

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук



УТВЕРЖДАЮ
Директор института прикладной
математики и компьютерных наук

А.В. Замятин

« 02 » _____ 2021 г.

Математический анализ

рабочая программа дисциплины

Закреплена за кафедрой Учебный план	<i>системного анализа и математического моделирования 10.05.01 Компьютерная безопасность, профиль «Анализ безопасности компьютерных систем»</i>
Форма обучения	<i>очная</i>
Общая трудоёмкость	<i>24 з.е.</i>
Часов по учебному плану	<i>864</i>
в том числе:	
аудиторная контактная работа	<i>512</i>
самостоятельная работа	<i>181.4</i>
Вид(ы) контроля в семестрах экзамен/зачет/зачет с оценкой	<i>Семестр 1 – экзамен, зачет Семестр 2 – экзамен, зачет Семестр 3 – экзамен, зачет Семестр 4 – экзамен, зачет</i>

Программу составил:
доктор физ.-мат. наук, доцент,
профессор кафедры системного анализа и
математического моделирования



С.Э. Воробейчиков

Рецензент:
доктор физ.-мат. наук, профессор,
профессор кафедры системного анализа и
математического моделирования



Г.М. Кошкин

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» разработана в соответствии с образовательным стандартом высшего образования – специалитет, самостоятельно устанавливаемым федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» по специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность (Утвержден Ученым советом НИ ТГУ, протокол от 30.06.2021 г. № 06).

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры системного анализа и математического моделирования

Протокол от 03 июня 2021 № 26

Заведующий кафедрой системного анализа
и математического моделирования,
д-р физ.-мат. наук, доцент



Ю.Г. Дмитриев

Рабочая программа одобрена на заседании учебно-методической комиссии института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 17 июня 2021 г. № 05

Председатель УМК ИПМКН,
д-р техн. наук, профессор



С.П. Сущенко

Цель освоения дисциплины

1. **Цель:** обучение студентов методам математического анализа, необходимым как при изучении остальных курсов, так и для решения прикладных задач в разных предметных областях;
2. привитие студентам навыков исследования с использованием методов математического анализа;
3. обучение студентов методам логически строгого построения доказательств.

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины», входит в модуль «Математика».

Для освоения дисциплины необходимо знать математику в объёме школьного курса.

Постреквизиты дисциплины: Дисциплина «Математический анализ» связана с дисциплинами «Теория чисел», «Комбинаторика», «Теория информации», «Теория вероятностей и математическая статистика».

2. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Таблица 1.

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций)
ОПК-3. Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности	ИОПК-3.1 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин; ИОПК-3.2 Осуществляет применение основных понятий, фактов, концепций, принципов математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности; ИОПК-3.3 Выявляет научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применяет соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.	ОР-3.1.1. Знает математический аппарат теории пределов функций, теории рядов; основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных; понятие меры. ОР-3.1.2. Умеет применять понятийный аппарат дисциплины для построения моделей (в прикладных задачах) на основе вычислительной техники с привлечением методов математического моделирования. ОР-3.1.3. Владеет способностью применять арсенал математического анализа и вычислительной техники для решения прикладных задач.

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Структура и трудоемкость видов учебной работы по дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 24 зачетных единицы, 864 часа.

Таблица 2.

Вид учебной работы	Трудоемкость в академических часах				
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	4 семестр	Итого
Общая трудоемкость	216	216	216	216	864
Контактная работа:	138,95	138,95	138,95	138,95	555,8
Лекции (Л):	64	64	64	64	256
Практики (ПЗ)	64	64	64	64	256
Лабораторные работы (ЛР)					
Семинары (СЗ)					
Групповые консультации	2	2	2	2	8
Индивидуальные консультации	6,4	6,65	6,65	6,65	26,6
Промежуточная аттестация	2,55	2,3	2,3	2,3	9,2
Самостоятельная работа обучающегося:	45,35	45,35	45,35	45,35	181,4
- выполнение контрольной работы/контрольных заданий	4	4	4	4	16
- изучение учебного материала, публикаций	10	10	10	10	40
- подготовка к практическим занятиям/коллоквиумам	20	20	20	20	80
- подготовка к зачету	11,35	11,35	11,35	11,35	45,4
Подготовка к рубежному контролю по теме/разделу	31,7	31,7	31,7	31,7	126,8
Вид промежуточной аттестации (зачет, зачет с оценкой, экзамен)	Экзамен, зачет	Экзамен, зачет	Экзамен, зачет	Экзамен, зачет	Экзамены зачеты

3.2. Содержание и трудоемкость разделов дисциплины

Таблица 3.

