

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет



Рабочая программа дисциплины

**Дифференциальные уравнения**

по направлению подготовки  
**03.03.02 Физика**

Направленность (профиль) подготовки / специализация:  
**«Фундаментальная физика»,**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

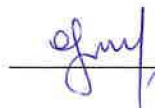
Год приема  
**2021**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.02.03

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП

 О.Н. Чайковская

Председатель УМК

 О.М. Сюсина

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Знает основные законы, модели и методы исследования физических процессов и явлений

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Освоить понятийный аппарат теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

– Владеть элементарными методами интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений и систем и применять их для решения задач в профессиональной деятельности.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр освоения и форма промежуточной аттестации по дисциплине**

Семестр 3, зачет с оценкой.

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для изучения и понимания материала данной дисциплины обучающийся должен владеть основными понятиями и методами линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

– лекции: 32 ч.;

– практические занятия: 16 ч.;

в том числе практическая подготовка: 10 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Общие понятия и определения

Понятие обыкновенного дифференциального уравнения, порядок уравнения, решение уравнения. Геометрическое истолкование. Изоклины. Интегральные кривые. Частное решение, общее решение, общий интеграл. Постановка задачи Коши и формулировка теоремы существования и единственности её решения для дифференциального уравнения первого порядка  $y' = f(x, y)$ .

Тема 2. Элементарные методы интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка, разрешённых относительно производной

Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним. Однородные уравнения и приводящиеся к ним. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли, Риккати. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Тема 3. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешённые относительно производной

Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Особые точки и особые решения. Огибающая семейства интегральных кривых. Параметрический метод интегрирования уравнения  $F(x, y, y') = 0$ . Уравнения Лагранжа и Клеро.

Тема 4. Дифференциальные уравнения высших порядков

Задача Коши для уравнения  $n$ -го порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Понятие о граничной краевой задаче. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Тема 5. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка

Однородные линейные дифференциальные уравнения. Свойства линейного дифференциального оператора. Понятие линейно независимых функций на  $(a, b)$ . Вронскиан и его свойства. Формула Остроградского-Лиувилля. Фундаментальная система решений, теорема о существовании ФСР для линейного однородного уравнения. Теорема об общем решении линейного однородного уравнения. Понижение порядка линейного однородного ДУ. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема об общем решении. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Линейные однородные и неоднородные ДУ с постоянными коэффициентами. Подбор частных решений. Уравнения Эйлера.

Тема 6. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений

Нормальная форма системы ДУ, сведение канонической системы дифференциальных уравнений к нормальной. Задача Коши. Формулировка теоремы Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши. Общая теория систем линейных дифференциальных уравнений. Линейные однородные системы. Понятие линейно независимой системы функций. Вронскиан и его свойства. Фундаментальная система решений, теорема о существовании ФСР для системы ЛОДУ. Выражение общего решения через фундаментальную систему. Линейные неоднородные системы. Теорема об общем решении линейной неоднородной системы. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Первые интегралы системы. Теорема о необходимых и достаточных условиях первого интеграла. Симметричная форма системы дифференциальных уравнений. Интегрирование системы ДУ путём сведения к одному уравнению более высокого порядка.

Тема 7. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка

Основные понятия. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка. Теорема об общем решении. Квазилинейные уравнения. Постановка и решение задачи Коши для линейных однородных и квазилинейных уравнений.

Тема 8. Доказательства теорем существования и единственности для уравнений и систем

Теорема Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши для системы нормальной формы. Теоремы существования и единственности решения для ДУ, неразрешенного относительно производной:  $F(x, y, y') = 0$ , для ДУ  $n$ -го порядка, для систем линейных ДУ. Теоремы существования и единственности для случаев области, не ограниченной по искомым функциям и неограниченной по всем переменным. О продолжении решения, определяемого теоремой Пикара. Зависимость решения от начальных данных и параметров.

## 9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольной работы, тестов в Moodle по решению дифференциальных уравнений различных типов и систем линейных уравнений и фиксируется в форме контрольной точки один раз в семестр.

