

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт экономики и менеджмента

УТВЕРЖДЕНО:  
Директор ИЭМ  
Е.В. Нехода

Рабочая программа дисциплины

**Математическая статистика**

по направлению подготовки

**38.03.01 Экономика**

Направленность (профиль) подготовки:  
**«Финансовая экономика»**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2021**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
Т.Г. Ильина

Председатель УМК  
В.В. Маковеева

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК-2 – Способность осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-2.1 Знает основы высшей математики, необходимые для освоения и применения современных математических методов решений профессиональных задач.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

- освоение студентами основных понятий и методов математической статистики;
- создание теоретических основ для успешного изучения дисциплин, требующих знания математической статистики;
- обучение студентов применению современного математического инструментария для решения экономических задач;
- приобретение студентами навыков построения математических моделей для эффективного решения практических задач профессиональной деятельности.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Четвертый семестр, зачет с оценкой

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: линейная алгебра, математический анализ, теория вероятностей и случайные процессы.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

- лекции: 24 ч.

- практические занятия: 28 ч.

в том числе практическая подготовка: 0 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

### **Тема 1. Выборка**

Генеральная и выборочная совокупность. Объем совокупности. Типы выборок (повторная, бесповторная). Репрезентативная выборка. Варианты. Вариационный ряд. Частота и относительная частота. Статистическое распределение выборки. Полигон относительных частот выборки. Группированный статистический ряд выборки. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики выборки (выборочная

средняя, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение, выборочная мода и выборочная медиана).

### **Тема 2. Оценка параметров распределения**

Формулировка задачи оценки параметров распределения. Понятие оценки параметров. Свойства оценок (несмещенность, состоятельность, эффективность). Оценки точечные и интервальные. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения.

### **Тема 3. Методы нахождения оценок**

Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.

### **Тема 4. Статистические гипотезы**

Понятие статистической гипотезы. Простые и сложные гипотезы. Нулевая и альтернативная гипотезы. Ошибки первого и второго рода, возникающие при проверке гипотез. Статистический критерий. Уровень значимости критерия. Мощность критерия. Статистика критерия. Основной принцип проверки статистических гипотез. Область принятия гипотезы. Критическая область. Виды критических областей (правосторонняя, левосторонняя, двусторонняя). Гипотеза о значении неизвестного параметра нормального распределения.

### **Тема 5. Сравнение средних значений и дисперсий двух генеральных совокупностей**

Гипотеза о равенстве средних значений двух генеральных совокупностей. Гипотеза о равенстве дисперсий двух генеральных совокупностей.

### **Тема 6. Проверка гипотезы о законе распределения**

Гипотеза о законе распределения. Критерий согласия хи-квадрат Пирсона. Алгоритм проверки гипотезы о законе распределения.

### **Тема 7. Дисперсионный анализ**

Общая, факторная и остаточная суммы квадратов отклонений. Факторная и остаточная дисперсии. Проверка значимости влияния фактора.

### **Тема 8. Корреляция и регрессия**

Статистическая зависимость. Корреляционная зависимость. Уравнения регрессии. Выборочные линейные уравнения регрессии.

### **Тема 9. Выборочный коэффициент корреляции**

Понятие выборочной ковариации случайных величин. Понятие выборочного коэффициента корреляции. Связь выборочного коэффициента корреляции с выборочными линейными уравнениями регрессии. Свойства выборочного коэффициента корреляции. Проверка значимости выборочного коэффициента корреляции.

### **Тема 10. Ранговая корреляция**

Ранги объектов выборки. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена. Свойства выборочного коэффициента ранговой корреляции Спирмена. Проверка значимости выборочного коэффициента ранговой корреляции Спирмена.

### **Тема 11. Моделирование случайных величин**

Основные понятия. Метод Монте-Карло (метод статистических испытаний). Преобразование равномерного распределения в заданное. Разыгрывание противоположных событий.

