

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор Института прикладной математики и компьютерных наук А. В. Замятин  
« 16 » июня 20 23 г.

Рабочая программа дисциплины

**Геометрия**

по направлению подготовки / специальности

**10.05.01 Компьютерная безопасность**

Направленность (профиль) подготовки / специализация:

**Анализ безопасности компьютерных систем**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Специалист по защите информации**

Год приема

**2023**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.02.05

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

В.Н. Тренькаев

Председатель УМК

С.П. Сущенко

## 1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Любой бизнес-процесс сегодня связан с обменом информацией, поэтому организация быстрой и эффективной обработки и защищенной передачи данных, визуализации и интерпретации результатов обработки информации для принятия решения является одним из главных показателей конкурентоспособности. Кроме того, все больше отраслей экономики становятся наукоемкими и развивают сложные технологии, в т.ч. цифровые технологии.

Все это определяет актуальность применения математического аппарата для формализации задачи предметной области, построения математической модели и разработки на ее основе программного обеспечения для решения задачи оптимальным образом. В частности аппарат аналитической геометрии используется для таких сквозных технологий цифровой экономики, как:

– Большие данные (анализ данных с помощью Spatial analysis (например, для данных ГИС); разработка приложений/инструментов для визуализации данных);

– Нейротехнологии и искусственный интеллект (компьютерное зрение для видеоаналитики);

– Новые производственные технологии (моделирование и визуализация объектов для аддитивных технологий; проектирование манипуляторов и процесса манипулирования);

– Компоненты робототехники и сенсорики (технологии сенсорно-моторной координации и пространственного позиционирования; сенсоры и цифровые компоненты робототехнических комплексов для человеко-машинного взаимодействия);

– Технологии виртуальной и дополненной реальности (визуализация и графический вывод объектов и процессов).

Специалист по защите информации в рамках специализации «Анализ безопасности компьютерных систем» должен владеть широким математическим инструментарием, в т.ч. аппаратом аналитической геометрии, знать область применения полученных знаний для решения задач цифровой экономики.

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-3 – Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин.

ИОПК-3.2. Осуществляет применение основных понятий, фактов, концепций, принципов математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности.

ИОПК-3.3. Выявляет научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применяет соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.

Детализированные образовательные результаты, достигаемые обучающимся в ходе освоения дисциплины, приведены в п.2.

## 2. Задачи освоения дисциплины

2.1. Освоить базовый математический аппарат аналитической геометрии:

а) основные понятия векторной алгебры и возможности векторной алгебры как инструмента решения типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин (в т.ч. аналитической геометрии), и задач профессиональной деятельности;

б) типы алгебраических линий и поверхностей первого и второго порядков;  
в) уравнения (и их классификация), задающие алгебраические линии и поверхности первого и второго порядков;

г) методы исследования уравнений, задающих алгебраические линии и поверхности первого и второго порядков, а также методы перехода от одного вида уравнения к другому для заданных алгебраических линий и поверхностей первого и второго порядков.

2.2. Познакомиться с областью применимости аппарата аналитической геометрии для решения профессиональных задач (в т.ч. относительно сквозных технологий цифровой экономики).

2.3. Научиться применять понятийный аппарат, факты, концепции, принципы, методы аналитической геометрии (см. п. 2.1) и цифровые инструменты для решения практических типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин (в т.ч. аналитической геометрии), и задач профессиональной деятельности.

2.4. Научиться выявлять научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применять соответствующий математический аппарат и цифровые инструменты для их формализации, анализа и выработки решения.

*Знать – 2.1, 2.2; уметь – 2.3, владеть – 2.4.*

Для достижения поставленной цели и решения заявленных задач используются традиционное обучение и современные образовательные технологии: ИКТ (в т.ч. LMS Moodle, цифровые инструменты из п. 13), групповая работа, игровые методы обучения, технология развития критического мышления, развивающее обучение, разноуровневое обучение.

### **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Дисциплина входит в модуль «Математика». Знания, полученные при изучении данного курса, используются в научно-исследовательской деятельности студентов, а также будут полезными для тех, кто осваивает компьютерную графику, компьютерную геометрию, 3D-моделирование и иные задачи сквозных технологий из п. 1.