## 10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

**Зачет с оценкой в третьем семестре** проводится в устной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса и две задачи. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов к зачёту

(Проверяется ИОПК 1.1 Знает основные законы, модели и методы исследования физических процессов и явлений)

1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Поле направлений, изоклины. Интегральные кривые. Задача Коши. Геометрическая интерпретация. Частное решение, общее решение, особое решение, общий интеграл.
2. Различные типы уравнений 1-го порядка, разрешённых относительно производной: уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные ДУ первого порядка, уравнения Бернулли, уравнения Риккати.
3. Уравнение в полных дифференциалах.
4. Интегрирующий множитель. Частные случаи нахождения интегрирующего множителя. Теоремы об интегрирующем множителе.
5. Уравнения 1-го порядка, неразрешённые относительно производной. Постановка задачи Коши, теорема существования и единственности.
6. Параметрический метод.
7. Уравнения Лагранжа и Клеро.
8. Уравнения высших порядков. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности. Понятие о краевых задачах.
9. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
10. Линейные дифференциальные уравнения, основные свойства.
11. Понятия линейно независимых функций. Примеры.
12. Вронскиан. Теоремы о вронскиане, формула Остроградского-Лиувилля.
13. Фундаментальная система решений. Теорема о фундаментальной системе решений.
14. Теорема об общем решении линейного однородного уравнения.
15. Теорема об общем решении линейного неоднородного уравнения.
16. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.
17. Понижение порядка линейного однородного и линейного неоднородного ДУ.
18. Линейные ДУ с постоянными коэффициентами, построение фундаментальной системы.
19. Метод подбора частного решения.
20. Уравнения Эйлера.
21. Нормальная форма системы ДУ. Сведение общей системы ДУ к нормальной.

22. Системы линейных ДУ – теоремы о вронскиане, о фундаментальной системе решений, об общем решении, метод Лагранжа.
23. Системы линейных ДУ с постоянными коэффициентами.
24. Сведение системы ДУ к одному уравнению более высокого порядка.
25. Первые интегралы системы, теорема о необходимых и достаточных условиях первого интеграла.
26. Симметричная форма системы ДУ.
27. Линейные однородные ДУ в частных производных первого порядка. Задача Коши.
28. Квазилинейные ДУ в частных производных. Задача Коши.
29. Теорема Пикара о существовании и единственности решения системы нормальной формы. Метод последовательных приближений.
30. Теорема существования и единственности для ДУ первого порядка, не разрешённого относительно производной.
31. Теорема существования и единственности для уравнений  $n$ -го порядка.
32. Теоремы существования и единственности для случаев области, не ограниченной по искомым функциям и неограниченной по всем переменным.
33. Теоремы существования и единственности для линейных уравнений  $n$ -го порядка и систем линейных ДУ.
34. О продолжении решения, определяемого теоремой Пикара.
35. Зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров.

Примеры задач:

1. Задача 1. Решить ДУ:  $(y^2 + xy^2)dx + (x^2 - yx^2)dy = 0$ .

2. Задача 2. Решить ДУ:  
 $xy' \operatorname{tg} y + 1 = y' \sin 2y$ .

3. Задача 3. Решить ДУ:  
 $y = xy' + y' + y'^2$ .

4. Задача 4. Решить ДУ:  
 $y' = xy'' + y''^2$ .

5. Задача 5. Решить ДУ:  $y'' - y = \frac{e^x}{e^x + 1}$

6. Задача 6. Решить систему ДУ:

$$\begin{cases} x' = 3x - y + z, \\ y' = -x + 5y - z, \\ z' = x - y + 3z, \end{cases}$$

$\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 6$ .

Студенты, успешно решившие тестовые задачи в Moodle и получившие за контрольную работу оценки «отлично» и «хорошо», освобождаются от решения первой задачи.

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

- - оценка «отлично» выставляется студенту, если студент решил задачи (или студент

- освобожден от решения первой задачи), ответил на оба вопроса, дал исчерпывающие ответы, привел полное доказательство каждого утверждения, смог ответить на дополнительные вопросы по материалу, вынесенному на зачет;
- - оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент решил задачи (или студент освобожден от решения первой задачи), ответил на оба вопроса, привел полное доказательство каждого утверждения с помощью наводящих вопросов, смог ответить на дополнительные вопросы по материалу, вынесенному на зачет;
  - - оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если студент ответил на один из вопросов билета, сформулировал все основные определения и теоремы, входящие в оба вопроса билета, но не смог ответить на некоторые дополнительные вопросы по основному материалу, вынесенному на зачет, и не решил задачи;
  - - оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если студент не смог ответить на оба вопроса, не смог ответить на основные вопросы по материалу, вынесенному на зачет, и не решил предложенные задачи.

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle». Дифференциальные уравнения Электронный ресурс Ч. 1 : учебно-методический комплекс : [для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям 01.12.00 «Физика», 23.04.00 «Информационные системы и технологии», 55.31.00 «Техническая физика», 55.33.00 «Прикладная механика»] /Путятин Е. Н., Лазарева Е. Г. ; Том. гос. ун-т, [Ин-т дистанционного образования] Томск : [ИДО ТГУ] , 2015.