### **Тема 12. Дополнительные сведения об основных законах распределения, используемых в математической статистике**

Распределение «хи-квадрат». Распределение Стьюдента. Распределение Фишера-Снедекора. Гамма-распределение.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Зачет с оценкой в четвертом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса и одну задачу. Продолжительность зачета 1,5 часа.

### **Примерный перечень теоретических вопросов**

1. Определение выборки.
2. Определение репрезентативной выборки.
3. Определение статистического распределения выборки.
4. Группированный статистический ряд.
5. Полигон относительных частот.
6. Определение гистограммы.
7. Определение эмпирической функции распределения.
8. Числовые характеристики выборки.
9. Определение оценки параметра.
10. Свойства оценок.
11. Метод моментов.
12. Метод максимального правдоподобия.
13. Определение доверительной вероятности.
14. Определение доверительного интервала.
15. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при известном  $\sigma$ .
16. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном  $\sigma$ .
17. Доверительный интервал для оценки дисперсии  $\sigma^2$  нормального распределения.
18. Определение статистической гипотезы.
19. Определение нулевой и конкурирующей гипотезы.
20. Ошибки первого и второго рода при проверке гипотез.
21. Определение статистического критерия.
22. Определение уровня значимости статистического критерия.
23. Определение критической области.
24. Виды критических областей.
25. Основной принцип проверки статистических гипотез.
26. Гипотеза о среднем значении нормального распределения при известном  $\sigma$ .
27. Гипотеза о среднем значении нормального распределения при неизвестном  $\sigma$ .
28. Гипотеза о дисперсии нормального распределения.
29. Гипотеза о равенстве средних значений двух генеральных совокупностей.

30. Гипотеза о равенстве дисперсий двух генеральных совокупностей.
31. Гипотеза о законе распределения.
32. Критерий согласия «хи – квадрат» Пирсона.
33. Общая, межгрупповая и внутригрупповая сумма квадратов.
34. Проверка значимости влияния фактора.
35. Корреляционная зависимость.
36. Выборочный коэффициент корреляции и его свойства.
37. Проверка значимости выборочного коэффициента корреляции.
38. Выборочные линейные уравнения регрессии.
39. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена и его свойства.
40. Проверка значимости выборочного коэффициента ранговой корреляции Спирмена.
41. Метод статистических испытаний.

### Примеры задач:

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка

2 4 2 4 1 3 3 2 3 6  
 0 2 4 3 2 2 1 3 6 3  
 6 4 3 4 2 3 3 1 0 0

Построить эмпирическую функцию распределения.

2. Из генеральной совокупности извлечена выборка

65 71 67 73 68 68 72 68 67 70 78 74 79 65 72  
 65 71 70 69 69 76 71 63 77 75 70 74 65 71 68

Найти числовые характеристики выборки.

3. Количественный признак  $X$  генеральной совокупности распределен нормально. Из генеральной совокупности извлечена выборка

127 141 121 131 145 139 141 131 139 137  
 129 134 140 143 140 127 132 136 134 133

Оценить неизвестное математическое ожидание признака  $X$  при помощи доверительного интервала с надежностью 0,95.

4. Количественный признак  $X$  генеральной совокупности распределен нормально. Из генеральной совокупности извлечена выборка

-22 -29 -16 -20 -16 -18 -28 -20 -32 -22  
 -29 -29 -19 -12 -26 -18 -20 -9 -24 -20

Оценить неизвестную дисперсию признака  $X$  при помощи доверительного интервала с надежностью 0,9.

5. Дискретная случайная величина  $X$  задана рядом распределения

$x_i$	0	1	2
$p_i$	0,5	$a$	$0,5 - a$

Найти методом моментов по выборке  $x_1, x_2, \dots, x_n$  точечную оценку неизвестного параметра  $a$ .

6. Непрерывная случайная величина  $X$  имеет плотность вероятности

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{a^2}(a-x), & \text{если } 0 \leq x \leq a, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Найти методом моментов по выборке  $x_1, x_2, \dots, x_n$  точечную оценку неизвестного параметра  $a$ .

