

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан



Л. В. Гензе

« 30 » 00 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

**Слайны и вейвлеты сеточных функций**

по направлению подготовки

**01.04.01 Математика**

Направленность (профиль) подготовки :

**Фундаментальная математика**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Магистр**

Год приема

**2022**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.3.ДВ.02.02

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП



П. А. Крылов

Председатель УМК



Е. А. Тарасов

Томск – 2022

## 1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ПК-1 Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач

## 2. Задачи освоения дисциплины

1. Овладение понятиями: сплайн-функция, полиномиальный сплайн, рациональный сплайн, локальный сплайн, В-сплайн, глобальный сплайн. Освоение сплайн-технологии восполнения сеточных функций и ее использование в приложениях.
2. Изложение основ нового направления в теории функций – теории вейвлетов (всплесков). Показ перспективности использования этой теории в задачах обработки сигналов, сжатия информации, сглаживания экспериментальных данных, приближенного решения дифференциальных и интегральных уравнений. Обсуждается состояние и направление развития этой тематики в России и в мировой науке

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций)
ОПК-1: - Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.	ИОПК 1.1: - Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.	Имеет навыки работы с профессиональной литературой по численным методам для осуществления профессиональной деятельности. Знает терминологию и методы анализа сеточных функций.  Умеет решать задачи математического моделирования теоретического характера в области теории обработки сигналов.
	ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач	Владеет методами анализа сеточных функций, возникающих при математическом моделировании явлений и процессов. Имеет навыки оценки сложности вычислительных алгоритмов.

### **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

### **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Первый семестр, зачет с оценкой

### **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

### **6. Язык реализации**

Русский

### **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 часов, из которых:

-лекции: 16 ч.

-практические занятия: 16 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

### **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

#### **Тема 1. Восполнение сеточных функций сплайнами**

Введение. Определение сплайна. Построение кубического сплайна через моменты. и наклоны. Сплайн Акима. Параметрические сплайны.

#### **Тема 2. Представление сплайнов через базисные функции с локальным носителем.**

Свойства В-сплайнов. Вычисление значений базисных функций. Построение интерполяционного кубического сплайна с использованием базисных функций.

Сглаживающие сплайны. Сглаживающая кривая Безье. Составные В-сплайновые кривые.

#### **Тема 3. Сплайны двух переменных**

Билинейные и бикубические сплайны и их свойства.

Триангуляция Делоне и ячейки Вороного. Локальные сплайны на нерегулярной сетке.

#### **Тема 4. Основы вейвлет-анализа сигналов.**

Оцифровка аналогового сигнала. Фильтрация и сглаживание сигнала. Вейвлеты и их главные признаки. Базисные функции и кардинальные сплайны.

#### **Тема 5 .Ортогональное кратномасштабное разложение.**

Вейвлеты Хаара и их свойства

Вычисление коэффициентов аппроксимации и детализации. Примеры.

### **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, контроля выполнения заданий по практике и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## 10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

К аттестации допускается студент, выполнивший программу практики по дисциплине.

Зачет с оценкой в первом семестре проводится в письменной форме по билетам.

Билет содержит три теоретических вопроса. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерное содержание билетов

### Билет №1

1. Преимущества и недостатки лагранжевой и сплайновой интерполяции.
2. Параболические сплайны.
3. Вейвлеты Хаара.

### Билет №2

1. Билинейные сплайны.
2. Построение кубического сплайна через наклоны.
3. Ряд Фурье.

### Билет №3

1. Построение кубического сплайна через моменты.
2. Метод циклической прогонки.
3. Главные признаки вейвлетов.

### Билет №4

1. Сглаживающие сплайны, сглаживание сеточных функций.
2. Билинейные сплайны.
3. Кардинальные сплайны.

### Билет №5

1. Триангуляция Делоне. Локальные сплайны первой степени на нерегулярной сетке.
2. Построение кубического сплайна через коэффициенты.
3. Масштабирующие функции и их свойства.

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

*Система критериев при оценивании ответов на вопросы экзамена*

Полный, логически обоснованный ответ, изложенный кратко и ясно	отлично
Полный ответ, но имеются не критичные логические несоответствия, при этом форма изложения достаточно ясная и понятная.	хорошо
Ответ не является полным, но изложенная часть логически не противоречива и изложена ясно и понятно.	удовлетворительно
Ответ является неполным (примерно 10%- 20%), изложение логически противоречиво. Допущены существенные терминологические и фактические ошибки.	неудовлетворительно

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=12424>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План практических занятий по дисциплине.