Код занятия	Наименование разделов и тем и их содержание	Вид учебной работы, занятий, контроля	С е м е с т р	Часы в электронной форме	Всего (час.)	Литература	Код (ы) результата(ов) обучения
	Раздел 1. Действительные числа, пределы числовых последовательностей	Лекции, практики	1		48		
1.1	Введение в множества действительных чисел. Аксиомы \mathbb{R} . Верхние и нижние грани числовых множеств. Теорема о вложенных отрезках	Лекции, Практики			12		
1.2	Числовые последовательности и их пределы (по Коши, по Гейне). Свойства пределов последовательностей. Число e .	Лекции, Практики			12		
1.3	Частичные пределы, верхний и нижний пределы и их свойства.	Лекции, Практики			12		
1.4	Теорема Больцано-Вейерштрасса и критерий Коши.	Лекции, практики			12		
1.5	Изучение учебного материала. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к контрольной.	СРС			14		
	Раздел 2. Действительные функции действительной переменной. Производные и дифференциалы.	Лекции, Практики	1		80		
2.1	Определение предела функции в точке по Коши и Гейне. Свойства предела функции в точке (основные теоремы).	Лекции, Практики			16		
2.2	Первый и второй замечательные пределы и следствия из них.	Лекции, Практики			12		
2.3	Определение непрерывной функции в точке. Свойства непрерывных функций (арифметические операции, сложная функция, обратная функция). Точки разрыва. Свойства непрерывных на отрезке функций (теорема Вейерштрасса, Кантора).	Лекции, Практики			12		
2.4	Определение производной. Правила дифференцирования. Таблица производных. Производная сложной функции. Производная функции, заданной параметрически.	Лекции, Практики			12		
2.5	Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя.	Лекции, Практики			8		
2.6	Определение точки экстремума. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Теоремы о выпуклых функциях. Асимптоты. Способы нахождения.	Лекции, Практики			12		

2.7	Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано, Коши. Формула Тейлора для элементарных функций.	Лекции, Практики			8		
2.8	Изучение учебного материала. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к контрольной.	СРС			20		
	Подготовка к промежуточной аттестации в форме экзамена	СРС			31,7	1,3,7	
	Прохождение промежуточной аттестации в форме экзамена	Э			4,3		
	Раздел 3. Интегральное исчисление функций действительной переменной. Интегралы Римана.	Лекции, Практики	2		56		
3.1	Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Формула замены переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование элементарных дробей.	Лекции, Практики			20		
3.2	Определенный интеграл. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Суммы Дарбу и их свойства. Определенный интеграл. Критерий интегрируемости. Интегральные суммы Римана. Классы интегрируемых функций (непрерывные, монотонные, кусочно - непрерывные). Теорема Дарбу. Свойства определенного интеграла. Неравенства, теоремы о среднем. Интегрируемость произведения интегрируемых функций.	Лекции, Практики			16		
3.3	Свойства интеграла Римана как функции верхнего предела интегрирования. Существование первообразной у интегрируемой, непрерывной функций. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной, интегрирование по частям в определенном интеграле. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Геометрические приложения определённого интеграла. Вычисление площади плоских фигур, объема тела вращения. Спрямолинейные кривые; длина кривой.	Лекции, Практики			12		
3.4	Несобственные интегралы первого и второго рода. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости: сравнения, Дирихле, Абеля.	Лекции, Практики			8		
3.5	Изучение учебного материала. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к контрольной.	СРС			16		
	Раздел 4. Ряды с действительными и комплексными членами. Функциональные ряды. Ряды с действительными и комплексными членами. Функциональные ряды. Степенные ряды.	Лекции, Практики	2		40		
4.1	Числовой ряд, его сходимость и сумма. Критерий Коши. Абсолютная и условная сходимость рядов. Основные признаки сходимости числовых рядов.: сравнения, интегральный, Даламбера, Коши, Лейбница, Дирихле, Абеля. Перестановка членов абсолютно и условно сходящихся рядов, теорема Римана.	Лекции, Практики			16		
4.2	Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости. Теоремы о равномерно сходящихся последовательностях и рядах: непрерывность предельной функции и суммы ряда, почленное дифференцирование и интегрирование.	Лекции, Практики			16		