### **4. Семестр освоения и формат промежуточной аттестации по дисциплине**

Второй семестр, экзамен.

### **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Общая алгебра», «Информатика».

### **6. Язык реализации**

Русский.

### **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

– лекции: 32 ч.

– практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

### **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

На каждую тему отводится 4 часа аудиторной работы: лекционное занятие (2 часа) и практическое занятие (2 часа). Типовые задачи по каждому из разделов курса,

рассматриваемые на практических занятиях, приведены в п. 10. Нетиповые задания приведены в описании темы соответствующего раздела курса.

Самостоятельная работа обучающихся является наиболее продуктивной формой образовательной и познавательной деятельности; направлена на углубление и закрепление знаний, развитие практических умений и включает в себя работу с лекционным материалом, выполнение домашних заданий, подготовку к текущей и промежуточной аттестации.

## **Раздел 1. Векторная алгебра**

Тема 1. Векторы и линейные операции над векторами.

Дается определение вектора, его обозначение, взаимное расположение векторов (равенство, ориентация друг относительно друга, коллинеарность, компланарность, ортогональность). Вводятся операции над векторами: сложение векторов (в т.ч. правило треугольника и правило параллелограмма) и умножение вектора на число; приводятся свойства линейных операций над векторами. На лекции рассматривается вопрос применения векторной алгебры для решения задач сквозных технологий цифровой экономики (*определение сквозной технологии цифровой экономики; классификация сквозных технологий; влияние сквозных технологий на технологические изменения; примеры использования аппарата векторной алгебры для решения задач сквозных технологий*).

Самостоятельная работа – изучить лекции 1-4 п. 12в); подготовить материал к дискуссии на практическом занятии на тему «Информационная безопасность и сквозные технологии цифровой экономики».

На практическом занятии – дискуссия на тему «Информационная безопасность и сквозные технологии цифровой экономики».

Тема 2. Базис и координаты вектора.

В рамках темы раскрываются: линейная зависимость векторов; признаки линейной зависимости векторов; понятие векторного пространства; размерность и базис векторного пространства; координаты вектора; условие коллинеарности двух векторов; аффинные и декартовы координаты точки; ориентация тройки векторов на плоскости и в пространстве.

Тема 3. Система координат и ортогональная проекция вектора.

Даются определения ортогональной проекции точки и ортогональной проекции вектора на прямую (плоскость); определение ортогональной проекции вектора на ось и свойства ортогональной проекции вектора на ось (проекция суммы векторов, проекция вектора, умноженного на число). Формулируется и доказывается теорема о координатах вектора относительно декартова базиса через ортогональные проекции. На лекции рассматривается вопрос применения проективной геометрии для решения задач сквозной технологии «Нейротехнологии и искусственный интеллект» (на примере задач компьютерного зрения для видеоаналитики).

Самостоятельная работа – изучить лекцию 5 п. 12в), источник 6 п. 12б).

На практическом занятии – решение задачи: «Спроектировать на камеру, установленную на высоте 1 м от поверхности земли и ориентированную так, что ось  $OY$  перпендикулярна поверхности, а  $OX$  параллельна горизонту с углом  $\theta_x = \theta_y = 60^\circ$  и размером матрицы  $600 \times 600$  пикс., точку, лежащую на поверхности земли влево от камеры на 1 м и впереди камеры на расстоянии 6 м».

Тема 4. Скалярное, векторное, смешанное и двойное векторного произведения векторов.

Определяются заявленные произведения векторов (в векторной и в координатной формах), приводятся свойства произведений (ассоциативность, дистрибутивность,

коммутативность и т.д.). Формулируется условие перпендикулярности и коллинеарности двух векторов, компланарности трех векторов; дается определение длины вектора, угла между векторами. Приводится геометрическая интерпретация векторного и смешанного произведений.

Тема 5. Преобразование базиса и системы координат на плоскости и в пространстве.