7. Пусть случайная величина  $X$  распределена равномерно на отрезке  $[a, b]$ . Найти методом моментов по выборке  $x_1, x_2, \dots, x_n$  точечные оценки параметров  $a$  и  $b$ .

8. Найти методом максимального правдоподобия по выборке  $x_1, x_2, \dots, x_n$  точечную оценку параметра  $\lambda$  распределения Пуассона.

9. Найти методом максимального правдоподобия по выборке  $x_1, x_2, \dots, x_n$  точечную оценку параметра  $p$  геометрического распределения.

10. Пусть случайная величина  $X$  распределена равномерно на отрезке  $[0, b]$ . Найти методом максимального правдоподобия по выборке  $x_1, x_2, \dots, x_n$  точечную оценку параметра  $b$ .

11. Количественный признак  $X$  генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема  $n = 16$ , извлеченной из генеральной совокупности, найдены выборочная средняя  $\bar{x} = 12,4$  и исправленная дисперсия  $s^2 = 1,44$ . Требуется при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить нулевую гипотезу  $H_0 = \{M(X) = 11,8\}$  при конкурирующей гипотезе  $H_1 = \{M(X) \neq 11,8\}$ .

12. Выборка объема  $n = 31$ , извлеченная из нормальной генеральной совокупности, представлена статистическим рядом

$x_i$	10,1	10,3	10,6	11,2	11,5	11,8	12,0
$n_i$	1	3	7	10	6	3	1

Требуется при уровне значимости  $\alpha = 0,01$  проверить нулевую гипотезу  $H_0 = \{\sigma^2 = 0,18\}$ , приняв в качестве конкурирующей гипотезы  $H_1 = \{\sigma^2 > 0,18\}$ .

13. По двум независимым малым выборкам, объемы которых соответственно равны  $n = 5$  и  $m = 6$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены выборочные средние  $\bar{x} = 3,3$ ,  $\bar{y} = 2,48$  и исправленные дисперсии  $s_X^2 = 0,25$  и  $s_Y^2 = 0,108$ . При уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить нулевую гипотезу  $H_0 = \{M(X) = M(Y)\}$  при конкурирующей гипотезе  $H_1 = \{M(X) \neq M(Y)\}$ .

14. По двум независимым выборкам, объемы которых соответственно равны  $n_1 = 12$  и  $n_2 = 15$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены исправленные выборочные дисперсии  $s_X^2 = 11,41$  и  $s_Y^2 = 6,52$ . При уровне значимости  $\alpha = 0,1$  проверить нулевую гипотезу  $H_0 = \{D(X) = D(Y)\}$  о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе  $H_1 = \{D(X) > D(Y)\}$ .

15. По выборке объема  $n = 100$ , представленной приведенным ниже группированным статистическим рядом, при уровне значимости  $\alpha = 0,01$  проверить гипотезу о нормальном распределении соответствующей генеральной совокупности

интервал $(x_i, x_{i+1})$	(-3,-2)	(-2,-1)	(-1,0)	(0,1)	(1,2)	(2,3)	(3,4)	(4,5)
------------------------------	---------	---------	--------	-------	-------	-------	-------	-------

частота $n_i$	3	10	15	24	25	13	7	3
------------------	---	----	----	----	----	----	---	---

16. В следующей таблице представлены данные о числе сделок, заключенных на фондовой бирже за квартал, для 517 инвесторов.

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$n_i$	112	168	130	68	32	5	1	1

В первой строке приведены числа сделок, во второй – числа инвесторов, заключивших столько сделок за квартал.

Требуется при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить, что число сделок, заключенных одним инвестором за квартал, распределено по закону Пуассона с параметром  $\lambda = 1,5$ .