Электронный ресурс <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000516071>

б) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle». Дифференциальные уравнения Электронный ресурс Ч. 2 : учебно-методический комплекс : [для студентов вузов по направлениям 223200 "Техническая физика", 151600 "Прикладная механика", 221000 "Мехатроника и робототехника", 161700 "Баллистика и гидроаэродинамика"] /Н. Ю. Галанова ; Том. гос. ун-т, [Ин-т дистанционного образования] Томск: [ИДО ТГУ] , 2015.

Электронный ресурс <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000525272>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине находятся в соответствующих курсах MOODLE

в) План практических занятий по дисциплине

1. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним. Однородные ДУ первого порядка и приводящиеся к ним. Задача Коши.
2. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения Риккати.
3. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
4. ДУ первого порядка, неразрешенные относительно производной. Параметрический метод. Уравнения Лагранжа и Клеро.
5. Контрольная работа по ДУ первого порядка (1 час). ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка.
6. Линейные однородные ДУ с постоянными коэффициентами. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Метод подбора частного решения.
7. Системы линейных ДУ с постоянными коэффициентами. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Сведение системы ДУ к уравнению  $n$ -го порядка.
8. Нелинейные системы ДУ. Линейное и квазилинейное дифференциальные уравнения в

частных производных первого порядка. Решение задачи Коши.

г) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Для того, чтобы успешно освоить дисциплину «Дифференциальные уравнения», необходимо:

- посещать все лекционные и практические занятия;
- выполнять домашние задания в письменной форме или в форме тестов и заданий (в зависимости от содержания домашних заданий);
- при возникновении проблем с домашними заданиями посещать консультации, проводимые преподавателями;
- вовремя решать необходимые контрольные работы (на практических занятиях) и индивидуальные работы (как домашние задания).
- при подготовке к экзамену использовать собственные конспекты лекций и литературу, рекомендованную преподавателем;
- Использовать консультацию перед зачётом для того, чтобы прояснить непонятные вопросы теории и практики.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

- И.Г. Петровский. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Москва: Физматлит, 2009, 207с.
- А.Ф. Филиппов. Введение в теорию дифференциальных уравнений (учебник для студентов вузов по группе физико-математических направлений и специальностей). Москва: УРСС, 2010, 238 с.
- А.Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Москва: Ленанд, 2015, 235 с.
- Н.М. Матвеев. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям: учебное пособие. Санкт-Петербург: Лань, 2016, 431 с.
- М.П. Григорьев, Ю.Т. Половинкин, Н.А. Романова и др. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах (учебное пособие для математических направлений и специальностей). М.: Вузовская книга, 2008, 245с.
- М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко. Обыкновенные дифференциальные уравнения: задачи и примеры с подробными решениями (учебное пособие для студентов вузов). Москва: Ленанд, 2016, 253 с.
- Н.Ю. Галанова, Е. Н. Путьгина Практическое руководство к адаптивному курсу «Дифференциальные уравнения»: для обеспечения самостоятельной работы студентов физических специальностей. Томск: Том. гос. ун-т, 2015, 78с.

б) дополнительная литература:

- Н.М. Матвеев. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Учебник. Минск: «Вышэйшая школа», 1974, 768с.
- М.И. Невидимова, Р.С. Поломошнова. Дифференциальные уравнения. Учебное пособие. Томск: Изд. ТГУ, 1993, 176с.
- Л.С. Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Учебное пособие. М.: Наука, 1982, 331с.
- В.В. Степанов. Курс дифференциальных уравнений. Учебник. М.: Физматгиз, 1959, 468с.

- А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1998, 232с
- В.И. Арнольд. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М: Наука, 1971, 239с.
- А.П. Карташёв А.П., Рождественский Б.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления. М: Наука, 1986, 272с.
- А.М.Самойленко, С.А. Кривошея, Н.А. Перестюк. Дифференциальные уравнения. Киев: «Вища школа», 1984, - 408с.
- М.В.Федорюк. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М: Наука, 1985, - 448с.
- Ф. Хартман. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М: Мир, 1979, - 720с.
- Л.Э. Эльсгольц. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М: Наука, 1969, 424с.

- в) ресурсы сети Интернет:  
 – открытые онлайн-курсы

### **13. Перечень информационных технологий**

- а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:  
 – Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);  
 – публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

- б) информационные справочные системы:  
 – Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>  
 – Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>  
 – ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>  
 – ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>  
 – Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>  
 – ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>  
 – ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешенном формате («Актру»).

### **15. Информация о разработчиках**

Лазарева Елена Геннадьевна, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра общей математики ММФ ТГУ, доцент



Галанова Наталия Юрьевна, кандидат физико-математических наук, доцент,  
кафедра общей математики ММФ ТГУ, доцент

Пуяткина Елена Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент,  
кафедра общей математики ММФ ТГУ, доцент