В данной теме рассматриваются: преобразование базиса на плоскости и в пространстве (выводятся формулы перехода от одного базиса к другому); преобразование системы координат на плоскости и в пространстве (выводятся формулы параллельного переноса и формулы поворота координатных осей). На лекции рассматривается вопрос применения преобразования системы координат и определения новых координат точки для решения задач сквозной технологии «Компоненты робототехники и сенсорики» (на примере задач сенсорно-моторной координации и пространственного позиционирования в части распознавания объектов).

Самостоятельная работа – изучить лекцию 6 п. 12в), источник 7 п. 12б) (рассмотреть метод геометрического хеширования для распознавания объектов).

На практическом занятии – решение задачи: «Имеется большой набор моделей и некоторый объект с набором выделенных характерных признаков. Считается, что этот объект может быть найден среди моделей путем аффинного преобразования одной из них. Поэтому решение задачи поиска – найти параметры аффинного преобразования, совмещающего модель с объектом на изображении. Пусть задана модель  $M$  в виде упорядоченного множества признаковых точек, координаты которых известны. Найти в этом множестве три неколлинеарные точки  $A_0, A_1, A_2$ , которые будут определять аффинный базис модели  $M$ , а следовательно, и систему координат. Известны также аффинные координаты этих точек преобразованного объекта. Найти аффинное преобразование, а затем найти аффинные координаты заданной точки  $A_3$ ».

## **Раздел 2. Линейные образы на плоскости и в пространстве**

Тема 1. Введение. Алгебраические линии и поверхности произвольного порядка. Цилиндрические и конические поверхности.

Дается определение алгебраической и трансцендентной линии на плоскости и поверхности в пространстве, задается определение порядка алгебраических линии и поверхности. Формулируются и доказываются теоремы об инвариантности порядка алгебраических линии и поверхности. Дается определение цилиндрической (конической) поверхности, ее направляющей и образующей. Формулируется и доказывается теорема о цилиндрической (конической) поверхности. На практическом занятии рассматривается вопрос применения сквозной технологии «Технологии виртуальной и дополненной реальности» (на примере визуализации и графического вывода объектов и процессов): обучающиеся знакомятся с цифровыми инструментами интерактивной геометрии из п. 13а), для всех практических задач разделов 2-4 в обязательном порядке делают чертеж и анализ геометрического объекта с помощью данных инструментов.

Тема 2. Общие и нормальные уравнения плоскости, прямой на плоскости и прямой в пространстве. Расстояние от точки до плоскости и от точки до прямой на плоскости.

Даются общие и нормальные уравнения плоскости, прямой на плоскости и прямой в пространстве в векторной и координатной формах. Вводятся понятия нормального вектора прямой и плоскости. Дается алгоритм приведения общих уравнений плоскости и прямой на плоскости к нормальному виду. Определяется расстояние и отклонение от точки до плоскости и от точки до прямой на плоскости. Задаются признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей (прямых на плоскости).

*Неполные уравнения плоскости и прямой на плоскости. Уравнение плоскости и прямой на плоскости в отрезках (самостоятельное изучение).*

Тема 3. Параметрические уравнения плоскости, прямой на плоскости и прямой в пространстве. Каноническое уравнение прямой.

Вводятся понятия направляющего вектора (для прямой), направляющих векторов (для плоскости). Задаются параметрические уравнения плоскости, прямой на плоскости и прямой в пространстве в векторной и координатной формах. Выводится уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки, а также каноническое уравнение прямой.

*Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой с угловым коэффициентом (самостоятельное изучение).*

Тема 4. Взаимное расположение прямых, плоскостей.

В рамках данной темы рассматриваются следующие микротемы: «Угол между прямыми в пространстве», «Условия параллельности и перпендикулярности прямых», «Угол между прямой и плоскостью», «Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости», «Условия принадлежности прямой к плоскости», «Условия принадлежности двух прямых к одной плоскости», «Приведение общего уравнения прямой к каноническому виду», «Пучок и связка прямых», «Пучок и связка плоскостей».

### **Раздел 3. Линии второго порядка**

Тема 1. Эллипс.