17. На заводе установлено четыре линии по выпуску облицовочной плитки. С каждой линии случайным образом в течение смены отобрано по 10 плиток и сделаны замеры их толщины (мм). Отклонения от номинального размера приведены в таблице:

Линия по выпуску плиток	Номер испытания									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,6	0,2	0,4	0,5	0,8	0,2	0,1	0,6	0,8	0,8
2	0,2	0,2	0,4	0,3	0,3	0,6	0,8	0,2	0,5	0,5
3	0,8	0,6	0,2	0,4	0,9	1,1	0,8	0,2	0,4	0,8
4	0,7	0,7	0,3	0,3	0,2	0,8	0,6	0,4	0,2	0,6

Требуется на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  установить зависимость выпуска качественных плиток от линии выпуска (фактора  $A$ ).

18. Найти коэффициент корреляции между производительностью труда  $Y$  (тыс. руб.) и энерговооруженностью труда  $X$  (кВт) (в расчете на одного работающего) для 14 предприятий региона по следующим данным:

$x_i$	2,8	2,2	3,0	3,5	3,2	3,7	4,0	4,8	6,0	5,4	5,2	5,4	6,0	9,0
$y_i$	6,7	6,9	7,2	7,3	8,4	8,8	9,1	9,8	10,6	10,7	11,1	11,8	12,1	12,4

19. При исследовании корреляционной зависимости по данным 20 предприятий между капиталовложениями  $X$  (млн. руб.) и выпуском продукции  $Y$  (млн. руб.) получены следующие уравнения регрессии:  $\bar{y}_x = 1,2x + 2$  и  $\bar{x}_y = 0,7y + 2$ . Найти коэффициент корреляции между рассматриваемыми признаками и оценить его значимость на 5 % - ном уровне.

20. По данным 30 нефтяных компаний получено следующее уравнение регрессии между оценкой  $Y$  (ден. ед.) и фактической стоимостью  $X$  (ден. ед.) этих компаний:  $\bar{y}_x = 0,8750x + 295$ . Найти 95%-ные доверительные интервалы для среднего и индивидуального значений оценки предприятий, фактическая стоимость которых составила 1300 ден. ед., если коэффициент корреляции между переменными равен 0,76, а среднее квадратическое отклонение переменной  $X$  равно 270 ден. ед.

21. Два эксперта проранжировали 11 фирм в порядке их привлекательности для инвестиций. Получены следующие последовательности рангов фирм:

$r_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$s_i$	1	2	3	5	4	9	8	11	6	7	10

Найти выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена и проверить его значимость на уровне  $\alpha = 0,05$ .

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

За текущую работу в семестре студентам выставляется оценка по пятибалльной шкале, которая учитывает: посещаемость, работу студентов на практических занятиях, результаты выполнения контрольных и домашних работ. Итоговая оценка формируется как средний балл между оценкой собственно за зачет и оценкой, полученной студентом за текущую работу в семестре.

Критерии оценивания представлены в приведенных ниже таблицах

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)	Критерии оценивания результатов обучения			
		Оценка «неудовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно»	Оценка «хорошо»	Оценка «отлично»
ОПК – 2	<p><i>Знать:</i> основы математической статистики, необходимые для решения финансовых и экономических задач;</p> <p><i>Уметь:</i> применять математические методы для решения экономических задач;</p> <p><i>Владеть:</i> методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов</p>	Выставляется обучающемуся, обнаружившем у серьезные пробелы в знаниях основного материала изученной дисциплины, допустившему принципиальные ошибки в выполнении заданий	Заслуживает обучающийся, обнаруживший знания материала изученной дисциплины в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляющийся с выполнением заданий, обладающий необходимыми знаниями для устранения погрешностей в ответах под руководством преподавателя.	Заслуживает обучающийся, обнаруживший полное знание материала изученной дисциплины, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, но допускающий при этом не принципиальные ошибки	Заслуживает обучающийся, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание материала изученной дисциплины, умеющий свободно выполнять практические задания, предусмотренные программой