4.3	Степенные ряды. Теоремы Абеля. Интервал и радиус сходимости. Разложение функций в степенные ряды	Лекции, Практики			8		
4.4	Изучение учебного материала. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к контрольной.	СРС			10		
	Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Обратные отображения и неявные функции.	Лекции, Практики	2		32		
5.1	Векторные функции нескольких переменных. Непрерывность, дифференцируемость. Дифференцируемость сложной функции. Производная по направлению, свойства. Частные производные. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.	Лекции, Практики			12		
5.2	Производные и дифференциалы высших порядков. Свойства смешанных частных производных.	Лекции, Практики			10		
5.3	Формула Тейлора. Локальный экстремум. Необходимое, достаточное условие экстремума	Лекции, практики			10		
5.4	Изучение учебного материала. Подготовка к практическим занятиям.	СРС			8		
	Подготовка к промежуточной аттестации в форме экзамена	СРС			31,7	2,3,7, 8	
	Прохождение промежуточной аттестации в форме экзамена	Э			4,3		
	Раздел 6. Мера Жордана. Кратные интегралы. Интегралы, зависящие от параметра	Лекции, практики	3		64		
6.1	Интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру. Несобственные интегралы, зависящие от параметра, равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости Вейерштрасса, Дирихле, Абеля. Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов.	Лекции, Практики			24		
6.2	Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру несобственных интегралов. Бета-функция и гамма-функция и их свойства. Основная теорема о гамма-функции.	Лекции, Практики			12		
6.3	Кратные интегралы. Суммы Дарбу, верхний и нижний интегралы. Интегралы по брусу. Интегрируемость непрерывной функции. Свойства интеграла. Множества, измеримые по Жордану. Внутренняя мера. Свойства измеримых множеств.	Лекции, Практики			12		
6.4	Цилиндрические множества. Интеграл по измеримым множествам.. Теорема о приведении кратного интеграла к последовательным однократным. Формула замены переменной в кратном интеграле.	Лекции, Практики			8		
6.5	Несобственные кратные интегралы. Вычисление интеграла Пуассона.	Лекции, Практики			8		
6.6	Изучение учебного материала. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к контрольной.	СРС			18		

