^2, 4^{\ln n}, 321n^3, (\ln n)^{\ln n}, n 2^n$
$100(\frac{3}{2})^n, 2^{\sqrt{\ln n}}, 1000(\ln n)^{\ln n}, n!, n \ln n, 449 \ln n, n^{\ln(\ln n)}$
$2^{\ln n}, e^{100}, 10 \ln(n!), 10^{-100} A(n, n), 2^{2^n}, n 2^n, \lfloor \ln n \rfloor !$
$e^n, n^2/12345, 4^{\ln n}, 10^6 n^3, \lfloor \ln n \rfloor !, n, \ln(n!)$
$66 \sqrt{\ln n}, 0.1(\ln n)^2, 2^n, 2^{\frac{\ln n}{2}}, 0.005 \ln(\ln n), n^{\ln(\ln n)}, n 2^n$
$n^{\ln(\ln n)}, e^n, 4563 \sqrt{\ln n}, 2^n, 4^{\ln n}, (\ln n)^{\ln n}, A(n, n)/10^{-10}$
$999n 2^n, 3.81n, 2^{\frac{\ln n}{2}}, \lfloor \ln n \rfloor !, \pi \ln(n!), 2^{\ln n}, (1+n)!$

Каждый студент получает свою индивидуальную задачу следующего типа:

«Существуют ли примитивно-рекурсивные функции для решения следующих задач? Если да, то привести алгоритм, если – нет, то обосновать.»

Примерные варианты:

1. Для данного натурального числа n найдутся ли простые числа, чья разность равна n ?
2. Пусть дана произвольная формальная теория. Является ли данная последовательность формул в формальной теории доказательством?
3. Пусть дана произвольная формальная теория. Является ли данная последовательность формул в формальной теории доказательством данной теоремы?
4. Пусть дана произвольная формальная теория. Является ли данная формула в формальной теории теоремой?
5. Является ли данная формула в исчислении высказываний выполнимой?
6. Является ли данная формула в исчислении высказываний противоречием?
7. Является ли данная формула в исчислении высказываний тавтологией?
8. Является ли данное натуральное число точным квадратом?
9. Является ли данное натуральное число целой степенью двойки?
10. Пусть множество X – конечное множество упорядоченных пар. Является ли множество X отношением эквивалентности?
11. Пусть множество X – конечное множество упорядоченных пар. Является ли множество X отношением частичного порядка?
12. Для формальных систем, имеющих только удлиняющие правила всегда существует разрешающий алгоритм. Реализуется ли этот алгоритм с помощью примитивно рекурсивной функции

Каждый студент получает свою индивидуальную задачу на ламбда-вычисления.

Примерные варианты:

1. Найти нормальную форму для $KBaKbcd$.
2. Найти нормальную форму для $KBaKbc$.
3. Показать, что $BBIII = KI$.
4. Пусть Y – комбинатор неподвижной точки и $Y^0 \equiv Y$, $Y^{n+1} \equiv (Y^n)$ (SI). Докажите, что все термы Y^0, Y^1, Y^2, \dots – комбинаторы неподвижной точки.
5. Пусть $C \equiv \lambda f g x. f x g$ и $\langle n \rangle$ – нумерал Чёрча. Докажите, что $\langle 2n + 1 \rangle C = C$ и $\langle 2n \rangle C = I$ для натуральных n . Используйте математическую индукцию.
6. Пусть $B \equiv \lambda f g x. f(gx)$ и $W \equiv \lambda x y. x y$. Доказать, что для любого нумерала Чёрча при $n > 0$ имеет место равенство $\langle n \rangle BW f x_1 \dots x_n x_{n+1} = f x_1 \dots x_n x_{n+1} x_{n+1}$ (удваивается последний аргумент). Используйте математическую индукцию.

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Текущий контроль при полном выполнении контрольных индивидуальных работ в семестре суммарно оценивается суммарно в 2 балла. При правильном ответе на вопрос и правильном решении задачи в время зачета студент может получить еще три балла. И оценка при промежуточной аттестации определяется как сумма двух указанных выше баллов.

11. Учебно-методическое обеспечение

- а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=7133>
- б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.
- в) Порядок проведения практических занятий по дисциплине.

Практические занятия по вышеуказанным темам проводятся следующим образом.

- 1). Преподаватель дает теоретическое введение в тему. 2). На различных примерах показывает практическое использование функций и методов, применяемых в теме. 3) Каждый студент получает несколько задач, выполнять которые он должен, как правило, в аудитории. 4) Преподаватель оценивает полученные результаты у студента, останавливаясь подробно на недостатках и положительных моментах работы.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Зюзьков В. М. Введение в математическую логику – Томск: Издательский дом ТГУ, 2015. – 258 с.
2. Зюзьков В. М. Теория алгоритмов. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2009. – 162 с.

б) дополнительная литература:

1. Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У. – М.: МЦНМО, 2014. – 320 с.
2. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. М.: МЦНМО, 2001. – 960 с.
3. Абрамов С.А. Лекции о сложности алгоритмов. М.: МЦНМО, 2012. – 246 с.

в) ресурсы сети Интернет:

1. https://portal.tpu.ru/SHARED/a/AD/Education/Tab1/Complexity_of_algorithms.pdf
2. https://ru.hexlet.io/courses/basic-algorithms/lessons/algorithm-complexity/theory_unit
3. Weisstein, Eric W. "Complexity Theory." From *MathWorld*—A Wolfram Web Resource. <https://mathworld.wolfram.com/ComplexityTheory.htm>
4. Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система. <http://www.consultant.ru>

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Зюзьков Валентин Михайлович, к.ф.-м.н., старший научный сотрудник, доцент кафедры ВМ и КМ