Определение эллипса. Каноническое уравнение эллипса и исследование формы эллипса по его каноническому уравнению. Теорема (второе определение эллипса). Основные понятия: фокусы, фокальные радиусы, большая и малая полуоси, вершины, центр эллипса, центр симметрии и оси симметрии, эксцентриситет, директрисы эллипса.

Тема 2. Гипербола. Парабола.

Определение гиперболы. Каноническое уравнение гиперболы и исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению. Теорема (второе определение гиперболы). Основные понятия: фокусы, фокальные радиусы, действительная и мнимая полуоси, вершины, центр гиперболы, центр симметрии и оси симметрии, правая и левая ветви гиперболы, эксцентриситет, директрисы гиперболы, асимптоты гиперболы.

Определение параболы. Каноническое уравнение параболы и исследование формы параболы по ее каноническому уравнению.

Основные понятия: фокус, фокальный радиус, параметр параболы, вершина, ось симметрии, эксцентриситет, директриса параболы.

*Уравнения линий второго порядка в полярных координатах (самостоятельное изучение).*

Тема 3 Касательные к эллипсу, гиперболе, параболе.

Выводятся уравнения касательных к эллипсу, гиперболе, параболе, заданных своими каноническими уравнениями.

Тема 4. Приведение линии второго порядка к каноническому виду. Инварианты линии второго порядка. Определение типа линии второго порядка по ее инвариантам.

Рассматривается способ приведения общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду, основанный на переходе к новой системе координат (для нахождения элементов матрицы поворота составляется и решается характеристическое уравнение). Дается определение инвариантов линии второго порядка, алгоритм определения типа линии второго порядка по ее инвариантам и приведения линии второго порядка к каноническому виду с помощью инвариантов.

## **Раздел 4. Поверхности второго порядка**

Тема 1. Эллипсоиды, гиперboloиды, параболоиды.

Поверхности второго порядка (эллипсоид, сфера, однополостный гиперboloид, двуполостный гиперboloид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид) определяются и задаются своими каноническими уравнениями, а затем исследуются с помощью сечений данных поверхностей координатными плоскостями или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии. *Цилиндры второго порядка. Конус второго порядка (самостоятельное изучение).*

В рамках самостоятельной работы рассматривается вопрос применения сквозной технологии «Технологии виртуальной и дополненной реальностей» (на примере визуализации и графического вывода объектов и процессов) и решается кейс в мини-группах: «Ознакомиться с видами AR и VR (например, по материалу 7 из п. 12в)), подготовить конспект лекции по типам поверхностей второго порядка, сопроводить конспект собственными фото-примерами на заданную тему (например, «поверхности второго порядка в архитектуре»); включить фото-примеры в конспект с использованием дополненной реальности».

Тема 2. Поверхности вращения. Прямолинейные образующие однополостного гиперboloида и гиперболического параболоида.

Дается определение поверхности вращения. Анализируется, какие из рассмотренных ранее поверхностей второго порядка являются поверхностями вращения. Дается определение линейчатой поверхности. Выводятся уравнения прямолинейных образующих однополостного гиперboloида и гиперболического параболоида, являющихся линейчатыми поверхностями.

Тема 3. Касательные к поверхностям второго порядка. Касательная плоскость.

На основе общего уравнения поверхности второго порядка и параметрического уравнения прямой рассматриваются возможные варианты и условия их взаимного расположения. Отдельно выводится уравнение касательной линии и нормали к поверхности второго порядка; уравнение касательной плоскости.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Экзамен во втором семестре проводится в письменной форме. Экзаменационное задание состоит из двух частей: одного теоретического вопроса и одной задачи. В рамках перечня теоретических вопросов и набора каждого из типов задач задания сопоставимы по сложности и затратам времени на выполнение. Поэтому данные задания не сведены в один экзаменационный билет, а выбираются студентом в случайном порядке по каждой позиции экзаменационного задания.

Первая часть экзаменационного задания содержит теоретический вопрос, проверяющий ИОПК-3.1, ИОПК-3.3. Ответ на вопрос дается в развернутой форме.