	Раздел 7. Теория поля. Криволинейные и поверхностные интегралы	Лекции, Практики	3		32	
7.1	Криволинейные интегралы первого рода. Определение, свойства. Способ вычисления. Криволинейные интегралы второго рода. Определение, свойства. Способ вычисления.	Лекции, Практики			12	
7.2	Формула Грина. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов.	Лекции, Практики			6	
7.3	Поверхностные интегралы первого и второго рода. Способы вычисления.	Лекции, Практики			8	
7.4	Дивергенция, ротор. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса.	Лекции, Практики			6	
7.5	Изучение учебного материала. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к контрольной.	СРС			8	
	Раздел 8. Ряды Фурье. Интеграл Фурье.	Лекции, Практики	3		32	
8.1	Ряды Фурье. Тригонометрическая система, свойства. Нахождение коэффициентов. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Стремление коэффициентов к нулю.	Лекции, Практики			10	
8.2	Частичные суммы ряда Фурье. Ядро Дирихле. Принцип локализации. Сходимость ряда Фурье в точке. Теорема Дини. Сумма Фейера. Ядро Фейера. Теорема Фейера.	Лекции, Практики			12	
8.3	Интегрирование, дифференцирование Рядов Фурье. Неравенство Бесселя.	Лекции, Практики			10	
8.4	Изучение учебного материала. Подготовка к практическим занятиям.	СРС			8	
	Подготовка к промежуточной аттестации в форме экзамена	СРС			31,7	1, 2,3, 7, 8
	Прохождение промежуточной аттестации в форме экзамена	Э			4,3	
	Раздел 9. Теория функций комплексной переменной. Дифференцирование, интегрирование.	Лекции, Практики	4		48	
9.1	Производная функции комплексной переменной. Аналитические функции. Условия Коши-Римана. Достаточные условия дифференцируемости. Интегрирование функции комплексной переменной. Свойства.	Лекции, Практики			20	
9.2	Теорема Коши. Формула Коши. Принцип максимума модуля для аналитических функций.	Лекции, Практики			8	
9.3	Интегралы, зависящие от параметра. Теорема об аналитичности производной. Существование производных всех порядков у аналитической функции. Теорема Лиувилля.	Лекции, Практики			12	
9.4	Теорема о представлении аналитической в круге функции в виде степенного ряда. Теорема единственности аналитических функций.	Лекции, Практики			8	

9.5	Изучение учебного материала. Подготовка к практическим занятиям.	СРС			12		
	Раздел 10. Ряд Лорана. Особые точки. Вычеты.	Лекции, Практики	4		16		
10.1	Ряд Лорана. Область сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Нахождение коэффициентов.	Лекции, Практики			4		
10.2	Изолированные особые точки и их классификация. Свойство существенно особой точки (теорема Сохоцкого - Вейерштрасса). Свойство полюса. Свойство устранимой особой точки.	Лекции, Практики			6		
10.3	Вычет функции в изолированной особой точке. Вычисление вычета в полюсе первого порядка (2 формулы), в полюсе произвольного порядка. Основная теорема теории вычетов.	Лекции, Практики			6		
19.4	Изучение учебного материала. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к контрольной.	СРС			2		
	Раздел 11. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Преобразование Лапласа.	Лекции, Практики	4		24		
11.1	Вычисление определенного интеграла на бесконечном промежутке с помощью вычетов. Вычисление определенного интеграла на конечном промежутке с помощью вычетов. Лемма Жордана.	Лекции, Практики			6		
11.2	Логарифмический вычет. Теорема Руше.	Лекции, Практики			8		
11.3	Преобразование Лапласа. Свойства. Нахождение интеграла по изображению. Формула Меллина. Условия существования оригинала.	Лекции, Практики			10		
11.4	Изучение учебного материала. Подготовка к практическим занятиям.	СРС			6		
	Раздел 12. Дифференциальные уравнения	Лекции, Практики			40		
12.1	Дифференциальные уравнения. Общее, частное, особое решение. Общий интеграл. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Уравнения в полных дифференциалах.	Лекции, Практики			16		
12.2	Теорема Банаха о сжимающем отображении. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения.	Лекции, Практики			4		
	Линейные уравнения n-го порядка. Существование решения. Фундаментальная система решений.	Лекции, Практики			4		
12.4	Линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами (однородные, неоднородные). Построение фундаментальной системы решений. Метод вариации произвольных постоянных.	Лекции, Практики			8		
12.5	Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Матричная	Лекции,			8		

	экспонента.	Практики					
12.6	Изучение учебного материала. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к контрольной.	СРС			14		
	Подготовка к промежуточной аттестации в форме экзамена	СРС			31,7	4,5,6	
	Прохождение промежуточной аттестации в форме экзамена	Э			4,3		

4. Образовательные технологии, учебно-методическое и информационное обеспечение для освоения дисциплины

- в каждом семестре на каждой неделе проводятся по две лекции и по два практических занятия. На лекциях излагается теоретический материал с примерами решения задач. На практических занятиях изученный теоретический материал применяется для решения задач. Часть примеров разбирается подробно в начале занятия, далее студенты решают примеры самостоятельно (при необходимости – с дополнительным объяснением преподавателя).

