

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Директор института прикладной
математики и компьютерных наук

А.В. Замятин

« 11 » ноября 2021 г.



Математическая статистика
рабочая программа дисциплины

Закреплена за кафедрой Учебный план	<i>Системного анализа и математического моделирования 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Прикладная математика и информатика»</i>
Форма обучения	<i>очная</i>
Общая трудоёмкость	<i>4 з.е.</i>
Часов по учебному плану	<i>144</i>
в том числе:	
аудиторная контактная работа	<i>71,5</i>
самостоятельная работа	<i>40,8</i>
Вид(ы) контроля в семестрах <i>экзамен/зачет/зачет с оценкой</i>	<i>Семестр 5 – экзамен</i>

Программу составил:
д.ф.-м.н., доцент
зав. кафедрой системного анализа
и математического моделирования

 Ю.Г. Дмитриев

Рецензент:
д.ф.-м.н., профессор,
профессор кафедры системного
анализа и математического моделирования

 Г.М. Кошкин

Рабочая программа дисциплины «Математическая статистика» разработана в соответствии с самостоятельно устанавливаемым образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат – Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика (Утвержден Ученым советом НИ ТГУ, протокол от 27.10.2021 г. № 08).

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры системного анализа и математического моделирования

Протокол от 03 июня 2021 г. № 26

Зав. кафедрой системного анализа
и математического моделирования,
д.ф.-м.н., доцент

 Ю.Г. Дмитриев

Рабочая программа одобрена на заседании учебно-методической комиссии института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 17.06.2021 г. № 05

Председатель УМК ИПМКН,
д.т.н., профессор

 С.П. Сущенко

Цель освоения дисциплины

Цель – получение основополагающих теоретических знаний в области математической статистики и формирование практических навыков ее применения в разных сферах деятельности. Научить обучающегося:

- владеть навыками построения вероятностно-статистических моделей случайных экспериментов в задачах практики при различных уровнях априорной неопределенности
- владеть методами статистического оценивания числовых характеристик и параметров распределений наблюдаемых случайных величин в различных прикладных задачах,
- владеть методами проверки статистических гипотез о параметрах модели явления или процесса;
- грамотно интерпретировать результаты статистического вывода о вероятностно-статистических моделях в различных прикладных задачах.

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Математическая статистика» относится к Блоку 1 – Дисциплины (модули), Общепрофессиональный цикл. Для освоения дисциплины необходимо знать дифференциальное и интегральное исчисления, линейную алгебру, теорию вероятностей.

Пререквизиты дисциплины: «Математический анализ I-III», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия I-II», «Теория вероятностей и случайные процессы I-II».

Постреквизиты дисциплины: «Имитационное моделирование», «Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)», «Научно-исследовательская работа».

2. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Таблица 1.

Компетенция	Индикатор общепрофессиональной компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций)
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам. ИОПК-1.2. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.	ОР-1.1. Обучающийся приобретет навыки работы с учебной литературой по математической статистике, основным естественнонаучным и математическим дисциплинам. ОР-1.2. Обучающийся приобретет навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий математической статистики, общих закономерностей, формулируемых в рамках теории статистического ввода и естественнонаучных дисциплин.
ОПК-3. Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности.	ИОПК-1.3. Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой. ИОПК-1.4. Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности	ОР-1.3. Обучающийся приобретет навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой, на основе методов математической статистики. ОР-1.4. Обучающийся сможет применять на практике вероятностно-статистические модели и компьютерные технологии для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности

<p>ПК-3. Способен формализовывать, согласовывать и документировать требования к системе и подсистеме, обрабатывать запросы и изменение требований к системе и подсистеме, выявлять и формализовывать риски, анализировать проблемные ситуации.</p>	<p>ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>	<p>ОР-3.1. Обучающийся приобретет навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных вероятностно-статистических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>
	<p>ИОПК-3.2. Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические и экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>ОР-3.2. Обучающийся сможет: - собирать и обрабатывать статистические и экспериментальные данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов в области профессиональной деятельности</p>
	<p>ИОПК-3.3. Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.</p>	<p>ОР-3.3. Обучающийся сможет: критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели на основе статистических выводов</p>
	<p>ИОПК-3.4. Демонстрирует понимание и умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности.</p>	<p>ОР-3.4. Обучающийся сможет понимать и применять на практике математические (вероятностно-статистические) модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности.</p>

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Структура и трудоемкость видов учебной работы по дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часа.

Таблица 2.