Вторая часть проверяет ИОПК-3.2 и оформлена в виде практической задачи. Ответы на вопросы второй части предполагают решение задачи и краткую интерпретацию полученных результатов.

### **Перечень теоретических вопросов:**

1. Векторы и линейные операции над ними. Свойства операций над векторами (векторная и координатная формы).

2. Условия линейной зависимости векторов (определения и теоремы). Условие коллинеарности двух векторов, условие компланарности трех векторов, условие ортогональности двух векторов.

3. Понятие векторного пространства; размерность и базис векторного пространства; координаты вектора. Аффинные и декартовы координаты точки; ориентация тройки векторов на плоскости и в пространстве.

4. Ортогональная проекция точки и ортогональная проекция вектора на прямую (плоскость); ортогональная проекция вектора на ось и свойства ортогональной проекции вектора на ось (проекция суммы векторов, проекция вектора, умноженного на число). Теорема о координатах вектора относительно декартова базиса через ортогональные проекции.

5. Скалярное произведение векторов в векторной и в координатной формах. Геометрические и алгебраические свойства скалярного произведения векторов. Длина вектора, угол между векторами.

6. Векторное произведение векторов в векторной и в координатной формах. Геометрические и алгебраические свойства векторного произведения векторов. Построение ориентированной тройки векторов.

7. Смешанное произведение векторов в векторной и в координатной формах. Геометрические и алгебраические свойства смешанного произведения векторов. Двойное векторное произведение векторов.

8. Преобразование базиса на плоскости и в пространстве (вывод формул перехода от одного базиса к другому).

9. Преобразование системы координат на плоскости (вывод формул параллельного переноса и формулы поворота координатных осей).

10. Преобразование системы координат в пространстве (вывод формул параллельного переноса и формулы поворота координатных осей).

11. Алгебраическая и трансцендентная линия на плоскости, порядок алгебраической линии. Теорема об инвариантности порядка алгебраической линии.

12. Алгебраическая и трансцендентная поверхность в пространстве, порядок алгебраической поверхности. Теорема об инвариантности порядка алгебраической поверхности.

13. Цилиндрическая и коническая поверхности, их направляющие и образующие. Теорема о цилиндрической и конической поверхностях. Типы цилиндров второго порядка, их канонические уравнения. Каноническое уравнение конуса второго порядка.

14. Общее уравнение прямой на плоскости. Неполные уравнения прямой на плоскости. Уравнение прямой на плоскости в отрезках. (В векторной и координатной формах). Признаки параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.

15. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. (В векторной и координатной формах). Признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей.

16. Нормальные уравнения плоскости и прямой на плоскости в векторной и координатной формах. Приведение общих уравнений плоскости и прямой на плоскости к нормальному виду. Расстояние и отклонение от точки до плоскости и от точки до прямой на плоскости.

17. Параметрические уравнения плоскости и прямой на плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.

18. Общее, каноническое и параметрические уравнения прямой в пространстве в векторной и координатной формах. Приведение общего уравнения прямой к каноническому виду.



19. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

20 Условия принадлежности прямой к плоскости. Условия принадлежности двух прямых к одной плоскости. Пучок и связка прямых. Пучок и связка плоскостей.

21. Эллипс (определение). Каноническое уравнение эллипса и исследование формы эллипса по его каноническому уравнению. Теорема (второе определение эллипса). Основные понятия: фокусы, фокальные радиусы, большая и малая полуоси, вершины, центр эллипса, центр симметрии и оси симметрии, эксцентриситет, директрисы эллипса.

22. Гипербола (определение). Каноническое уравнение гиперболы и исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению. Теорема (второе определение гиперболы). Основные понятия: фокусы, фокальные радиусы, действительная и мнимая полуоси, вершины, центр гиперболы, центр симметрии и оси симметрии, правая и левая ветви гиперболы, эксцентриситет, директрисы гиперболы, асимптоты гиперболы.

23. Парабола (определение). Каноническое уравнение параболы и исследование формы параболы по ее каноническому уравнению. Основные понятия: фокус, фокальный радиус, параметр параболы, вершина, ось симметрии, эксцентриситет, директриса параболы.