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)	Критерии оценивания результатов обучения			
		Оценка «неудовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно»	Оценка «хорошо»	Оценка «отлично»
ИОПК-2.1	<p><i>Знать:</i> структуру дисциплины «математическая статистика» и понимать суть задач каждого из её разделов</p> <p><i>Уметь:</i> решать типовые задачи математической статистики и анализировать полученные результаты</p> <p><i>Владеть:</i> навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач</p>	Выставляется обучающемуся, обнаружившем у серьезные пробелы в знаниях основного материала изученной дисциплины, допустившему принципиальные ошибки в выполнении заданий	Заслуживает обучающийся, обнаруживший знания материала изученной дисциплины в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляющийся с выполнением заданий, обладающий необходимыми знаниями для устранения погрешностей в ответах под руководством преподавателя.	Заслуживает обучающийся, обнаруживший полное знание материала изученной дисциплины, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, но допускающий при этом не принципиальные ошибки	Заслуживает обучающийся, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание материала изученной дисциплины, умеющий свободно выполнять практические задания, предусмотренные программой

## 11. Учебно-методическое обеспечение

- а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <http://class.tsu.ru/m-course-22812>
- б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.
- в) План практических занятий по дисциплине.
- д) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

- а) основная литература:
  1. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум, 5-е изд., пер. и доп. - Сер. 76 Высшее образование / Н. Ш. Кремер. – М.: ЮРАЙТ, 2019. – 538 с.
  2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для прикладного бакалавриата: [для студентов вузов] / В. Е. Гмурман. – М.: Юрайт, 2019. – 479 с.
  3. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебник и практикум для вузов / А.М. Попов, В.Н. Сотников. – М.: ЮРАЙТ, 2021. – 434 с.

б) дополнительная литература:

1. Калинина В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: [Учебник, 2-е изд., пер. и доп. - Сер. 73 Бакалавр и специалист] / В. Н. Калинина. – М.: ЮРАЙТ, 2019.– 472 с.
2. Ковалев Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры: [для студентов вузов по экономическим направлениям и специальностям] / Е. А. Ковалев, Г. А. Медведев; под общ. ред. Г. А. Медведева; Рос. акад. нар. хоз-ва и гос. службы при Президенте Рос. Фед. – М. : Юрайт, 2016. – 283 с.
3. Палий И. А. Теория вероятностей и математическая статистика [Учебное пособие, изд. 2-е, перераб. и доп. - Сер. Высшее образование: Бакалавриат ] / И. А. Палий. – М.: ИНФРА-М, 2021.– 334 с.
4. Васильев А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебник и практикум, 2-е изд., испр. и доп. - Сер. 68 Профессиональное образование / А.А. Васильев.– М.: ЮРАЙТ, 2019. – 232 с.

в) ресурсы сети Интернет:

1. Научная библиотека Томского государственного университета [Электронный ресурс] / ТГУ. – Электрон. дан. – Томск: НБ ТГУ, 1997 – 2022. – URL: <http://www.lib.tsu.ru/ru>.
2. Springer [Электронный ресурс]/ Springer International Publishing AG. – Электрон. дан. – URL: <http://link.springer.com/>
3. Электронно-библиотечная система Издательства Лань [Электронный ресурс]/ Издательство «Лань». – Электрон. дан. – URL: <http://e.lanbook.com/>
4. Электронно-библиотечная система «КнигаФонд» [Электронный ресурс] – Электрон. дан. – URL: <http://knigafund.ru/>
5. Электронно-библиотечная система Znanium.com [Электронный ресурс] – Электрон. дан. – URL: <http://znanium.com/>
6. Электронная библиотека учебников и учебно-методических материалов «Библиотеки ВУЗов» [Электронный ресурс] – Электрон. дан. – URL: <http://window.edu.ru/unilib/>

### 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

### 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

### **15. Информация о разработчиках**

Удод Виктор Анатольевич, доктор технических наук, профессор, Институт экономики и менеджмента, кафедра информационных технологий и бизнес-аналитики, профессор.