- В конце каждого практического занятия выдается задание для самостоятельного решения дома. Если возникают проблемы, то на следующей практике соответствующие примеры рассматриваются совместно с преподавателем. Темы и содержание контрольных работ сообщаются студентам заранее.

- Для получения зачета по практике необходимо решение всех практических заданий, а также сдача контрольных работ. Экзамен проводится в письменной форме. Каждый экзаменационный билет содержит 3 вопроса из общего списка, который выдается студентам заранее.

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций, и методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения, приведены в Приложении 1 к рабочей программе «Фонд оценочных средств».

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для текущей аттестации, и методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов текущей аттестации, приведены в Приложении 2 к рабочей программе «Примерные оценочные средства текущей аттестации».

4.1. Рекомендуемая литература и учебно-методическое обеспечение

№ п/п	Авторы / составители	Заглавие	Издательство	Год издания, количество страниц
Основная литература				
1.	Кудрявцев Л.Д.	Курс математического анализа Т. 1	М.: Юрайт	2009. - 607 с.
2.	Кудрявцев Л.Д.	Курс математического анализа Т. 3	М.: Юрайт	2016. - 350 с.
3.	Демидович Б.П.	Сборник задач и упражнений по математическому анализу	М : Лань	2017. - 624 с.
4.	Свешников, А. Г., Тихонов А.Н.	Теория функций комплексной переменной	М: Физматлит	2001. - 335 с.
5.	Филиппов А.Ф.	Сборник задач по дифференциальным уравнениям	Москва : Ленанд	2015. - 235 с.
6.	Эльсгольц Л.Э.	Дифференциальные уравнения	М. ЛКИ	2008 - 309 с.
Дополнительная литература				
7.	Фихтенгольц Г.М.	Курс дифференциального и интегрального исчисления Т. 1 : учебник : [для студентов университетов, педагогических и	СПб. : Лань	2009. - 607 с.

		технических вузов : в 3 т.]		
8.	Фихтенгольц Г.М.	Курс дифференциального и интегрального исчисления Т. 2 : учебник : [для студентов университетов, педагогических и технических вузов : в 3 т.]	СПб. : Лань	2009. - 800 с.
9.	Фихтенгольц Г.М.	Курс дифференциального и интегрального исчисления Т. 3 : учебник : [для студентов университетов, педагогических и технических вузов : в 3 т.]	СПб. : Лань	2009. — 656 с.

4.2. Базы данных и информационно-справочные системы, в том числе зарубежные

1. Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ [Электронный ресурс] / Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ : [сайт]. – [Томск, 2011–2016]. – URL: <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>.

2. <http://exponenta.ru>

http://www-sbras.nsc.ru/win/mathpub/math_www.html

<http://www.mathhelp.spb.ru>

<http://ilib.mccme.ru>

<http://256bit.ru>

4.3. Перечень лицензионного и программного обеспечения

4.4. Оборудование и технические средства обучения

Для реализации дисциплины необходимы лекционные аудитории и аудитории для проведения практических занятий. Специальные технические средства (проектор, компьютер и т.д.) требуются для демонстрации материала в рамках изучаемых разделов,. Вся основная и дополнительная литература, необходимая для самостоятельной работы и подготовки к экзамену, имеется в научной библиотеке ТГУ и доступна в электронной форме.

5. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины

Типовые задачи разбираются на практических занятиях. Дополнительно проводятся еженедельные консультации, на которых студенты могут прояснить все непонятные для них вопросы (по теории и практике). Также в случае ошибок в контрольной работе (или нерешенных задачах) студенты на консультациях могут получить необходимые пояснения.

6. Преподавательский состав, реализующий дисциплину

Воробейчиков Сергей Эрикович, д.ф.-м.н., доцент, профессор каф. системного анализа и математического моделирования

Пупков Андрей Викторович, ассистент каф. системного анализа и математического моделирования

7. Язык преподавания – русский язык.