24. Касательные к эллипсу, гиперболе, заданных каноническим уравнением.

25. Касательная к параболе, заданной каноническим уравнением.

26. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду, основанное на переходе к новой системе координат и решении характеристического уравнения.

27. Инварианты линии второго порядка, определение типа линии второго порядка по ее инвариантам и приведение линии второго порядка к каноническому виду с помощью инвариантов.

28. Эллипсоид, сфера и их канонические уравнения. Исследование эллипсоида, сферы с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

29. Однополостный гиперболоид и его каноническое уравнение. Исследование однополостного гиперболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

30. Двуполостный гиперболоид и его каноническое уравнение. Исследование однополостного гиперболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

31. Эллиптический параболоид и его каноническое уравнение. Исследование эллиптического параболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

32. Гиперболический параболоид и его каноническое уравнение. Исследование гиперболического параболоида с помощью сечений координатными плоскостями и/или плоскостями, параллельными плоскостям симметрии.

33. Поверхности вращения, линейчатые поверхности. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида.

34. Взаимное расположение поверхности второго порядка и прямой (возможные варианты и условия). Уравнение касательной линии и нормали к поверхности второго порядка; уравнение касательной плоскости (запись и вывод уравнения).

**Примеры задачи по каждому из разделов курса:**

1. Векторная алгебра

Найти проекцию вектора  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n} - \mathbf{p}$  на ось абсцисс и компоненту этого же вектора по оси ординат, если  $\mathbf{m} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{n} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$  и  $\mathbf{p} = 5\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$ .

2. Линейные образы на плоскости и в пространстве

На оси  $z$  найти точку, равноудаленную от двух плоскостей  $x + 4y - 3z - 2 = 0$  и  $5x + z + 8 = 0$ .

3. Линии второго порядка

Даны два фокуса кривой  $F_1(1;1)$ ,  $F_2(-2;-2)$  и одна из ее директрис:  $x + y - 1 = 0$ .

Найдите уравнение этой кривой.

4. Поверхности второго порядка

К однополостному гиперболоиду  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1$  проведите касательную плоскость через прямую  $\frac{x}{3} = \frac{y+9}{3} = \frac{z}{1}$ .

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Ответ на каждую часть экзаменационного задания оценивается по системе от 0 до 3 баллов. Экзамен считается состоявшимся, если в ходе экзамена студент набрал от 3 до 6 баллов. Экзаменационная оценка определяется суммой баллов, набранных студентом в течение семестра и в ходе экзамена.

Критерии оценки ответа на теоретический вопрос:

3 балла: полно раскрыто содержание материала вопроса; материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности; специальные термины используются правильно; определения и формулы приведены верно; допущены одна–две неточности при освещении вопросов, которые исправляются по замечанию преподавателя.

2 балла: вопрос изложен систематизировано и последовательно; формулы приведены верно; продемонстрировано умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер; в изложении допущены небольшие пробелы, не искажившие содержание ответа, или допущены один–два недочета при освещении содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя.

1 балл: неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; допущены ошибки в определении понятий и легко устранимые недочеты в записи формул, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов.

0 баллов: полностью отсутствует ответ; не раскрыто основное содержание вопроса; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части вопроса; допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии и записи формул, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.

Критерии оценки решения задачи:

3 балла: верно указан и использован метод решения задачи; получен полный и правильный ответ; при записи ответа допущена неточность, которая исправляется по замечанию преподавателя.

2 балла: верно указан и использован метод решения задачи; большая часть задачи решена; не рассмотрены все возможные решения; ответ записан правильно, но не является полным; при записи ответа допущена неточность, которая исправляется по замечанию преподавателя.

1 балл: допущены ошибки при использовании выбранного метода решения задачи; ответ не получен или получен неверный.

0 баллов: ответ отсутствует полностью; допущены ошибки при использовании выбранного метода решения задачи; ответ не получен или получен неверный.

Оцениваемая работа обучающегося по курсу разделена на четыре блока: 1) комплексная контрольная точка в середине семестра; 2) контрольная работа в конце семестра; 3) выполнение домашних работ в течение семестра; 4) экзаменационное задание.