**Задание №1.** Построить кубический сплайн  $S(x)$  через моменты или наклоны для одной из функций  $f(x)$ , заданных на сетке  $\omega$  для  $N=5,10$ . Оценить погрешность интерполяции в центрах интервалов сетки  $\omega$ .

Функция	Интервал	Тип дополнит условия
$\exp(x)$	$[0, 2]$	I
$\exp(-x)$	$[-1, 1]$	II
$1/(1+25x^2)$	$[-1, 1]$	I
$\sin(x)$	$[0, 2\pi]$	III
$\ln(x)$	$[0.9, 1.9]$	I
$ x $	$[-1, 1]$	I
$\operatorname{tg}(x)$	$[0, \pi/4]$	IV
$\cos(x)$	$[0, \pi/4]$	II
$\ln(x)^2$	$[0.9, 1.9]$	I
$\sin(5x)$	$[0, 1]$	II
$(1-x)/(1+x)$	$[0, 1]$	I

**Задание №2.** Для функций из задания №1 построить сплайн через В-функции.

**Задание №3.**

1. Нарисовать кардинальные сплайны  $K_m(x)$ ,  $[K_m(x)]'$ ,  $m = 2, 3, 4, 5$

1. Вычислить значения в узлах носителя.
2. Найти максимум и минимум функций.

**Задание №4.**

1. Выполнить прямое и обратное вейвлет-разложение Хаара для функции

$$\varphi(x) = A \left[ \frac{\sin(2\pi(x+\frac{3}{2})) - \sin(\pi(x+\frac{3}{2}))}{\pi(x+\frac{3}{2})} \right], x \in [1, 2]; N = 8, h = \frac{b-a}{N}.$$

Глубина разложения  $L = \log_2 N = 3$ .  $A=1, \dots, 10$ .

Сеточную функцию глубины разложения  $3$  определить как среднее арифметическое на каждом интервале.

2. Выдать таблицы коэффициентов аппроксимации и детализации для глубин разложения  $j=2, 1, 0$ .

3. Нарисовать графики функций для  $j=3, 2, 1, 0$ .

г) Методические указания по проведению лабораторных работ.

Результат выполнения каждого задания оформляется в виде отчета, который защищает студент.

д) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

Студенты обязаны соблюдать дисциплину, вовремя приходить на занятия, в установленные сроки осуществлять выполнение практических заданий, активно работать на занятиях. Допуск к экзамену осуществляется на основании выполнении всех практических заданий и сдачи собеседования по ним.

Важное место в освоении дисциплины занимает самостоятельная работа студентов, включающая в себя работу с информационными источниками, поиск, анализ и синтез информации, использование и развитие навыков построения математических моделей и решения задач.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Grossman A., Morlet J. Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape // SIAM J. Math. 1984 P. 723–736.
2. Чуи Ч. Введение в вейвлеты. Москва: Мир, 2001. 412 с.
3. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. Москва: РХД, 2001
4. Столниц Э. Вейвлеты в компьютерной графике: Теория и приложения. Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2002. 271 с.
5. Берцун В.Н. Сплаины сеточных функций. Томск: ТМЛ-Пресс, 2007. 136 с.
6. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. Москва: СОЛОН-Р, 2002. 448 с.
7. Polikar R. Введение в вейвлет-преобразование. (Автор перевода В Грибунин)
8. Битюков Ю. И., Платонов Е. Н. Применение вейвлетов для расчета линейных систем управления с сосредоточенными параметрами, *Информ. и её примен.*, **11:4** (2017), с. 94–103
9. Смоленцев Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. Москва: ДМК Пресс, 2014. 628 с.
10. Астафьева Н. М. Вейвлет-анализ : основы теории и примеры применения. УФН.1996. Т.166, №11. с. 1145-1170.
11. Седов А. В., Тришечкин Е. В. Двумерное вейвлет- преобразования в задачах краткосрочного анализа и моделирования нагрузок энергосистем. Вестник южного научного центра РАН. Т.7, №2, 2011, с.15-21.
12. Фрик А. Г. Вейвлет-анализ и иерархические модели турбулентности. ИМСС Уро РАН. Пермь, 1992. 40 с.
13. Демьянович Ю.К., Левина А.В. Вэйвлетные разложения и шифрование // Методы вычислений / Под ред. В.М. Рябова. СПб: Изд-во С.-Петербургского ун-та, 2008. Вып. 22. С. 41-63.
14. Zadeh, Lotfi A., «Fuzzy Logic, Neural Networks, and Soft Computing», Communications of the ACM, March 1994, Vol. 37 No. 3, pages 77—84.
15. [Nazmul Siddique](#), [Hojjat Adeli](#). Computational Intelligence: Synergies of Fuzzy Logic, Neural Networks and Evolutionary Computing John Wiley & Sons, 6 мая 2013 г. - 536с.
16. Камалов А.З. Курс лекций по теории колебаний. Казань: Казанский государственный архитектурно-строительный университет, 2006. 128 с.
17. Рональд Н. Брейсуэлл. Преобразование Фурье. В мире науки, №8, август 1989, с.48-56.
18. Курс лекций «Основы цифровой обработки сигналов».  
<https://habr.com/ru/post/460445/>

