

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физико-технический факультет



УТВЕРЖДАЮ:

Декан

Ю.Н. Рыжих

« 06 » 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

**Теория функций комплексной переменной**

по направлению подготовки

**15.03.06 Мехатроника и робототехника**

Направленность (профиль) подготовки :

**Промышленная и специальная робототехника**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

**2022**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.26

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОПОП

Г.Р. Шрагер

Председатель УМК

В.А. Скрипяк

Томск – 2022

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК-1 – Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Знать теорию и основные законы в области естественнонаучных и общетехнических дисциплин.

ИОПК 1.2 Уметь применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.

ИОПК 1.3 Уметь применять методы теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Изучить основные положения теории функции комплексной переменной с целью уметь применять их на практике.

– Уметь находить разложения в ряды Тейлора и Лорана функций комплексного переменного, исследовать аналитические свойства функций, находить нули и особые точки функций.

– Научиться применять теорию вычетов для вычисления контурных, определенных и несобственных интегралов.

– Сформировать у студентов навыки производить основные действия с комплексными числами, вычислять производные и интегралы от функций комплексной переменной.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Четвертый семестр, зачет с оценкой

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия».

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам**

Тема 1. Комплексные числа.

Понятие комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Формулы Эйлера и Муавра и их применение. Тригонометрическая

и показательная формы записи комплексных чисел. Предел последовательности комплексных чисел. Понятие бесконечно удаленной точки.

Тема 2. Функции комплексной переменной.

Понятие функции комплексной переменной. Односвязные и многосвязные области в комплексной плоскости.

Тема 3. Дифференцирование функции комплексной переменной.

Предел функции. Непрерывность. Понятие производной функции комплексной переменной. Аналитические функции. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции комплексной переменной. Сопряженные гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной (мнимой) части.

Тема 4. Геометрическая интерпретация функции комплексной переменной.

Однолистные функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.

Тема 5. Интеграл от функции комплексной переменной.

Теорема Коши. Понятие первообразной, ее аналитичность. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля аналитической функции. Существование производной любого порядка у аналитической функции. Оценки Коши. Теоремы Лиувилля.

Тема 6. Ряды Тейлора

Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Теоремы Вейерштрасса. Степенные ряды. Теорема Абеля. Ряд Тейлора. Формула коэффициентов ряда Тейлора; оценка коэффициентов.

Тема 7. Ряды Лорана

Нули аналитической функции. Теорема единственности определения аналитической функции. Понятие ряда Лорана. Формула коэффициентов ряда Лорана. Классификация особых точек аналитической функции. Ряд Лорана в окрестности полюса. Теорема Сохоцкого.

Тема 8. Понятие вычета.

Нахождение вычета в полюсе. Вычет в бесконечно удаленной точке. Теорема Коши о вычетах.

Тема 9. Вычисление определенных интегралов с помощью вычетов.

Лемма Жордана и ее применение. Понятие логарифмического вычета и его применение к задаче нахождения корней уравнений. Примеры.

## 9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий и фиксируется в форме двух контрольных точек в семестр.

Пример контрольной работы №1.

Задача 1. Выяснить геометрическое множество точек неравенства  $|1+z| < |1-z|$ .

Задача 2. Вычислить  $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$ .

Задача 3. Найти действительную и мнимую части функции  $f(z)$   $f(z) = z^2 + \bar{z}$

Пример контрольной работы №2.

Задача 1. Вычислить интеграл по замкнутому контуру  $\oint_{|z|=2} \frac{3z-4}{(z^2+1)(z+5)} dz$

Задача 2. Вычислить несобственный интеграл  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cdot \sin(3x)}{x^2+2x+5} dx$

## 10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

**Зачет с оценкой в четвертом семестре** проводится в форме теста. Тест содержит 15 теоретических вопросов (проверяющих сформированность ИОПК-1.1, ИОПК-1.2, ИОПК-1.3). Продолжительность зачета 15 минут.

Примерный перечень теоретических вопросов:

1. При вычислении интеграла  $I = \int_0^{2\pi} R(\cos(\theta), \sin(\theta)) d\theta$ , где  $R$  – рациональная функция от  $\sin(\theta)$  и  $\cos(\theta)$ , какую замену делают? (Выберите один ответ).

- а)  $z = \exp(\theta)$
- б)  $z = \exp(i\theta)$
- в)  $z = \sin(\theta)$
- г)  $z = \operatorname{sh}(i\theta)$

2. Какие утверждения правильные? (Выберите один или несколько ответов).

- а) У первообразной функции комплексной переменной не существует производной.
- б) Первообразная функции комплексной переменной дифференцируема.
- в) Первообразная функции комплексной переменной может быть неаналитической функцией.
- г) Первообразная функции комплексной переменной является аналитической функцией.
- д) Первообразная функции комплексной переменной является произвольной функцией.

3. Известно, что функция  $u(x,y)$  удовлетворяет уравнению Лапласа. Тогда сопряженная ей гармоническая функция  $v(x,y)$  может быть найдена (выберите один ответ)

- а) из уравнения Лапласа.
- б) с точностью до константы.
- в) абсолютно точно.
- г) не может быть найдена.

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Для получения зачета с оценкой студент должен сдать итоговый тест и выполнить две контрольные работы.

Результаты выполнения студентами итогового теста и контрольных работ оцениваются по 100 балльной шкале, которые переводятся в пятибалльную шкалу по следующей схеме: 59 баллов и ниже – «неудовлетворительно», 60 баллов – 73 балла – «удовлетворительно», 74 балла – 86 баллов – «хорошо», 87 баллов – 100 баллов – «отлично».

Оценка за зачет проставляется как округленное среднееарифметическое значение по трем оценкам (за итоговый тест и за две контрольные работы)

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle»:

<https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=24703>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) Тимохин А.М., Шахнович Г.С. Руководство к решению задач по теории функции комплексного переменного. Учебное пособие. Часть 1. Томск: Изд-во Томск. ун-та – 1983. – 74 с.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – 6-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2002. – 688 с.

– Морозова В.Д. Теория функций комплексного переменного : учеб. для вузов / под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – 3-е изд., исп. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. – 520 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. X.)

– Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной : учеб. для вузов. – 6-е изд., стер. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 336 с

б) дополнительная литература:

– Дубровин В.Т. Теория функций комплексного переменного (теория и практика): Учебное пособие / В.Т. Дубровин. – Казань: Казанский государственный университет, 2010. — 102 с.

– Якутенок В.А. Теория функций комплексной переменной. Основные положения: учебное пособие. – Томск. Издательский Дом томского государственного университета, 2013. – 50 с.

– Теория функций комплексного переменного : учеб. пособие / Н.В. Гре-дасова, Н.И. Желонкина, М. А. Корешникова [и др.].— Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2018.— 128 с.

в) ресурсы сети Интернет:

– открытые онлайн-курсы

– <https://studfile.net/preview/4447368/>

– [http://math.nw.ru/~pozharsky/3курс/FilesAdd/Lavrentev\\_TFKP.pdf](http://math.nw.ru/~pozharsky/3курс/FilesAdd/Lavrentev_TFKP.pdf)

## 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –

<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –

<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

#### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешенном формате («Актру»).

#### **15. Информация о разработчиках**

Миньков Леонид Леонидович, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры математической физики физико-технического факультета Томского государственного университета