Вид учебной работы	Трудоемкость в академических часах	
	6 семестр	всего
Общая трудоемкость	144	144
Контактная работа:	69,5	69,5
Лекции (Л):	32	32
Практики (ПЗ)	32	32
Лабораторные работы (ЛР)		
Семинары (СЗ)		
Групповые консультации	2	2
Индивидуальные консультации	3,2	3,2
Промежуточная аттестация	0,3	0,3
Самостоятельная работа обучающегося:	74,5	74,5
- выполнение контрольных заданий	15	15
- изучение учебного материала	25,8	25,8
- подготовка к рубежному контролю по теме/разделу	33,7	33,7
Вид промежуточной аттестации (зачет, зачет с оценкой, экзамен)	Экзамен	

3.2. Содержание и трудоемкость разделов дисциплины

Таблица 3.

Код занятия	Наименование разделов и тем и их содержание	Вид учебной работы, занятий, контроля	С е м е с т р	Часы в электронной форме	Всего (час.)	Литература	Код (ы) результата(ов) обучения
	Раздел 1. Элементы выборочной теории		6			№ 1, № 2, № 3, № 4, № 5	ОР-1.1, ОР-1.2.
1.1.	Случайная выборка. Статистика. Порядковые статистики, вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения, ее статистические свойства. Теорема Гливленко и теорема Колмогорова для эмпирической функции распределения.	Лекции Практики			4 2		
1.2.	Эмпирическая плотность распределения: гистограмма, полигон частот, ядерная оценка плотности. Эмпирическая функция распределения и ядерная оценка плотности в случае многомерной выборки.	Лекции Практики			4 2		
1.3.	Изучение учебного материала.	СРС			4,8		
	Раздел 2. Выборочные характеристики					№ 2, № 3, № 4, № 5	ОР-1.1, ОР-1.2, ОР-3.1, ОР-3.2, ОР-3.3.
2.1.	Примеры выборочных характеристик (выборочное среднее, выборочная дисперсия, выборочные квантили, выборочный коэффициент корреляции и др.). Выборочные характеристики как функционалы от эмпирической функции распределения. Два типа статистик.	Лекции Практики			2 2		
2.2.	Теоремы непрерывности для	Лекции			2		

	функций от выборочных моментов. Асимптотическая нормальность выборочных моментов.	Практики			2		
2.3.	Изучение учебного материала	СРС	6		4		
2.4.	Выполнение контрольных заданий	СРС	6		2		
	Раздел 3. Точечное оценивание параметров распределения		6			№ 1, № 2, № 3, № 4, № 5	ОП-1.1, ОП-1.2, ОП-3.1, ОП-3.2.
3.1.	Статистические оценки и общие требования к ним. Состоятельность, асимптотическая нормальность. Несмещенные оценки с минимальной дисперсией. Оптимальные оценки..	Лекции Практика			1 2		
3.2.	Точечное оценивание. Статистические оценки и общие требования к ним. Состоятельность, асимптотическая нормальность. Несмещенные оценки с минимальной дисперсией. Оптимальные оценки.	Лекции Практика			1 2		
3.3.	Понятие функции правдоподобия, вклада выборки, функции информации Фишера. Неравенство Рао-Крамера и эффективные оценки. Экспоненциальная модель. Достаточные статистики и оптимальные оценки. Критерий факторизации.	Лекции Практика			2 2		
3.4.	Изучение учебного материала	СРС	6		4		
3.5.	Выполнение контрольных заданий	СРС	6		4		
	Контрольная работа		6				
	Раздел 4. Методы точечной оценки параметров распределений		6			№ 1, № 2, № 3, № 5	ОП-1.1, ОП-1.2, ОП-3.1, ОП-3.2, ОП-3.3.
4.1.	Метод подстановки. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия (ММП). Асимптотические свойства оценок	Лекции Практика			2 2		

	ММП. Мультиномиальные оценки максимального правдоподобия.						
4.2.	Байесовский и минимаксный подходы к оцениванию параметров.	Лекции Практика			2 2		
4.3.	Изучение учебного материала	СРС			3		
4.4.	Выполнение контрольных заданий	СРС			3		
	Контрольная работа		6				
	Раздел 5. Интервальное оценивание		6			№ 1, № 3, № 5	ОП-1.1, ОП-1.2, ОП-3.1.
5.1.	Понятие доверительного интервала. Построение доверительных интервалов для математического ожидания случайной величины в случаях известной и неизвестной дисперсии.	Лекции Практика			2 2		
5.2.	Доверительные интервалы для среднего и дисперсии в случае нормальной модели. Доверительные области для многомерного параметра.	Лекции Практика			2 2		
5.3.	Изучение учебного материала	СРС			2		
5.4.	Выполнение контрольных заданий	СРС			2		
	Раздел 6. Проверка статистических гипотез		6			№ 1, № 2, № 3, № 4, № 5	ОП-1.1, ОП-1.2, ОП-3.1, ОП-3.2, ОП-3.3.
6.1.	Понятие статистической гипотезы и статистического критерия. Простые и сложные гипотезы. Общий принцип построения статистических критериев и их характеристики. Статистика критерия, критическая область критерия. Уровень значимости, функция мощности и мощность критерия. Несмещенные и состоятельные критерии.	Лекции Практика			2 2		
6.2.	Проверка гипотез о виде распределения. Критерии согласия	Лекции			2		