б) дополнительная литература:

19. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. - Москва: Наука, 1989. -432с.
20. Штарк Г. Г. Применение вейвлетов для ЦОС. Москва: Техносфера, 2007. -192с.
21. Демьянович Ю.К., Ходаковский В.А. Введение в теорию вейвлетов: курс лекций. - СПб.: Изд-во С.-Пб. ун-та, 2007. - 49 с.
22. Квасов Б. И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Использование Matlab и Scilab. Санкт-Петербург: Лань, 2016. 323с.

23. Де Бор К. Практическое руководство по слайдам. Пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1985. — 304 с, ил.
24. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу.: Учебник для университетов и пед. вузов / Под ред. В. А. Садовничего - М.: Высш. шк. 1999. — 695 с.

в) ресурсы сети Интернет:

<https://habr.com/ru/post/460445/>  
<http://matlab.exponenta.ru/wavelet/>  
[http://www.imageprocessingplace.com/  
 www.wavelet.org](http://www.imageprocessingplace.com/www.wavelet.org)

ЭБС Лань <http://e.lanbook.com/books>

Открытый университет Интуит.ру <http://intuit.ru>

<http://www.intuit.ru/studies/courses/1012/168/info>

Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система.  
<http://www.consultant.ru>

### 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

в) профессиональные базы данных (*при наличии*):

- <http://e-science.sources.ru/> – портал естественных наук
- Университетская информационная система РОССИЯ – <https://uisrussia.msu.ru/>
- Единая межведомственная информационно-статистическая система (ЕМИСС) – <https://www.fedstat.ru/>

– ...

### 14. Материально-техническое обеспечение

Оборудование аудиторий для проведения занятий лекционного типа, практических занятий и самостоятельной работы студентов:

**314 ауд.**

Интерактивный набор (доска InterWrite, экран, 2 проектора EPSON)

16 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:

- операционные системы: Microsoft Windows 10.
- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX+ TeXstudiiio, Libre Office.
- средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran Compiler 2015 (Parallel Studio), CUDA Toolkit 10.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++, Fortran), Qtcreator, cmake, python3 (anakonda3), Visual Studio Code, R-lang, node.js, Pycharm, free pascal.

- математические пакеты: PTC Mathcad 15, Mathematica 8, Maple 15, Matlab R2015.
- пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer.
- пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit.
- Утилиты для получения удаленного доступа Winscp, Putty, Xming.
- утилиты 7zip, Adobe Acrobat Reader, DjVu Reader, Far manager, Mozilla Firefox, Notepad++.

### **316 ауд.**

Интерактивный набор (доска InterWrite, экран, 2 проектора EPSON)

16 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:

- операционные системы: Microsoft Windows 7
- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX 2.9+Texmaker+TeXstudio, Libre Office.
- средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran Compiler 2015, CUDA Toolkit 9.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++, Fortran), PGI fortran.
- математические пакеты: PTC Mathcad 15, Maple 15, Matlab R2015; Statistica 10, Mathematica 8
- пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer.
- пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit.
- Утилиты для получения удаленного доступа Winscp, Putty, Xming.
- утилиты 7zip, Adobe Acrobat Reader, DjVu Reader, Far manager, Mozilla Firefox, Notepad++.

### **319 ауд.**

Интерактивный набор (доска Smart с проектором, экран и проектор EPSON)

13 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:

- операционные системы: Microsoft Windows 7
- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX 2.9;
- средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran Compiler 2015, CUDA Toolkit 9.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++, Fortran), python3 (anakonda3).
- математические пакеты: PTC Mathcad 15, Maple 15, Matlab R2015.
- пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer.
- пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit.
- утилиты для получения удаленного доступа Winscp, Putty, Xming

## **15. Информация о разработчиках**

Берцун Владимир Николаевич, к.ф.-м.н., доцент, ТГУ, доцент.