Баллы по Блоку 1 формируются суммированием баллов за каждую из трех активностей в рамках комплексной контрольной точки: 1) ответ на теоретический вопрос (критерии оценивания ответа на теоретический вопрос приведены выше); 2) решение практической задачи (критерии оценивания решения задачи приведены выше); 3) групповая работа (групповая работа оценивается по системе от 0 до 3, критерии оценивания групповой работы доводятся до обучающихся в момент выдачи задания).

Баллы по Блоку 2 формируются суммированием баллов за каждую из 8 задач, 3 из которых – необязательные (критерии оценивания решения задачи приведены выше).

Баллы по Блоку 3 выставляются в соответствии количеством (в %) решенных на 3 балла домашних задач (критерии оценивания решения задачи приведены выше): 80-100% = 3 балла; 60-79% = 2 балла; 40-59% = 1 балл; менее 40% = 0 баллов. При этом количество попыток решить домашнюю задачу на 3 балла не ограничено.

Баллы по блоку 4 формируются суммированием баллов за каждое экзаменационное задание (критерии оценивания ответа на теоретический вопрос и критерии оценивания решения задачи приведены выше).

В таблице 1 приведена шкала оценивания каждого блока, а в таблице 2 – шкала формирования оценки за курс.

Таблица 1 – Оценивание каждого из четырех блоков работы обучающегося по курсу

Оценка за блок	Количество баллов			
	Блок 1	Блок 2	Блок 3	Блок 4
«отлично»	7–9	15–24	3	5–6
«хорошо»	6	12	2	4
«удовлетворительно»	4–5	6–9	1	3
«неудовлетворительно»	0–3	0–3	0	0–2

Таблица 2 – Условия формирования оценки за курс

Оценка за курс	Условие формирования оценки за курс
«отлично»	Блок 1 = «отлично» Блок 2 = «хорошо» или «отлично» Блок 3 = «хорошо» или «отлично» Блок 4 = «отлично»
	Блок 1 = «отлично» Блок 2 = «отлично» Блок 3 = «удовлетворительно» Блок 4 = «отлично»
	Блок 1 = «хорошо» Блок 2 = «отлично» Блок 3 = «отлично» Блок 4 = «отлично»
	Блок 1 = «отлично» Блок 2 = «отлично» Блок 3 = «отлично» Блок 4 = «хорошо»

«хорошо»	Блок 1 = «хорошо» Блок 2 = «хорошо» или «отлично» Блок 3 = «хорошо» или «отлично» Блок 4 = «хорошо»
	Блок 1 = «отлично» или «хорошо» Блок 2 = «удовлетворительно» Блок 3 = «отлично» или «хорошо» Блок 4 = «отлично» или «хорошо»
	Блок 1 = «отлично» Блок 2 = «удовлетворительно» Блок 3 = «удовлетворительно» Блок 4 = «отлично»
	Блок 1 = «отлично» Блок 2 = «отлично» или «хорошо» Блок 3 = «неудовлетворительно» Блок 4 = «отлично»
«удовлетворительно»	Все случаи, за исключением случаев, определяющих оценку за курс как «отлично», «хорошо», «неудовлетворительно»
«неудовлетворительно»	Как минимум, за Блок 1 и Блок 4 = «неудовлетворительно». По Блокам 2 и 3 = «отлично» или «хорошо», или «удовлетворительно», или «неудовлетворительно»

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» – <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=28648>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (Приложение 1).

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Лившиц К.И. Курс линейной алгебры и аналитической геометрии : учебник для вузов / К.И. Лившиц. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 508 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/163398>.

– Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии : учебное пособие / О.Н. Цубербиллер. – 34-е изд.,стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 336 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210389>.

– Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие для вузов / Д.В. Клетеник; Под редакцией Н.В. Ефимова. – 17-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 224 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/187823>.

– Цифровая экономика и сквозные технологии: теория и практика / под ред. д-ра экон. наук, проф. А. В. Бабкина. – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2019. – 623 с.