	Колмогорова и хи-квадрат К. Пирсона для простых гипотез, критерий согласия хи-квадрат для сложной гипотезы. Гипотеза однородности. Критерии однородности Смирнова, хи-квадрат, Манна-Уитни. Гипотеза независимости. Критерий независимости хи-квадрат. Критерий Спирмена.	Практика			4		
6.3.	Изучение учебного материала	СРС			4		
6.4.	Выполнение контрольных заданий	СРС			2		
	Раздел 7. Параметрические гипотезы		6			№ 1, № 2, № 3, № 4, № 5	ОП-1.1, ОП-1.2, ОП-3.1, ОП-3.2, ОП-3.3.
7.1.	Понятие параметрической гипотезы. Общий принцип выбора критической области. Вероятности ошибок первого и второго родов. Равномерно наиболее мощные критерии.	Лекции Практика			2 2		
7.2	Критерий Неймана-Пирсона для проверки двух простых гипотез. Сложные гипотезы. Критерий отношения правдоподобия проверки общих гипотез. Байесовское решающее правило.	Лекции Практики			2 2		
7.3.	Изучение учебного материала	СРС			4		
7.4.	Выполнение контрольных заданий.	СРС			2		
	Контрольная работа						
	Промежуточная аттестация в форме экзамена		6				

4. Образовательные технологии, учебно-методическое и информационное обеспечение для освоения дисциплины

Исходным звеном является лекция. Лекционный материал затем закрепляется путем решения задач по изучаемой теме на практических занятиях.

Самостоятельная работа студентов включает выполнение контрольных заданий, подготовку к практическим занятиям, а также подготовку к контрольным работам и экзамену.

Промежуточная аттестация осуществляется на основе письменной работы при условии успешного выполнения ранее контрольных работ.

4.1. Рекомендуемая литература и учебно-методическое обеспечение

№ п/п	Авторы / составители	Заглавие	Издательство	Год издания
Основная литература				
1.	Боровков А. А.	Математическая статистика: учебник, 703 с.	Санкт-Петербург [и др.] : Лань	2010
2.	Ивченко Г. И., Медведев Ю.И.	Введение в математическую статистику, 599 с.	Москва: Изд-во ЛКИ	2010
3.	Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков А.В.	Задачи с решениями по математической статистике : учебное пособие, 239 с.	Москва: Дрофа	2007
Дополнительная литература				
4.	Шуленин В. П.	Математическая статистика : учебник, Ч. 1. – 539 с.	Томск: Изд-во НТЛ	2012
5.	В. А. Ватутин, Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев, В. П. Чистяков	Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учеб. пособие для вузов, 315 с.	Москва: Дрофа	2005

4.2. Базы данных и информационно-справочные системы, в том числе зарубежные

1. Издательство «Лань» [Электронный ресурс] : электрон.-библиотечная система. – Электрон. Дан. – СПб., 2010. – URL: <http://e.lanbook.com/>

2. ScienceDirect [Electronic resource] / Elsevier B.V. – Electronic data. – Amsterdam, Netherlands, 2016. – URL: <http://www.sciencedirect.com/>

3. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]. – Электрон. Дан. – М., 2000. – URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp?>

4.3. Перечень лицензионного и программного обеспечения

ППП Mathcad-14, Matlab.

4.4. Оборудование и технические средства обучения

При выполнении практических заданий по дисциплине используются персональные ЭВМ, операционная система MS Windows 7.

5. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины

Основой обучения является курс лекций, читаемый преподавателем. Для самостоятельной работы и дополнительного расширения круга знаний желательно использовать литературу, приведенную в разделе 4.1, а также информационные системы, приведенные в разделе 4.2.

6. Преподавательский состав, реализующий дисциплину

Дмитриев Юрий Глебович, д.ф.-м.н., доцент, зав. кафедрой системного анализа и математического моделирования НИ ТГУ

7. Язык преподавания – русский язык.