– Минзов А.С., Невский А.Ю., Баронов О.Ю. Информационная безопасность в цифровой экономике // ИТНОУ: Информационные технологии в науке, образовании и управлении. 2018. – № 3(7). – С. 52-59.

б) дополнительная литература:

– Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие для вузов / И.В. Проскуряков. – 16-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 476 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/183752>.

– Привалов И.И. Аналитическая геометрия : учебное пособие / И.И. Привалов. – 38-е изд. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 304 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210353>.

– Постников М.М. Аналитическая геометрия : учебное пособие / М.М. Постников. – 3-е изд., испр. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 416 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210347>.

– Минеева Н.В. Аналитическая Геометрия. Практикум / Н.В. Минеева. – Комсомольский-на-Амуре государственный университет, 2017.

– Коваленко А.А. Аналитическая Геометрия. Задачник / А.А. Коваленко. – Алтайский государственный педагогический университет, 2015.

– Вахитов А. Введение в компьютерное зрение. – URL : <https://oops.math.spbu.ru/SE/Members/avakhitov/vvedenie-2015-2016>.

– Селянкин В.В. Решение задач компьютерного зрения : учебное пособие / В.В. Селянкин; Южный федеральный университет. – Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2016. – 92 с.

в) ресурсы сети Интернет:

– Сквозные технологии цифровой экономики [Электронный ресурс] / Tadviser. – Электронный журнал – 2022. – URL: [https://www.tadviser.ru/index.php/Статья:Сквозные\\_технологии\\_цифровой\\_экономики](https://www.tadviser.ru/index.php/Статья:Сквозные_технологии_цифровой_экономики).

– Юсуфов Р. Сквозные технологии в современном мире. – АНО ВО «Университет Иннополис». – URL: <https://youtu.be/BrUjV5k5uxM>

– Мильке В. Машинное обучение и искусственный интеллект для анализа больших данных. – АНО ВО «Университет Иннополис». – URL: [https://www.youtube.com/watch?v=iqD7zlwAv\\_M](https://www.youtube.com/watch?v=iqD7zlwAv_M)

– Протасов С. Прикладной ИИ. Машинное обучение и его инфраструктура. – АНО ВО «Университет Иннополис». – URL: <https://youtu.be/cbUETRYbs1A>

– Протасов С. Прикладной ИИ. Компьютерное зрение. – АНО ВО «Университет Иннополис». – URL: <https://youtu.be/Z59Kqxt3dhM>

– Протасов С. Прикладной ИИ. Обработка естественного языка. – АНО ВО «Университет Иннополис». – URL: <https://youtu.be/3ky29e8zVx0>

– Кунгуров М. Гайд по виртуальным мирам: AR и VR. – URL: <https://proglib.io/p/gayd-po-virtualnym-miram-ar-i-vr-2020-04-02>

– Plario : онлайн-система адаптивного обучения математике. – URL: <https://login.plario.ru>.

– Интернет-проект «Математические этюды». – URL: <http://etudes.ru>.

– Интернет-проект «Задачи». – URL: <http://problems.ru>.

– Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебно-методический комплекс / Е.Е. Корякина. – Том. гос. ун-т, Ин-т дистанционного образования. – URL: <https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&AuthType=ip,sso&db=cat09180a&AN=tsu.oai.libtsu.280251&lang=ru&site=eds-live>.

### **13. Перечень информационных технологий (в т.ч. цифровых инструментов)**

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

– MathCad, Matlab, Python, C#, C++.

– «Mindomo» – URL: <https://www.mindomo.com>.

– Приложение интерактивной геометрии «Geogebra Classic». – URL: <http://www.geogebra.org>.

– Приложение интерактивной геометрии «Octave Online» – URL: <https://octave-online.net>.

– Приложение интерактивной геометрии «C.a.R». – URL: <http://car.rene-grothmann.de>.

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

– Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система. <http://www.consultant.ru/>

#### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения практических занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

#### **15. Информация о разработчиках**

Данилюк Елена Юрьевна, канд. физ.-мат. наук, кафедра прикладной математики НИ ТГУ, доцент.